

**ПЕРИОДИЧЕСКИЕ  
НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ЭДС,  
ТОКИ И НАПРЯЖЕНИЯ В  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ.**

# Причины возникновения периодических несинусоидальных ЭДС, токов и напряжений

При генерировании, трансформации, распределении и потреблении электроэнергии возникают искажения формы синусоидальных ЭДС, напряжений и токов.

Несинусоидальные токи в цепях возникают при синусоидальных ЭДС и напряжениях источников электрической энергии, если цепи содержат нелинейные элементы. Так, в катушке с ферромагнитным магнитопроводом, которая является нелинейным элементом, при синусоидальном напряжении сети ток несинусоидальный. Подобное явление наблюдается в промышленных городских сетях, когда в качестве осветительных приборов используются люминесцентные лампы, имеющие нелинейные вольт- амперные характеристики.

Нелинейные элементы широко используются в электрических цепях автоматики, управления, релейной защиты и т. д. Эти нелинейные элементы (стабилизаторы напряжения, умножители и делители частоты, магнитные усилители и т. п.) приводят к искажению формы кривых напряжения или тока.

Известно, что постоянный ток в энергетической электронике получают преобразованием переменного синусоидального тока с помощью выпрямителей, в которых используются нелинейные элементы — диоды. Естественно, что в таких электрических цепях возникают как несинусоидальные токи, так и несинусоидальные напряжения. На рис.1.1. а.и б приведены временные диаграммы напряжений и токов однополупериодного и двухполупериодного выпрямителей, работающих на резистивную нагрузку. В настоящее время широкое распространение получила импульсная техника, т. е. отрасль радиоэлектроники, в которой для решения определенных задач используют импульсные устройства. Формы импульсов напряжений в импульсной технике весьма разнообразны.

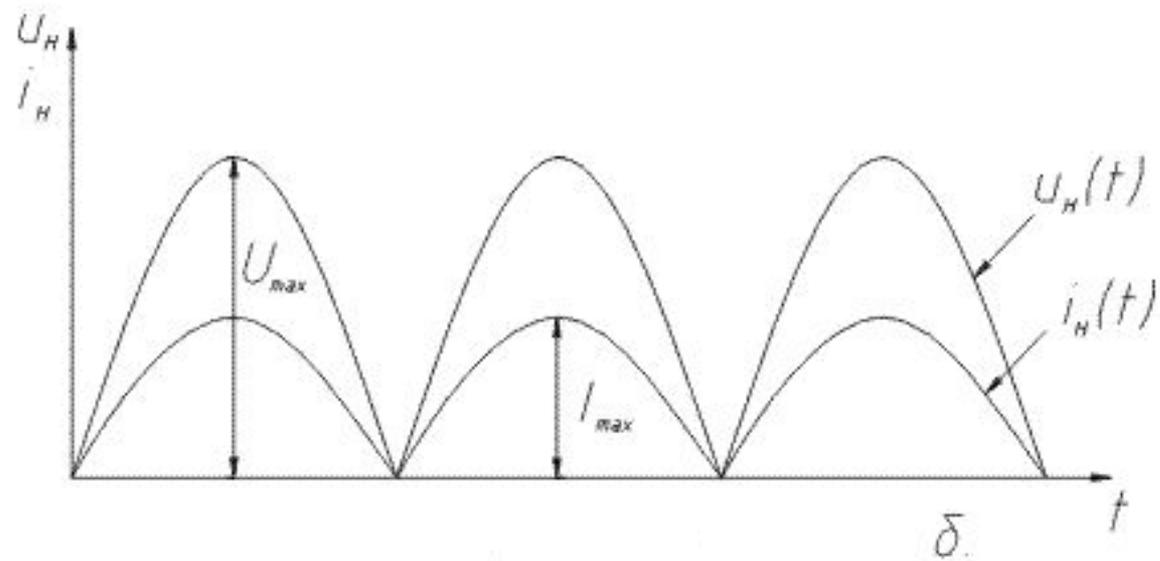
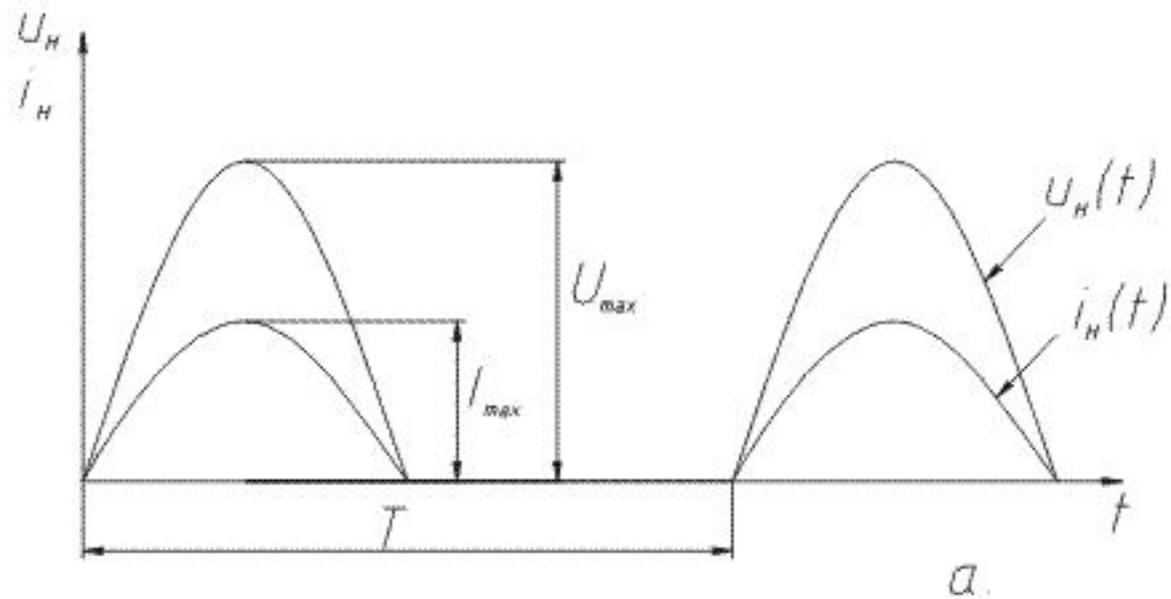


