

Алгебра и начала анализа, 10 класс

Теоремы о вероятностях.





Теоретический материал по теме

Классическое определение вероятностей.

- Пусть A – элементарное событие случайного опыта;
- $P(A)$ – вероятность наступления случайного события A ;

$N(A)$ – количество элементарных событий, благоприятствующих случайному событию A ;

N – общее число элементарных равновозможных событий опыта;

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} \text{ - вероятность случайного события } A.$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Два события называются **совместными**, если они могут произойти одновременно при одном исходе эксперимента и **несовместными**, если они не могут происходить одновременно.

События А и В называются **противоположными**, если они несовместны и одно из них обязательно происходит.

Событие, противоположное событию А, обозначают символом \bar{A} .

Сумма вероятностей противоположных событий равна 1. **$P(A)+P(\bar{A})=1$.**

Объединением (суммой) двух случайных событий А и В называется случайное событие $A+B$ ($A \cup B$), состоящее в появлении события А или события В или события А и В одновременно.

Вероятность объединения (суммы) двух *несовместных* событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \text{ или } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

*Заметим, что если при определении нового события, мы употребляем союз «ИЛИ», то имеет место **сумма** некоторых событий.*

Вероятность появления хотя бы одного из двух **совместных** событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) \text{ или}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Пересечением (произведением) двух событий A и B называется событие, состоящее в совместном (одновременном или последовательном) осуществлении обоих событий A и B.

Заметим, что если при определении нового события, употребляем союз «И», то имеет место пересечение (произведение) некоторых событий.

. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение.

Определим события:

A = {вопрос на тему «Вписанная окружность»}, $P(A)=0,2$.

B = {вопрос на тему «Параллелограмм»}, $P(B)=0,15$.

События **A** и **B** несовместны, так как по условию в списке нет вопросов, относящихся к этим двум темам одновременно. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A)+P(B)=0,2 + 0,15 = 0,35$.

Ответ:0,35

. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

Введем обозначения для событий:

A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет»,

B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда

$A + B$ = «чайник прослужит больше года».

События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения.

Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю.

Тогда: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B)$,

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0,97 = P(A) + 0,89.$$

$$\text{Тогда: } P(A) = 0,97 - 0,89 = 0,08.$$

Ответ: 0,08

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Решение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 с вероятностью 0,965.

Искомая вероятность противоположного события равна

$$1 - 0,965 = 0,035$$

Ответ: 0,035



Спасибо за внимание!