

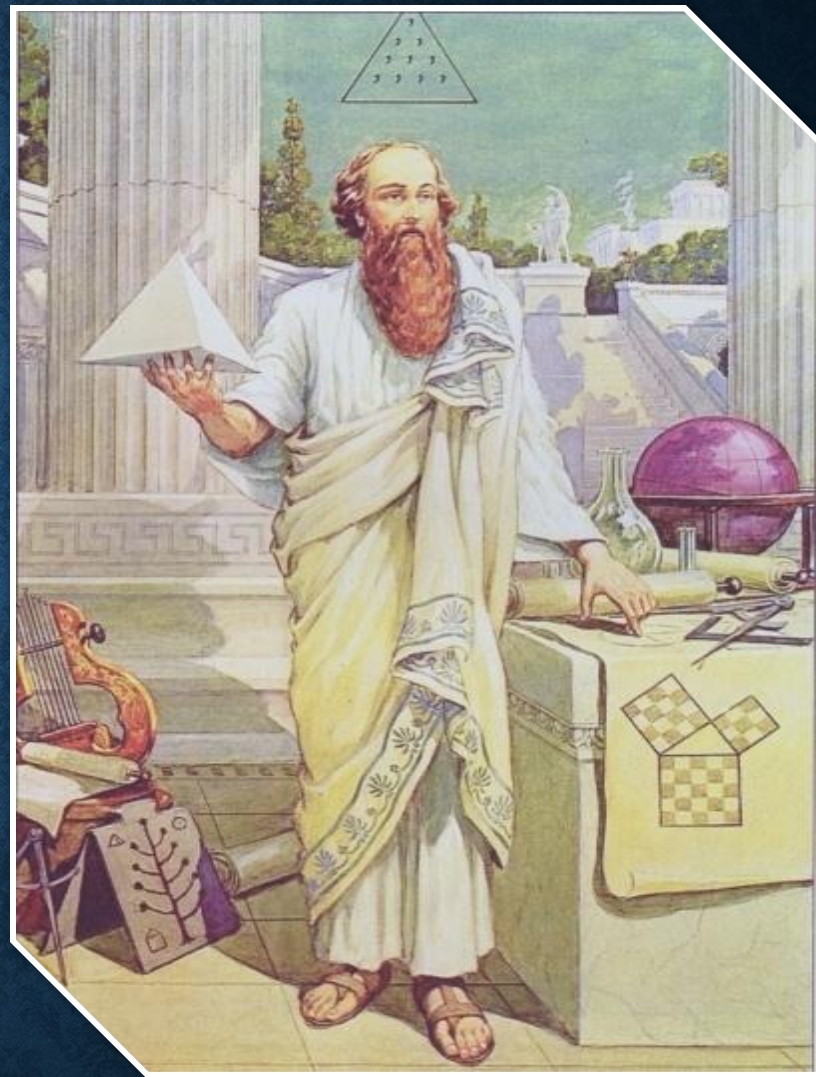


Неопределенный интеграл

Способы нахождения

Студентка группы ТПО-1
Захарова Мария Юрьевна

Интегральное
исчисление появилось
во времена античного
периода развития
математической науки и
началось с метода
исчерпывания, который
разработан
математиками Древней
Греции, и представлял
собой набор правил,
разработанных
Евдоксом Книдским. По
этим правилам
вычисляли площади и



Евдокс Книдский
ок. 408 — ок. 355 год до н. э.



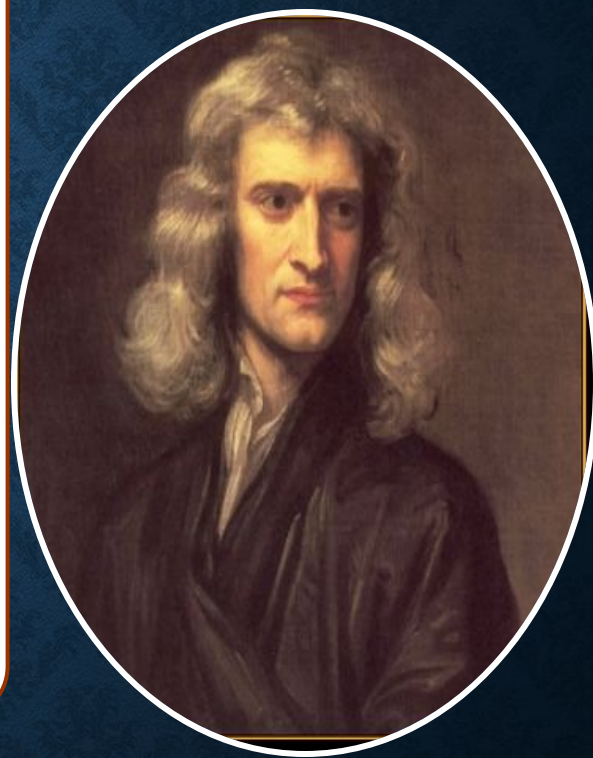
**Лейбниц
Готфрид
Вильгельм
(1646-1716)**