Рис.1.1.

Основное распространение получили импульсы треугольной, прямоугольной, трапецеидальной формы и др. (рис. 4.2а-в)

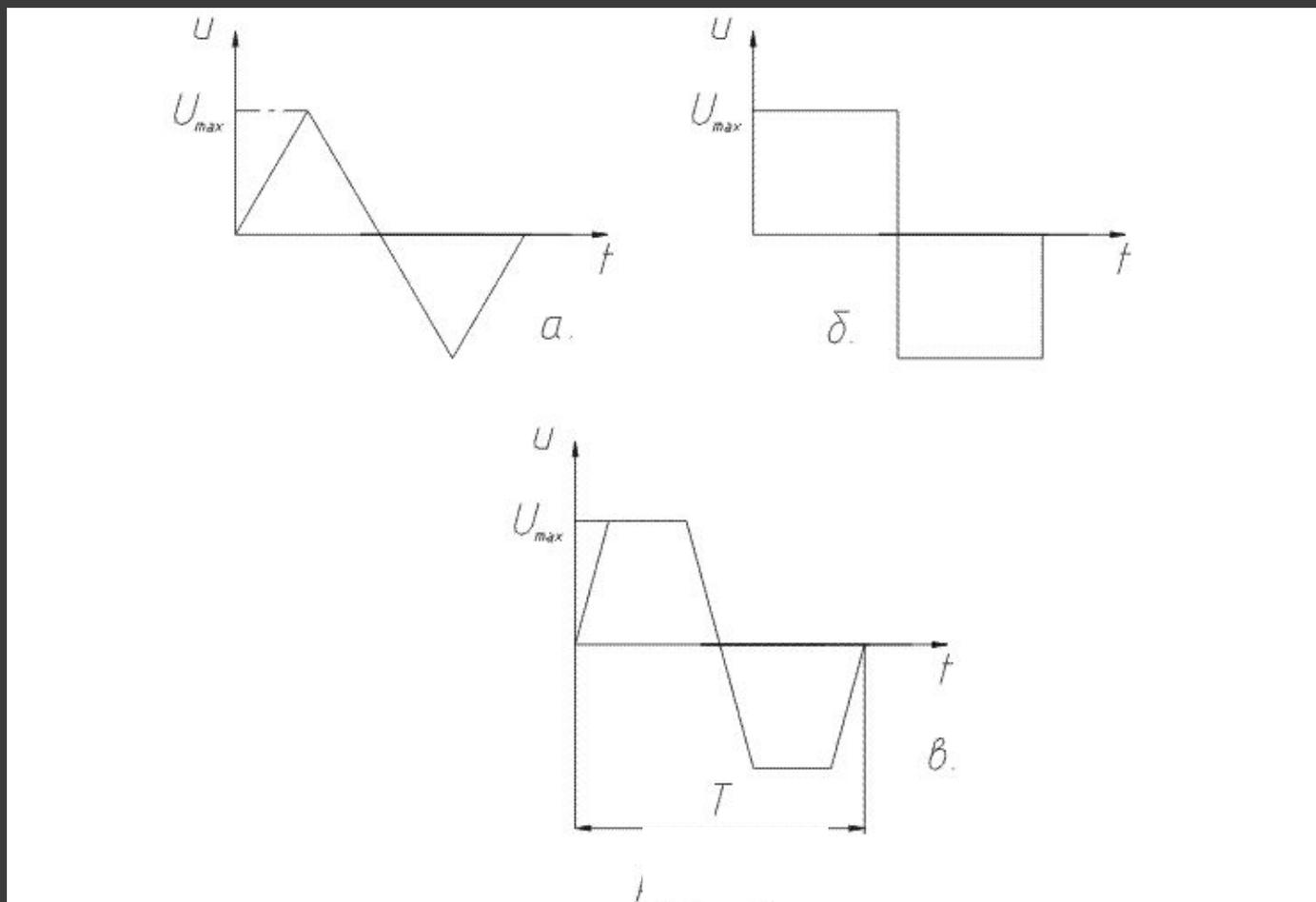
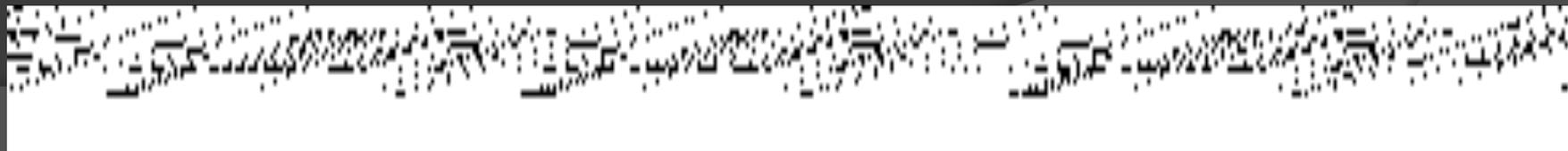


