ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ

- Вспомним планиметрию
  «Векторы на плоскости»

- «Векторы в пространстве»

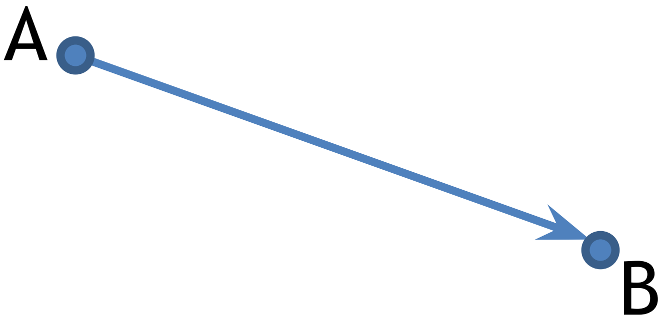
ТЕЗАУРУС ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ»

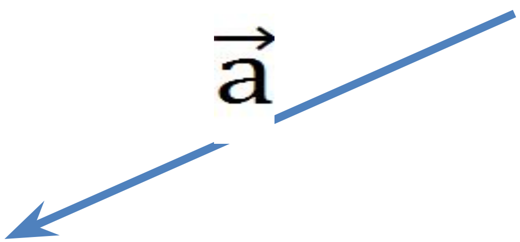
- Понятие вектора
- Направление вектора
- Равные векторы
- Коллинеарные вектора
- Абсолютная величина
- Задание 1

Действия над векторами

- Сложение векторов
- Задание 2
- Вычитание векторов
- Задание 3

ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА



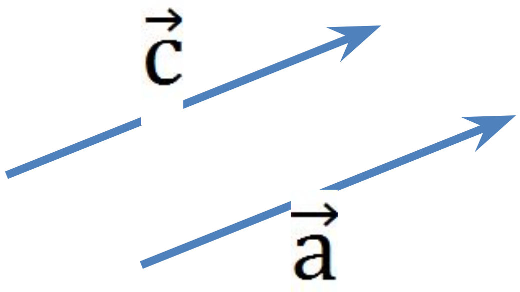


- Вектор – направленный отрезок
- А – начало вектора

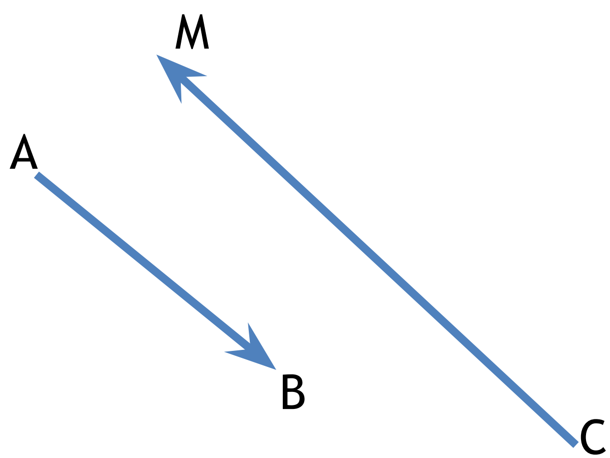
  В – конец вектора
- Обозначение:

  $\bar{a}, \vec{a}, \overrightarrow{AB}$

НАПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРА

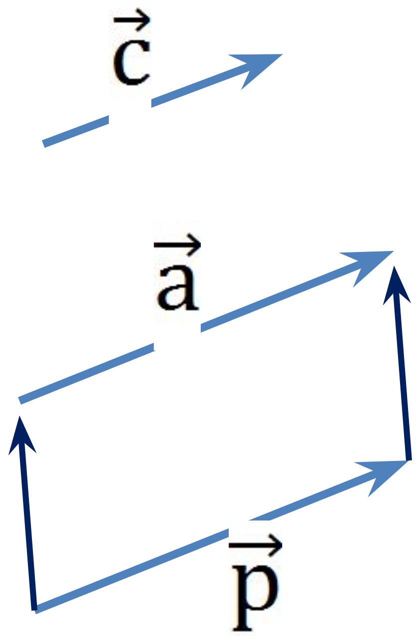


Векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ одинаково направлены



$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CM}$ противоположно направлены

