

Решение задач на алгебру ЛОГИКИ

Задача 1

В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка - Антипов (А), Борисов (В), Цветков (С) и Дмитриев (D). Известно, что:

- 1) Если А нарушил, то и В нарушил правила обмена валюты.
- 2) Если В нарушил, то и С нарушил или А не нарушал.
- 3) Если D не нарушил, то А нарушил, а С не нарушал.
- 4) Если D нарушил, то и А нарушил.

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?

Решение:

Чтобы решить эту задачу, необходимо провести процесс формализации условия, сформировать единое логическое выражение и провести его упрощение. Выделим из условия четыре простых высказывания: «А нарушил правила», «В нарушил правила», «С нарушил правила», и «D нарушил правила». Обозначим их соответственно буквами А, В, С, D. Тогда высказывания из условия формализуются следующим образом (конъюнкция не обозначается никак):

1) $A \rightarrow B;$

2) $B \rightarrow C \vee \neg A;$

3) $\neg D \rightarrow A \neg C;$

4) $D \rightarrow A.$

Нам известно, что выполняются все 4 высказывания, следовательно, нужно объединить их знаками конъюнкции и найти наборы, при которых получившееся общее высказывание будет истинным. Эти наборы и покажут нам, какие возможны ситуации (правила обмена нарушил тот, у кого переменная в итоговом наборе имеет значение «1»).

Итак, строим логическое
выражение:

$$(A \rightarrow B)(B \rightarrow C \vee A)(\neg D \rightarrow A \neg C)(D \rightarrow A)$$

.

Теперь будем его упрощать. По алгоритму первым делом избавляемся от операции импликации. Получаем следующее выражение:

$$(\neg A \vee B)(\neg B \vee C \vee \neg A)(D \vee A \neg C)(\neg D \vee A).$$

Раскрываем скобки. Первую перемножаем со второй, а третью с четвёртой.

$$(\neg A \rightarrow B \vee \neg AC \vee \neg A \vee BC \vee B \rightarrow A)(DA \vee A \rightarrow C \rightarrow D \vee A \rightarrow C).$$

Напомним, что слагаемые, равные нулю по причине того, что в них входит сразу и переменная и её отрицание, мы не записываем. В первой скобке теперь можно применить тождество поглощения, и «съесть» все слагаемые, имеющие в своём составе A с отрицанием. Во второй скобке можно также применить тождество поглощения, и «съесть» второе слагаемое.

В итоге получаем:

$$(\neg A \vee BC)(DA \vee A\neg C).$$

При раскрытии оставшихся скобок три из четырёх слагаемых окажутся равными нулю, а последнее будет выглядеть следующим образом: ABCD. Из этого следует, что все четверо работников банка нарушили правило обмена валюты. (Только в этой ситуации предположения из условия задачи одновременно выполняются).

Ответ:

Правила обмена валюты нарушили все.