Рис.1.2.

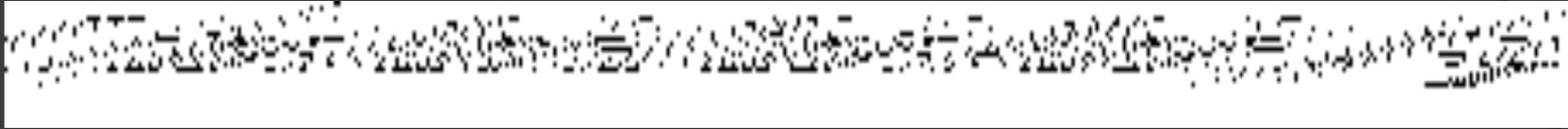
Появление в электрических цепях несинусоидальных напряжений и токов может привести к весьма нежелательным последствиям. Несинусоидальные токи вызывают дополнительные потери мощности, ухудшают характеристики двигателей, создают большие помехи в линиях связи, каналах телемеханики и т. д. Заметим, что допустимое содержание гармоник оценивается коэффициентом гармоник  $K_g$ . Для промышленных сетей  $K_g \leq 5\%$ , т. е. в этом случае кривая напряжения на экране осциллографа визуально не отличается от синусоиды и это напряжение длительно допустимо на выводах любого приемника электрической энергии.

# Способы представления периодических несинусоидальных величин

- Периодические несинусоидальные величины могут быть представлены временными диаграммами, тригонометрическим рядом Фурье, а также эквивалентными синусоидами. Наиболее наглядными, дающими полное представление о несинусоидальной величине являются временные диаграммы, т. е. графики зависимости мгновенных значений от времени (рис. 1.1-рис. 1.2)
- Несинусоидальные ЭДС, токи и напряжения, с которыми приходится встречаться в электротехнике и промышленной электронике, являются периодическими функциями, удовлетворяющими условиям Дирихле и, следовательно, могут быть представлены тригонометрическим рядом Фурье:



напряжение треугольной формы (см. рис. 1.2  
а)