РАВНЫЕ ВЕКТОРЫ

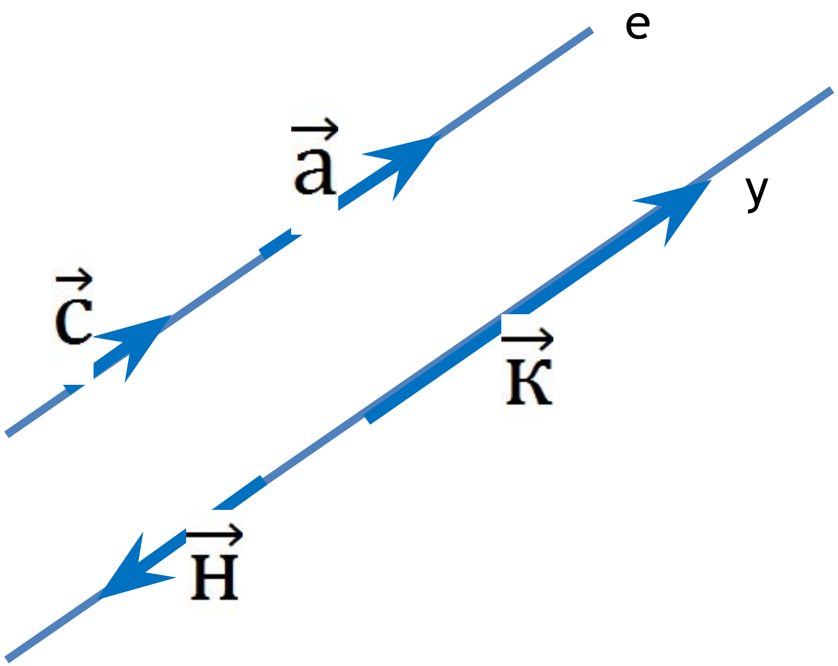


Два вектора называются равными, если они совмещаются параллельным переносом

$\vec{a}$ и $\vec{p}$ равны

Равные векторы одинаково направлены и равны по абсолютной величине

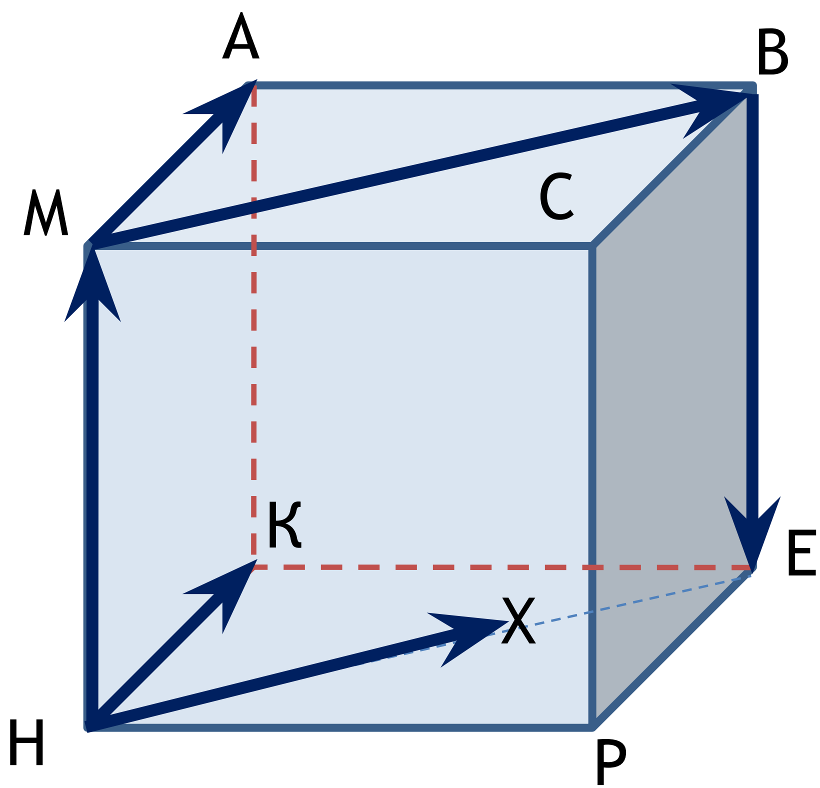
КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРА



- Коллинеарные вектора сонаправлены и лежат на параллельных прямых или на одной.
- $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{к}$ - коллинеарные

$\vec{к} = \lambda \cdot \vec{a}$

ЗАДАНИЕ 1:
НА МОДЕЛИ КУБА НАЙДИТЕ



- Одинаково направленные

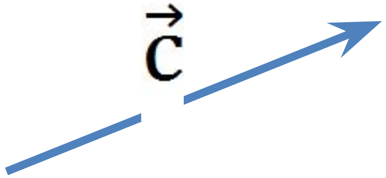
$\overrightarrow{MA}$ и $\overrightarrow{HK}$ $\overrightarrow{MB}$ и $\overrightarrow{HX}$