**Символ $\int$
введен
Лейбницем (1675
г.). Этот знак
является
изменением
латинской
буквы S (первой
буквы слова
summa).**



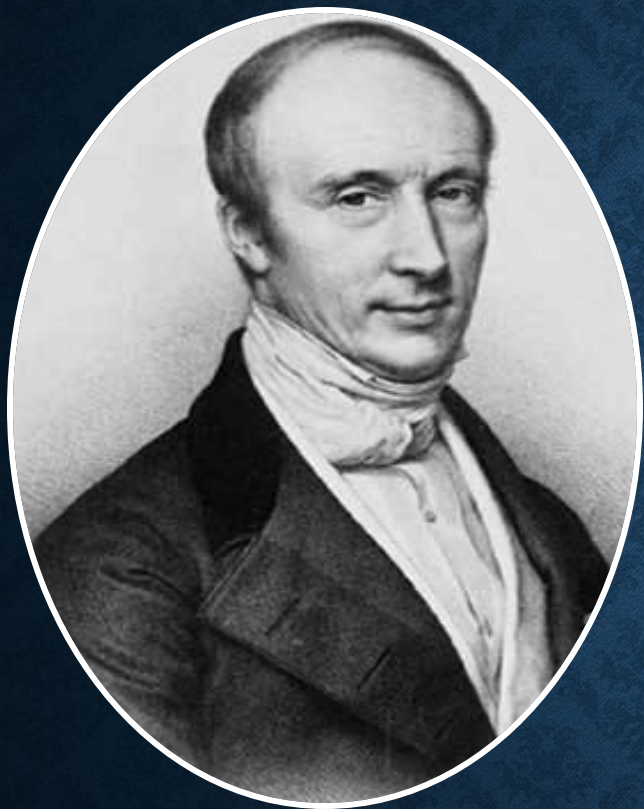
**Готфрид Вильгельм
Лейбниц (1646—1716)**

**Ньютон и Лейбниц
открыли
независимо друг от
друга факт,
известный под
названием
формулы
Ньютона –
Лейбница.**

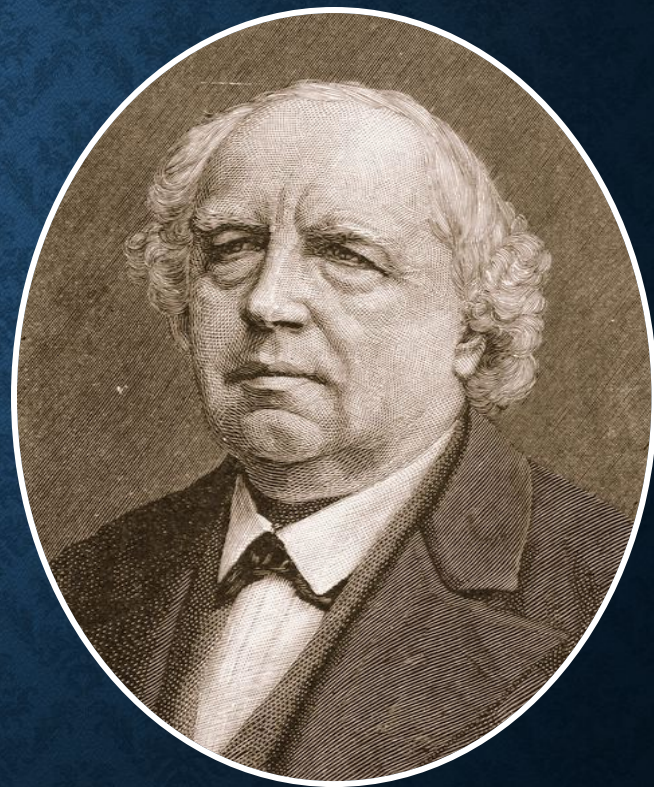


**Исаак Ньютон
(1643 – 1727)**

Работы **Коши** и **Вейерштрасса**
подвели итог многовековому
развитию интегрального
исчисления.