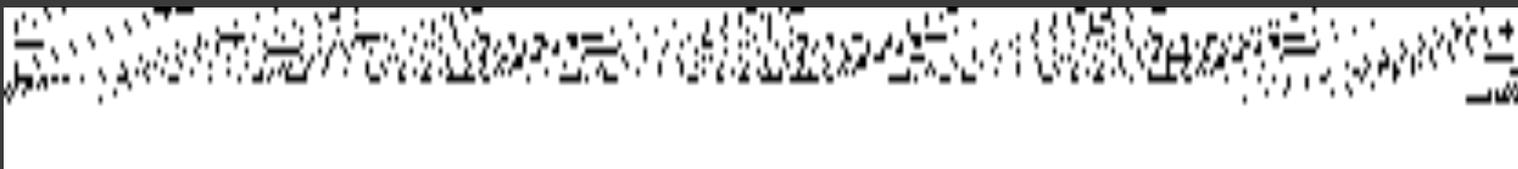


напряжение прямоугольной формы (см.  
рис. 1.2б)



Тригонометрический ряд может быть представлен как в виде суммы синусов (синусный ряд), так и суммы косинусов (косинусный ряд) гармонических составляющих.

В зависимости от характера реальной кривой  $f(\omega t)$  тригонометрический ряд может не содержать постоянной составляющей, четных или нечетных высших гармоник, а также начальных фаз. Например, тригонометрические ряды Фурье некоторых несинусоидальных напряжений имеют вид: напряжение на нагрузке при однополупериодном выпрямлении (см. рис. 1.1а)



напряжение на нагрузке при двухполупериодном выпрямлении (см. рис. 1.1б)



В практических расчетах цепей с несинусоидальными ЭДС, токами и напряжениями их мгновенные значения приближенно отображают конечным рядом Фурье (3—7 членов ряда). Число членов ряда определяется необходимой точностью расчета.

Характеристика несинусоидальных величин, представленных рядом Фурье, может быть осуществлена графически с помощью диаграмм амплитудно-частотного (рис. 1.3), фазо - частотного (рис. 1.4) спектров.

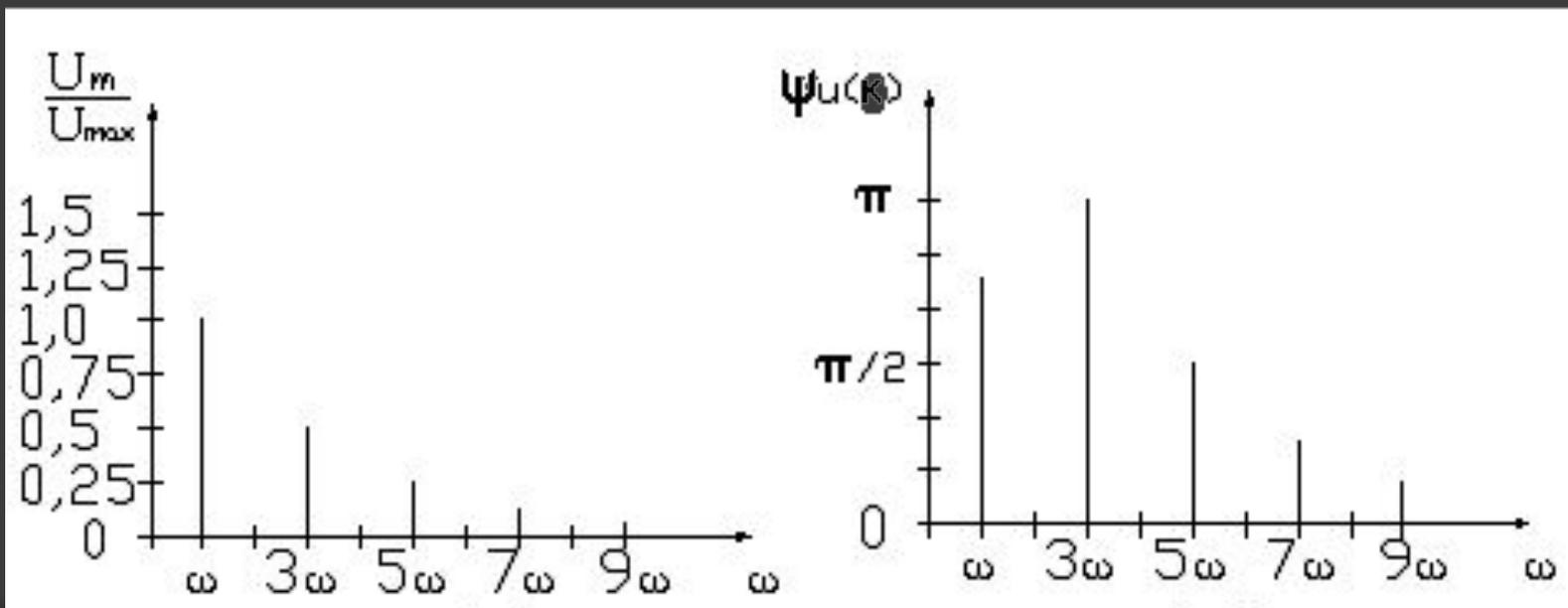


Рис.1.3.