- Противоположно направленные

$\overrightarrow{BE}$ и $\overrightarrow{HM}$

- Равные

АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА ВЕКТОРА



Абсолютная величина (или модуль) вектора – длина отрезка, изображающего вектор

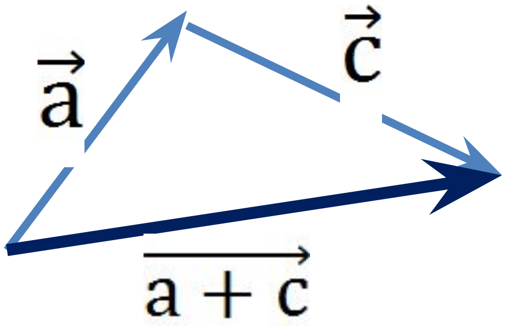
Обозначение: $|\vec{c}|$

$\vec{0}$

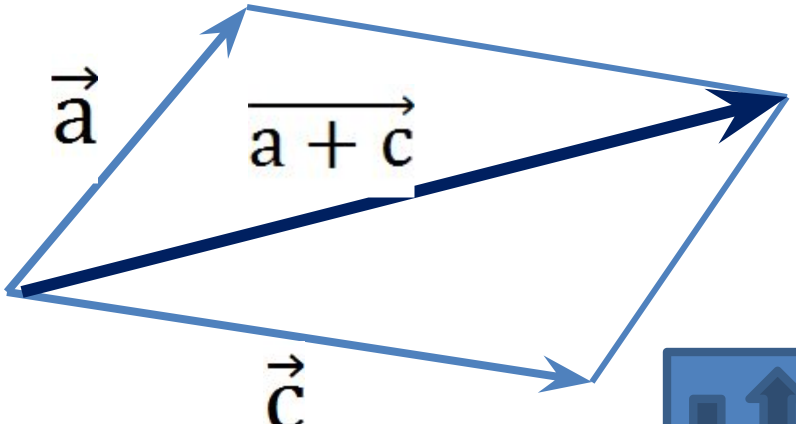
Нулевой вектор – вектор, у которого начало совпадает с его концом

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

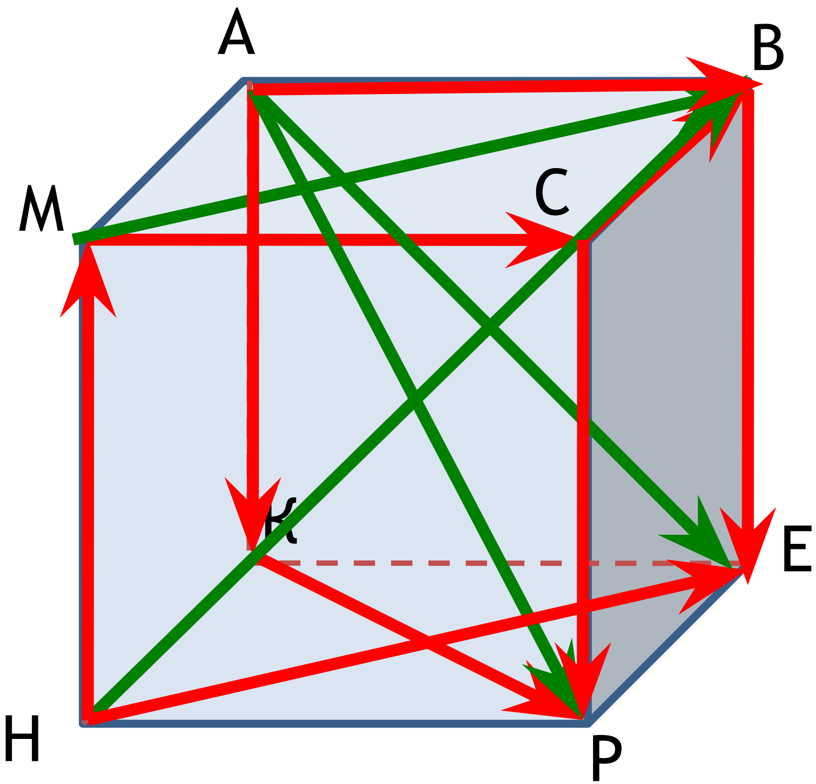
- Сложение векторов
  - «Правило треугольника»