Огюстен Луи Коши
(1789 – 1857)



Карл Теодор Вильгельм
Вейерштрасс (1815 1897)

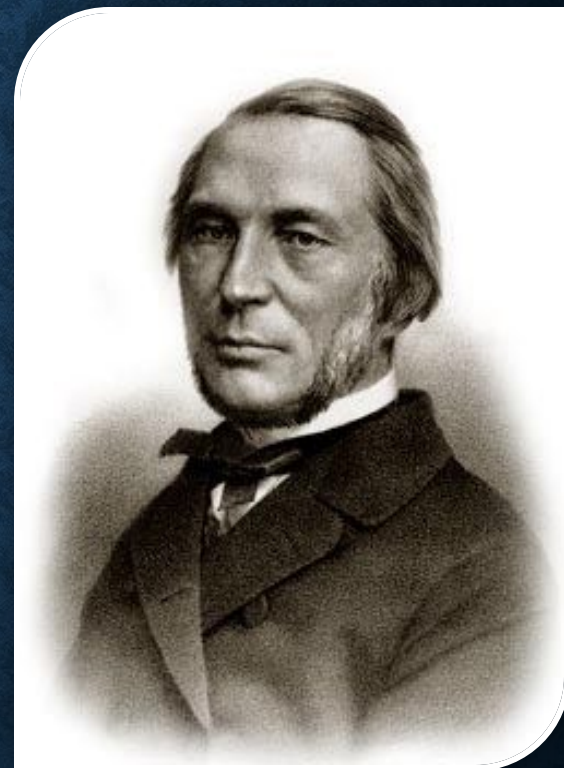
В развитии интегрального исчисления приняли участие **русские математики**:



В.Я. Буняковский
(1804 – 1889)



М.В. Остроградский
(1801 – 1862)



П.Л. Чебышев
(1821 – 1894)

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Неопределенным интегралом от непрерывной функции $f(x)$ на интервале $(a; b)$ называют любую ее первообразную функцию.

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

Где C – произвольная постоянная (**const**).



Установить соответствие. Найти такой общий вид первообразной, которая соответствует заданной функции.

1. $f(x) = x^n$

2. $f(x) = C$

3. $f(x) = \sin x$

4. $f(x) =$

$\frac{1}{\sin^2 x}$

5. $f(x) = \cos x$

6. $f(x) =$

$\frac{1}{\cos^2 x}$

1. $F(x) = Cx + C$

2. $F(x) =$

$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

3. $F(x) = \operatorname{tg} x + C$

4. $F(x) = \sin x + C$

5. $F(x) = \operatorname{ctg} x + C$

6. $F(x) = -\cos x + C$

Свойства

$$\int (f(x) + g(x)) dx =$$

$$\int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int C f(x) dx = C \int f(x) dx$$

Свойства

ИНТЕГРАЛОВ

$$\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$$

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

$$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$$

ОСНОВНЫЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

МЕТОДЫ

1. Табличный.

*2. Сведение к табличному
преобразованием
подынтегрального выражения в
сумму или разность.*

*3. Интегрирование с помощью
замены переменной
(подстановкой).*

4. Интегрирование по частям

НАЙТИ ПЕРВООБРАЗНЫЕ ДЛЯ

1) $f(x) = 10x$ **ФУНКЦИИ:** $F(x) = 5x^2 + C$

$$F(x) = x^3 + C$$

2) $f(x) = 3x^2$

$$F(x) = -\cos x + 5x + C$$

3) $f(x) =$

$$F(x) = 5\sin x + C$$

$\sin x + 5$

$$F(x) = 2x^3 + C$$

$$F(x) = 3x - x^2 + C$$

4) $f(x) = 5\cos x$

5) $f(x) = 6x^2$

6) $f(x) = 3 - 2x$

ВЕРНО ЛИ ЧТО:

а)

$$\int x^5 dx = 5x^4 + C$$

б)

$$\int 3x^2 dx = x^3 + C$$

в)

$$\int 3x^2 dx = 6x + C$$

г)

$$\int x^6 dx = \frac{1}{7}x^7 + C$$

Пример 1.