Рис.1.4.

Данные диаграммы характеризуют форму несинусоидальных кривых, причем первая диаграмма показывает спектральный состав по амплитудам, т. е. представляет зависимость амплитуд гармоник в относительных единицах от частоты, вторая диаграмма выражает зависимость начальных фаз гармоник от частоты.

Периодические несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи могут быть представлены так же эквивалентными синусоидами

# Основные соотношения для несинусоидальных величин

Под максимальными значениями несинусоидальных ЭДС, токов или напряжений подразумевается их наибольшее мгновенное значение (см. рис. 1.5, рис. 1.6).

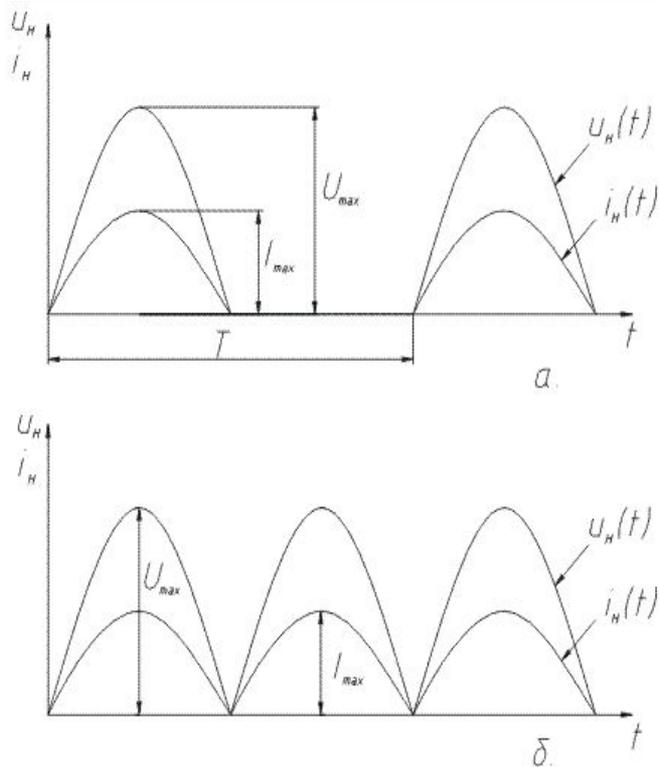


Рис.1.5.

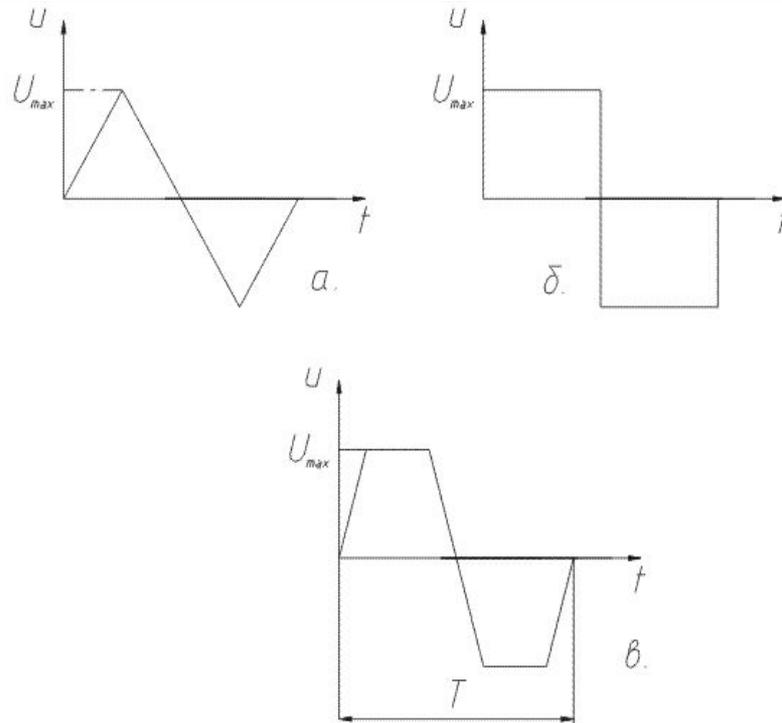


Рис.1.6.

