

# «Економічний сенс похідної»

Проєкт підготували учні 10-А класу

Кіселар Владислав, Кіселар Валерія, Олізарович Роман

*«Рано чи пізно будь-яка правильна математична ідея знаходить застосування у тій чи іншій справі» (А. Н. Крилов)*

# «Економічний сенс похідної»

- **Цілі проєкта:** узагальнити, систематизувати, поглибити отримані знання на тему «Похідна» та показати практичне застосування в економіці.
- **Актуальність проєкта:** Похідна функції відіграє важливу роль у соціально-економічних дослідженнях. Похідна широко використовуються в різних сферах діяльності людини, тому вміння прогнозувати, вирішувати має величезне значення у практичній діяльності. Похідна належить до математичних понять, які носять міжпредметний характер, і широко застосовуються у фізиці, економіці, хімії, біології, у техніці та інших галузях наук.

- Економіка – це наука про обмеженість та вибір, яка визначає та аналізує вибір суспільства при обмежених ресурсах для задоволення потреб.
- Економіку сьогодні потрібно уявляти, як сукупність методів, що створюють умови для виживання та прогресу людства. Багато економічних понять, таких як депозит, акція, вартість, інфляція, прибуток, банківський відсоток, банкрутство, дивіденди, продуктивність праці становлять той фон, на якому проходить життя нашого суспільства. Тому сьогодні постає питання про економічну грамотність суспільства, його культуру.

# «Економічний сенс похідної».

## Продуктивність праці

- Продуктивність праці - міра (вимірювач) ефективності праці. Продуктивність праці вимірюється кількістю продукції, випущеної працівником якийсь час. З визначення випливає, що продуктивність праці визначається обсягом випущеної продукції протягом певного часу. В економіці часто обсяг виробленої продукції задається формулою. Наприклад, нехай обсяг продукції випущеної протягом дня заданий формулою  $y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$ , де  $t$  - час. Для знаходження продуктивності праці у певний проміжок часу  $t_0$ , необхідно знайти граничне середнє значення середньої продуктивності за період часу від  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$ , т.е.  $y'(x)$ .

**Тобто, продуктивність праці є похідна обсягу своєї продукції.**

# «Економічний сенс похідної».

## Продуктивність праці

Наприклад:

**Задача 1:** Обчислити продуктивність праці під час кожної години роботи, за умови, що обсяг продукції протягом робочого дня представлений функцією  $y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$ ,  $t$  – час

1. Знайдемо похідну  $y'(t) = -6t^2 + 20t + 50$

2. Знайдемо значення похідної протягом кожної години,

$$t=1 \quad y'(1) = -6*1^2 + 20*1 + 50 = 64$$

$$t=2 \quad y'(2) = -6*2^2 + 20*2 + 50 = 66$$

$$t=3 \quad y'(3) = -6*3^2 + 20*3 + 50 = 56$$

$$t=4 \quad y'(4) = -6*4^2 + 20*4 + 50 = 34$$

$$t=5 \quad y'(5) = -6*5^2 + 20*5 + 50 = 0$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = f'(t)$$

# **«Економічний сенс похідної».**

## **Продуктивність праці**

- Після другої години роботи продуктивність починає падати. Такий результат є наслідком втоми, погіршенням умов у приміщенні та багато інших факторів, що впливають на продуктивність праці.
- Зверніть вашу увагу на те, що недостатньо просто знайти результат, головне правильно зробити висновки.

# «ЕКОНОМІЧНИЙ СЕНС ПОХІДНОЇ»

Таким чином розраховують:

- Зростання чисельності населення протягом певного часу  $t$  є функція  $N = f(t)$ . Межа, якщо вона існує, визначає швидкість зростання населення.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = N'(t)$$

- Витрата природних ресурсів  $Q$  протягом часу  $t$  є функцією  $Q = f(t)$ . Межа, якщо вона існує, визначає швидкість витрати ресурсів.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q'(t)$$

- Ви  $u$  овару залежить від кількості  $x$ :  $u = u(x)$ . Межа, якщо вона існує, називається граничною виручкою.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = u'(x)$$

та інше...

## «Економічний сенс похідної». Граничні витрати (издержки производства)

- Витрати виробництва  $K$  залежать від кількості продукції, що випускається  $x: K = K(x)$ . Межа, якщо вона існує, називається граничними витратами.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta x} = K'(x)$$



## Задача 2

Цементний завод виробляє  $X$  т. цементу щодня. За договором він повинен щоденно постачати будівельній фірмі не менше 20 т. цементу. Виробничі потужності заводу такі, що випуск цементу неспроможна перевищувати 90 т. на добу. Обчисліть, за якого обсягу виробництва питомі витрати будуть найбільшими (найменшими), якщо функція витрат має вигляд:

$K = -x^3 + 98x^2 + 200x$ . Питомі витрати становитимуть:  $K/x = -x^2 + 98x + 200$

Наше завдання зводиться до пошуку найбільшого та найменшого значення функції

$Y = -x^2 + 98x + 200$  на проміжку  $[20; 90]$ ;  $y' = -2x + 98$ ;  $y' = 0$ ;  $-2x + 98 = 0$ ;  $x = 49$

$x = 49$ , критична точка функції. Обчислюємо значення функції на кінцях проміжках та у критичній точці.  $f(20) = 1760$ ,  $f(49) = 260$ ,  $f(90) = 320$ .

Таким чином, при випуску 49 тонн цементу в день питомі витрати максимальні, це економічно не вигідно, а при випуску 90 тонн в день мінімально, отже, можна порадишити працювати заводу на граничній потужності і знаходити можливості вдосконалити технологію, оскільки далі діятиме закон спадаючої прибутковості. І без реконструкції не можна буде збільшити випуск продукції.

## Задача 3

Підприємство виробляє  $X$  одиниць певної однорідної продукції місяць.  
Встановлено, що залежність фінансових накопичень підприємства від обсягу випуску виражається формулою  $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$ .

Ціль: дослідити потенціал підприємства.

Функція досліджується за допомогою похідної.

$$f'(x) = -0,06x^2 + 600$$

$$f'(x) = 0, -0,06x^2 + 600 = 0, x = 100$$

Тобто, при  $x = 100$  функція досягає максимуму.

**Висновок:** фінансові накопичення підприємства зростають зі збільшенням обсягу виробництва до 100 одиниць, при  $x = 100$  вони досягають максимуму та обсяг накопичення дорівнює 39000 грошових одиниць. Подальше зростання виробництва призводить до скорочення фінансових накопичень.

# Висновок

Математика успішно проникає до інших наук, багато в чому це відбувається завдяки диференціації. Мова математики універсальна, що є ефективним відображенням універсальності законів навколишнього різноманіття світу.

Поняття похідної економіки відповідає на багато важливих питань:

- Граничні показники в мікроекономіці допомагають визначити міру реакції величини попиту на даний товар чи послугу;
- Оптимальний рівень оподаткування;
- Максимізація виробництва, де необхідне виконання умови: граничні витрати повинні дорівнювати граничному доходу;

# Висновок

У більшості похідна виступає як інтенсивність зміни деякого економічного об'єкта (процесу) за часом або щодо іншого і досліджуваного фактора

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = N'(t)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q'(t)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = u'(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta x} = K'(x)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta t} = T'(t)$$

Дякуємо за увагу!