$$\int (3x^5 + 4 \cos x - 2x + 1) dx =$$

Интеграл суммы выражений равен сумме интегралов этих выражений

Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла

$$\int 3x^5 dx + \int 4 \cos x dx - \int 2x dx + \int 1 dx =$$

$$3 \int x^5 dx + 4 \int \cos x dx - 2 \int x dx + 1 \int dx =$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$$

$$\int \cos x dx = \sin x +$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$$

$$\int dx = x + c$$

$$\frac{3x^{5+1}}{5+1} + 4\sin x - \frac{2x^2}{2} + x + C \rightarrow \frac{1}{2}x^6 + 4\sin x - x^2 + x + C$$

Пример 2.

$$\int \left(\frac{3}{x^5} - x^4 + 7e^x - \frac{2}{x} \right) dx$$

Проверить
решение



$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

**Записать
решение:**

$$\int \left(3x^{-5} - x^4 + 7e^x - \frac{2}{x} \right) dx$$

$$3 \int x^{-5} dx - \int x^4 dx + 7 \int e^x dx - 2 \int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{3x^{-4}}{-4} - \frac{x^5}{5} + 7e^x - 2\ln x + c$$

$$-\frac{3}{4x^4} - \frac{1}{5}x^5 + 7e^x - 2\ln x + c$$

Пример 3.

$$\int \left(\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3\sqrt{x} \right) dx$$

Проверить
решение



$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

Записать
решение:

$$\int \left(\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx$$



$$4 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int x^3 dx - 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx$$



$$4 \operatorname{tg} x + \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$



$$4 \operatorname{tg} x + \frac{1}{4} x^4 - 2x\sqrt{x} + C$$

Пример 4.

$$\int \sin(6x + 2) dx$$

Проверить
решение

Записать
решение:

Введем новую переменную и
выразим дифференциалы:

$$6x + 2 = u$$

$$du = 6dx, \quad dx = \frac{1}{6} du$$

$$\int \sin(6x + 2) dx = \int \sin u \cdot \frac{1}{6} du$$

$$= \frac{1}{6} \int \sin u du = -\frac{1}{6} \cos u + c$$

$$-\frac{1}{6} \cos u + c =$$
$$-\frac{1}{6} \cos(6x + 2) + C$$

Пример 5.

$$\int \sqrt{3 - 6x} dx$$

Проверить
решение

$$u = 3 - 6x$$

**Записать
решение:**

Выполняем замену:

$$u = 3 - 6x$$

Выражаем дифференциалы:

$$du = -6dx \quad dx = -\frac{1}{6} du$$

$$-\frac{1}{6} \int \sqrt{u} du = -\frac{1}{6} \int u^{\frac{1}{2}} du$$

$$-\frac{1}{6} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$-\frac{1}{9} (3 - 6x)^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{9} \sqrt{(3 - 6x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{9} (3 - 6x) \sqrt{3 - 6x} + C$$



Самостоятельная работа Найти неопределенный интеграл

Проверить
решение

Уровень «А» (на «3»)

$$1) \frac{1}{6} x^6 + \frac{3}{2} x^2 - 4x + C$$

$$2) 5x^5 + 3e^x - 4 \ln x + C$$

Уровень «В» (на «4»)

$$3) \frac{1}{20} (3 + 4x)^5 + C$$

$$4) \frac{1}{6} e^{6x-3} + C$$

Уровень «С» (на «5»)

$$5) \frac{1}{5} \sin(5x - 4) + C$$

$$6) 2 \operatorname{ctg} x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5x^5} + C$$

Задание

Установить соответствие. Найти такой общий вид первообразной, которая соответствует заданной функции.

$$1. f(x) = x + x^3$$

$$2. f(x) = 2 \cdot \cos x$$

$$3. f(x) = 8 - 5x + 10x^2$$

$$4. f(x) = (4 - 3x)^9$$

$$1. F(x) = \frac{x}{2} + \cos x + C$$

$$2. F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + C$$

$$3. F(x) = 8x - \frac{5x^2}{2} + \frac{10x^3}{3} + C$$

$$4. F(x) = 2 \sin x + C$$

$$5. F(x) = 8x + \sin x + \frac{10x^2}{3} + C$$

$$6. F(x) = -\frac{1}{30} (4 - 3x)^{10} + C$$

$$7. F(x) = -\frac{1}{3} (4 - 3x)^{10} + C$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