# Действующие значения несинусоидальных величин.

Под действующими значениями несинусоидальных ЭДС, токов и напряжений, как и для синусоидального тока, понимается их среднеквадратичное значение за период. Так, действующее значение несинусоидального тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

где

$$i(t) = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

После интегрирования получаем:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}$$

где  $I_1, I_2, I_k$  — действующие значения токов первой, второй,  $k$ -й гармоник, т. е.

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$$

$$I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$$

$$I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}}$$

Следовательно, действующее значение несинусоидального тока практически определяется как корень квадратный из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех последующих гармоник. Аналогично действующие значения ЭДС и напряжений.

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2}$$

Действующие значения несинусоидальных напряжений и токов измеряются приборами электродинамической, электромагнитной и электростатической систем.

# Средние значения несинусоидальных величин.

Существуют следующие понятия средних значений несинусоидальных токов, ЭДС и напряжений.

Среднее значение несинусоидального тока за период, которое равно его постоянной составляющей:

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = I_0$$

Среднее значение по модулю несинусоидального тока за период:

$$I_{cp.мод} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt$$

Таким же образом может быть осуществлена запись средних значений несинусоидальных ЭДС, напряжений.

Средние значения несинусоидальных напряжений и токов измеряются магнитоэлектрическими приборами без выпрямителя, средние значения по модулю магнитоэлектрическими приборами, с выпрямителем.

# Коэффициенты, характеризующие несинусоидальные величины.

Формы периодических несинусоидальных кривых могут характеризовать следующие коэффициенты (в скобках приведены значения коэффициентов для синусоидальных токов).

1. Коэффициент амплитуды

$$k_a = I_m / I \quad k_a = 1.41$$

2. Коэффициент формы

$$k_f = I / I_{\text{ср. мод}} \quad k_f = 1.11$$

3. Коэффициент гармоник

$$k_r = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots} / I_1 \quad k_r = 0$$

#### 4. Коэффициент среднего значения

$$k_{cp} = I_{cp} / I_m$$

$$k_{cp} = 0$$

#### 5. Коэффициент искажения

$$k_H = I_1 / \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

$$k_H = 1$$

#### 6. Коэффициент пульсации

$$k_{\text{п}} = I_{1\text{м}} / I_0$$

Коэффициенты  $K_a$  и  $K_{\phi}$  характеризуют форму периодических кривых, т. е. их отличие от синусоиды, и используются в силовой электротехнике, радиотехнике и т. д. Коэффициенты  $K_{\gamma}$  и  $K_{\eta}$  являются показателями качества электрической энергии энергосистем. В энергетической электронике при оценке результатов преобразования переменного синусоидального тока в постоянный используются коэффициенты  $K_{cp}$  и  $K_{п}$ .

# Понятие о расчете активной и полной мощности линейных электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах.

Для электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах мгновенная мощность определяется как: . Активная мощность, как и для синусоидального тока, есть среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt$$

После подстановки значений  $u(t)$  и  $i(t)$ , имеющих одинаковый гармонический состав, получим:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$$

$$\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$$

Следовательно, активная мощность при несинусоидальных напряжениях и токах равна сумме активной мощности постоянных составляющих и активных мощностей всех гармонических составляющих тока и напряжения. Полная мощность:

$$S = UI$$

где  $U$  и  $I$  — действующие значения несинусоидальных напряжения и тока.

# Анализ линейных электрических цепей при несинусоидальном напряжении источника питания.

- Известно, что к линейным электрическим цепям применим метод наложения. В соответствии с этим запись периодического несинусоидального напряжения источника энергии рядом Фурье дает возможность представить его несколькими последовательно соединенными и одновременно действующими источниками ЭДС или напряжений и осуществлять анализ электрического состояний цепей на основе метода наложения.
- Например, рассмотрим электрическую цепь рис. 4.5а, в которой к источнику с несинусоидальной ЭДС подключены последовательно резистивный, индуктивный и емкостной элементы.

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin at + E_{2m} \sin 2at$$

С учетом вышесказанного, в рассматриваемой электрической цепи ЭДС  $e(t)$  может быть представлена тремя ЭДС (рис. 1.7б).