- Сложение векторов
  - «Правило параллелограмма»



ЗАДАНИЕ 2: НАЙДИТЕ СУММУ ВЕКТОРОВ



$$\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MB}$$

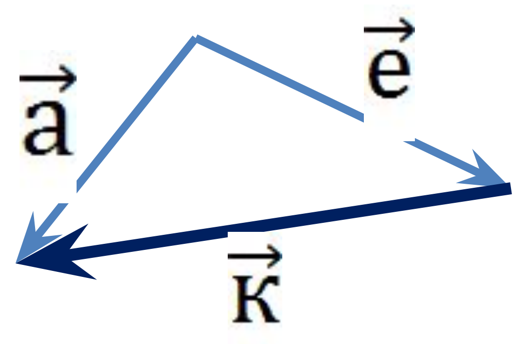
$$\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KP} = \overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{HM} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HB}$$

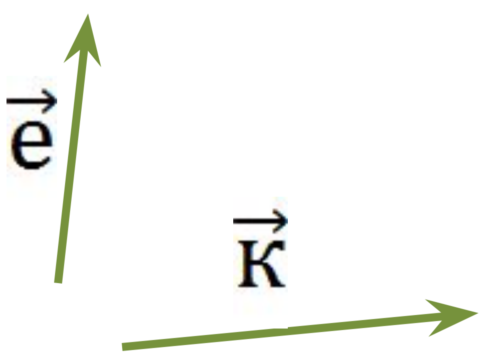
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$$

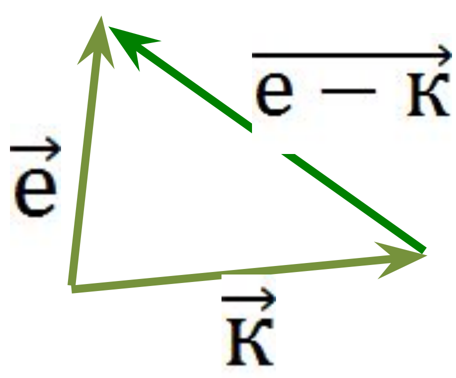
ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

- Разностью векторов ***а*** и **с** называется такой вектор ***к***, который в сумме с вектором ***с*** дает вектор ***а***