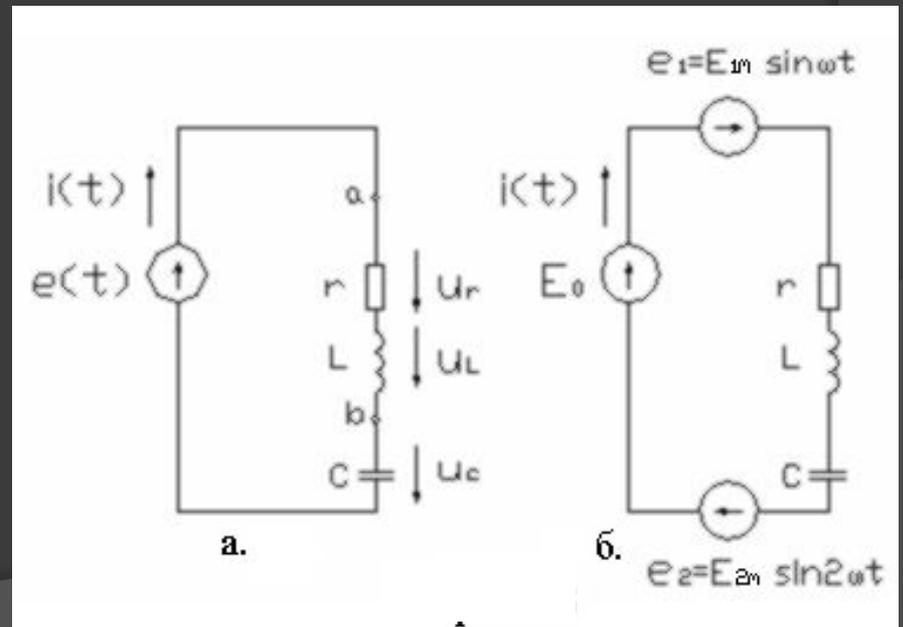


Рис.1.7

Графики  $E_0(t)$ , а также  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  изображены на рис. 1.8. В соответствии с методом наложения данная электрическая цепь рассчитывается как цепь, в которой действуют три независимые ЭДС. При этом определение тока и напряжений от ЭДС  $E_0$  осуществляется, как при расчете цепей постоянного тока, а от ЭДС  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  — как при расчете цепей синусоидального тока.

При расчете цепи от ЭДС  $e_2(t)$  и ЭДС более высших гармоник необходимо производить пересчет значений  $X_L$  и  $X_C$ , так как они зависят от частоты

$$X_{Ck} = 1/k\omega C$$

$$X_{Lk} = k\omega L$$

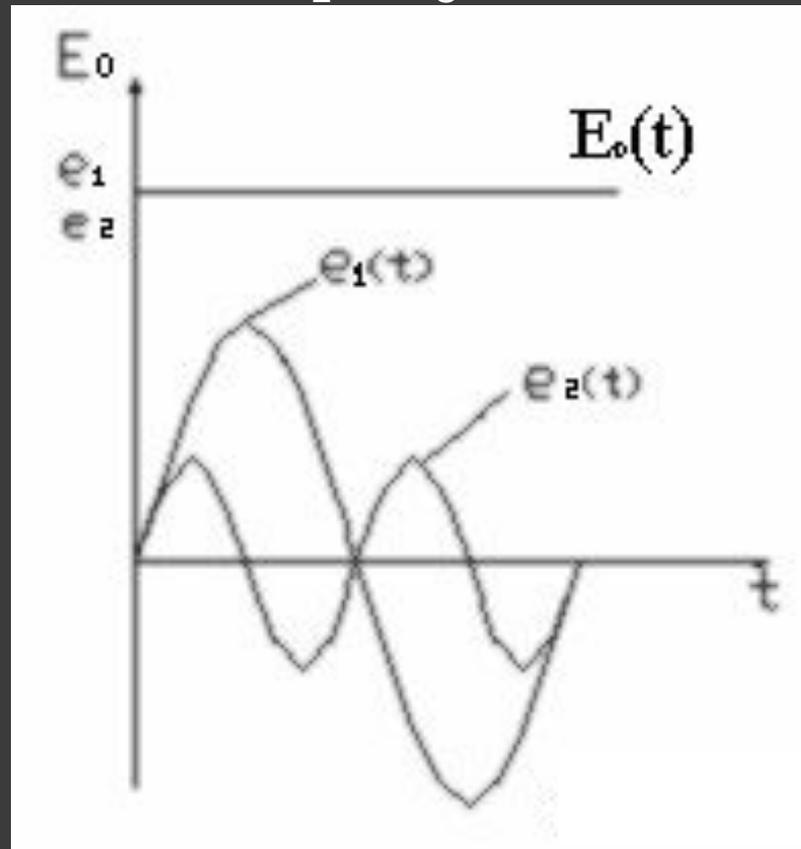


Рис.1.8.