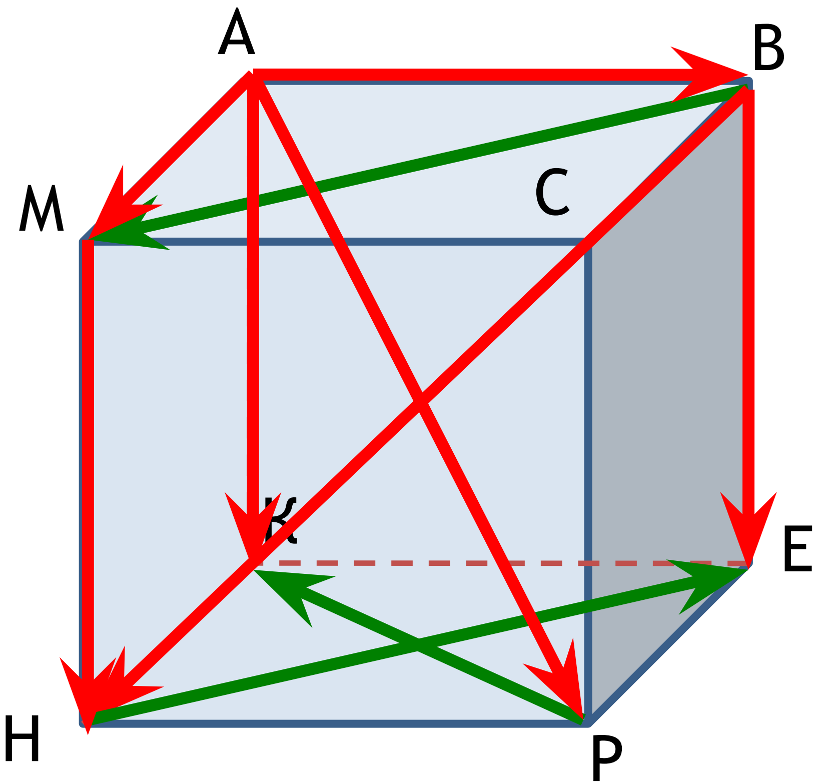


Например: найти разность векторов ***е*** и ***к***





ЗАДАНИЕ 3:
НАЙДИТЕ РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ



$$\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BM}$$

$$\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{HE}$$

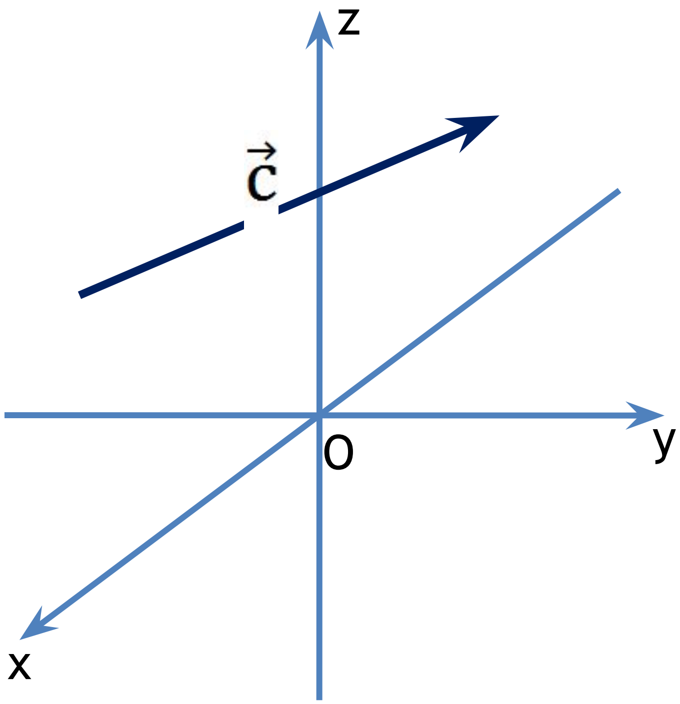
$$\overrightarrow{MH}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PK}$$

Тема «Векторы в пространстве»

- Вектор, направление, абсолютная величина
- Координаты вектора в пространстве
- Равные вектора
- Сложение векторов в пространстве
- Умножение вектора на число
- Скалярное произведение векторов

- Задание 4
- Задание 5

ВЕКТОР, АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА, НАПРАВЛЕНИЕ



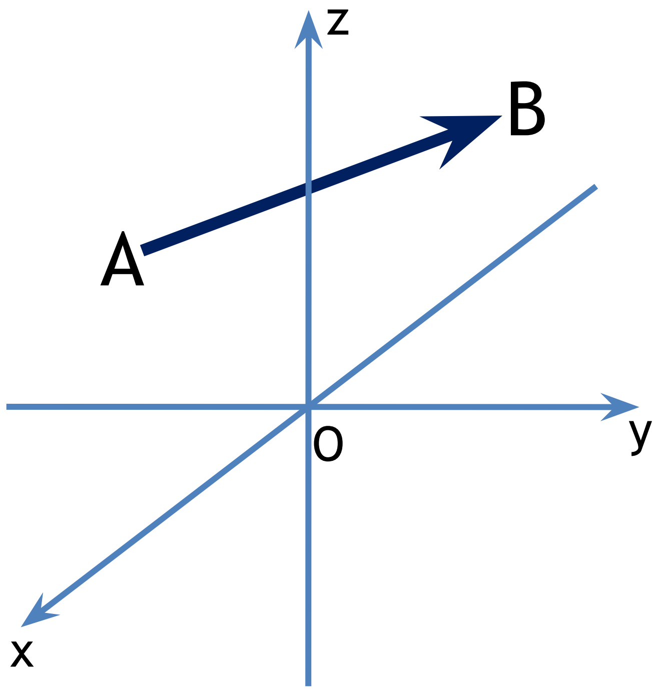
- В пространстве, как и на плоскости, **вектором** называется направленный отрезок
- Основные понятия: *абсолютная величина*, *направление* определяются так же как и на плоскости

КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ

- Координаты вектора

$A(x_1;y_1;z_1)$ $B(x_2;y_2;z_2)$

$$\overrightarrow{AB}(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)$$



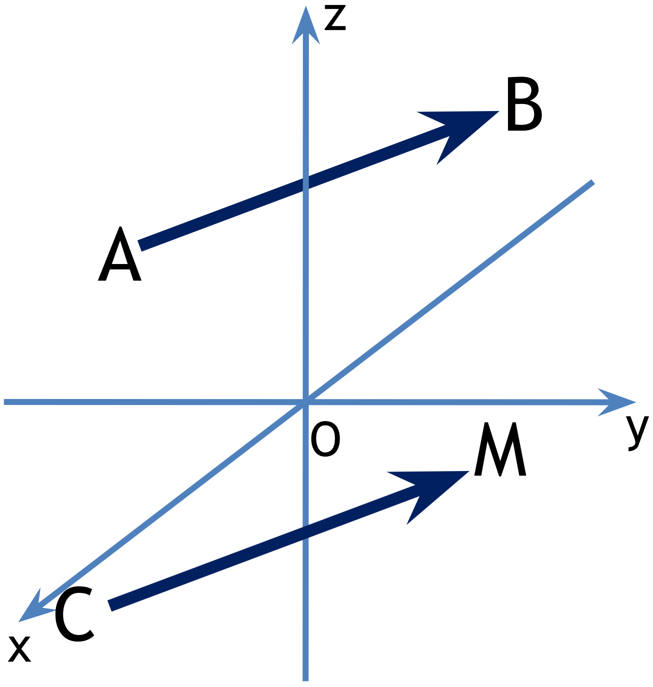
Пример:
определить координаты $\overrightarrow{MC}$,
если M(9;3;-6) и C(-5; 4;-1)

$\overrightarrow{MC}$ (-5-9; 4-3; -1-(-6))

$\overrightarrow{MC}$ (-14;1;5)

РАВНЫЕ ВЕКТОРЫ

- Равные векторы имеют равные соответствующие координаты



$\overrightarrow{AB}(x;y;z)$ $\overrightarrow{CM}(a;b;c)$

Если x=a,y=b, z=c, то

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$

Задание 4:
Укажите пары равных векторов

- *Дано*: A(2;7;-3); B(1;0;3); C(-3;-4;5); M(-2;3;-1)
  Определить: пары равных векторов
  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BM}$

Решение:

$\overrightarrow{AB}(-1;-7;6)$ $\overrightarrow{BC}(-4;-4;2)$ $\overrightarrow{MC}(-1;-7;6)$

$\overrightarrow{AM}(-4;-4;2)$ $\overrightarrow{AC}(-5;-11;8)$ $\overrightarrow{BM}(-3;3;-4)$

Равны соответствующие координаты у векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{BC}$, значит, они попарно равны

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Суммой векторов $\vec{a}$ (a;b;c) и $\vec{в}$(m;n;k) называется вектор $\vec{c}$(a+m;b+n;c+k)

- *Например*, найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{к}$, если $\vec{a}$(-5;3;-9) и $\vec{к}$(4; -2; 8)

Решение:

$\vec{c}$(-5+4; 3+(-2); -9+8)

$\vec{c}$(-1; 1; 1)

УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

- Произведением вектора $\vec{a}$ (а;в;с) на число λ называется вектор $\lambda\vec{a}$ (λа; λв; λс)

- *Например*, найти координаты вектора $4\vec{к}$, если $\vec{к}$(5;-1;-2)

Решение:

$$4\vec{к}(4\cdot5;4\cdot(-1);4\cdot(-2)) = 4\vec{к}\,(20;-4;-8)$$

$$4\vec{к}\,(20;-4;-8)$$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Скалярным произведением векторов $\vec{a}$(а;в;с) и $\vec{к}$(x;y;z) называется число $\vec{a} \cdot \vec{к}$ =ax+вy+cz

Например,
найти скалярное произведение векторов
$\vec{к}(-4; 3; 2)$ и $\vec{c}(-1; -5; -2)$

Решение: $\vec{к} \cdot \vec{c} = -4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-5) + 2 \cdot (-2)$
$= 4 - 15 - 4 = -15$

ЗАДАНИЕ 5: ВЫПОЛНИТЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Дано: $\vec{y}(0;-6;1)$ и $\vec{x}(2;-3;0)$

- Найти:

$2\vec{x}$	$2\vec{x}(4;-6;0)$
$4\vec{y}$	$4\vec{y}(0;-24;4)$
$\vec{x}-\vec{y}$	$\vec{x}-\vec{y}(2;3;-1)$
$2\vec{x}+4\vec{y}$	$2\vec{x}+4\vec{y}(4;-30;4)$
$\vec{x}\cdot\vec{y}$	$\vec{x}\cdot\vec{y}=18$

- Использовалось учебное пособие автора Погорелова А.П. «Геометрия 10-11». Учебник для общеобразовательных учреждений, М: Просвещение, 2009.

  Из данного учебного пособия заимствованы рассматриваемые в работе понятия

- Все рисунки и задачи авторские