В анализируемой электрической цепи постоянная составляющая ЭДС не вызывает установившегося тока, так как сопротивление емкостного элемента при постоянном токе равно бесконечности.

Определяем ток и напряжение в электрической цепи с ЭДС  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$ .

Для первой гармоники

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

Где

$$I_{1m} = \frac{E_{1m}}{z_1} = \frac{E_{1m}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

В общем случае

$$\varphi_k = \psi_{ke} - \psi_{ki}, \text{ тогда } \psi_{ki} = \psi_{ke} - \varphi_k, \text{ а для первой гармоники } \psi_{1i} = \psi_{1e} - \varphi_1$$

Для второй гармоники

$$i_2 = I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2)$$

Где

$$I_{2m} = \frac{E_{2m}}{z_2} = \frac{E_{2m}}{\sqrt{r^2 + (2\omega L - \frac{1}{2\omega C})^2}} \quad \varphi_2 = \arctg \frac{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{r}$$

$$\psi_{2i} = \psi_{2e} - \varphi_2$$

Напряжение  $U_r$ , резистивного элемента совпадает по фазе с током цепи и в общем случае:

$$u_r = U_{0r} + u_{1r} + u_{2r}, \text{ а так как } U_{0r} = I_0 r = 0, \text{ то } u_r = u_{1r} + u_{2r}$$

$$u_r(t) = U_{1mr} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2mr} \sin(2\omega t + \psi_2)$$

Аналогично могут быть определены значения  $u_L$  и  $u_C$ :

$$u_L(t) = I_{1m} x_L \sin(\omega t + \psi_1 + \frac{\pi}{2}) + I_{2m} 2x_L \sin(2\omega t + \psi_2 + \frac{\pi}{2})$$

$$u_C(t) = I_{1m} x_C \sin(\omega t + \psi_1 - \frac{\pi}{2}) + I_{2m} \frac{x_C}{2} \sin(2\omega t + \psi_2 - \frac{\pi}{2})$$

Определение гармонических составляющих токов  $i_1$  и  $i_2$ , а также напряжений  $U_r$ ,  $U_L$  и  $U_C$  можно также осуществить с использованием комплексных чисел

# Влияние резистивного, индуктивного и емкостного элементов цепи на форму кривой тока. Резонансные явления.

При резистивной нагрузке токи всех гармоник совпадают по фазе с соответствующими гармониками напряжений и форма кривой несинусоидального тока аналогична форме кривой напряжения.

В цепи с индуктивным элементом амплитуда тока основной гармоники определяется :

$$I_{1m} = U_{1m} / \omega L$$

амплитуды токов всех последующих гармонических составляющих :

$$I_{km} = U_{km} / k \omega L$$

Так как сопротивление индуктивного элемента увеличивается с переходом к высшим гармоникам, то амплитуда каждой гармоники тока будет уменьшаться обратно пропорционально порядку гармоники, и высшие гармоники тока будут проявляться в меньшей степени в общей кривой тока. Таким образом, кривая тока меньше отличается от синусоиды, чем кривая напряжения. Аналогично в цепи с емкостным элементом амплитуды токов основной и высших гармоник определяются как:

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{1/k\omega C}$$

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{1/\omega C}$$

Так как сопротивление емкостного элемента уменьшается с переходом к высшим гармоникам, то амплитуды гармоник тока будут увеличиваться пропорционально порядку гармоники, форма кривой тока будет искажаться еще больше в сравнении с кривой напряжения.

Поскольку с ростом частоты сопротивление индуктивного элемента увеличивается, а емкостного уменьшается, в электрической цепи рис. 1.7а может возникнуть резонанс напряжений либо для первой, либо для одной из высших гармоник. Условие возникновения резонанса напряжений для некоторой  $k$ -гармоники

$$k\omega L = 1/k\omega C$$

При этом амплитуда тока резонансной гармоники может значительно превысить амплитуды тока всех остальных гармоник, а на участках электрической цепи как с индуктивным, так и с емкостным элементом могут возникнуть перенапряжения. В электрических цепях несинусоидального тока при параллельном соединении катушки и конденсатора возможно возникновение резонанса тока либо для первой, либо для одной из высших гармоник с присущими данному резонансу явлениями.