

Распределение Максвелла по скоростям

- Газ состоит из N тождественных молекул
- Молекулы находятся в хаотическом тепловом движении
- $dN(V)$ – количество молекул, скорости которых лежат от V до $(V+dV)$

$$\frac{dN(V)}{N}$$

Относительное количество молекул скорости которых лежат от V до $(V+dV)$

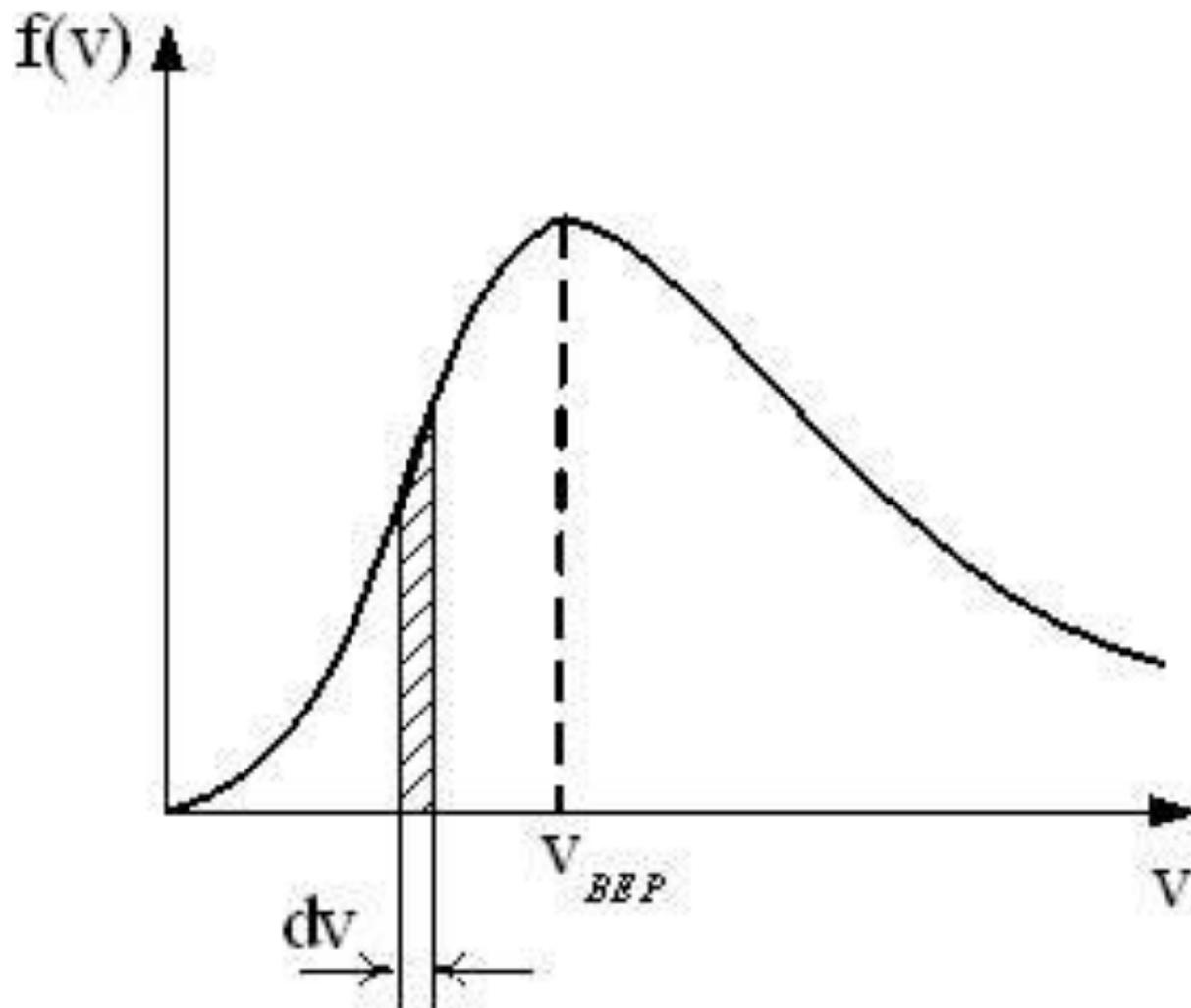
$$\frac{dN(V)}{N} = f(V)dV$$

$f(V)$ Функция распределения
молекул по скоростям

$$f(V) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} V^2 e^{-\frac{m_0 V^2}{2kT}}$$

m_0 Масса молекулы

- Зависит от типа газа и температуры



Свойства распределения Максвелла

- 1. Площадь под кривой = 1

$$\int_0^{\infty} f(V) dV = 1$$

- 2. Существует максимум, которому соответствует **наиболее вероятная скорость**

$$\frac{d}{dV} f(V) = 0 \quad \frac{d}{dV} \left(V^2 e^{-\frac{m_0 V^2}{2kT}} \right) = 0$$

$$2V e^{-\frac{m_0 V^2}{2kT}} + V^2 e^{-\frac{m_0 V^2}{2kT}} \left(-\frac{m_0 2V}{2kT} \right) = 0$$

$$2Ve^{-\frac{m_0V^2}{2kT}} \left(1 - \frac{m_0V^2}{2kT} \right) = 0$$

$$\frac{m_0V^2}{2kT} = 1 \quad V_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

$$V_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2kTN_A}{m_0N_A}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

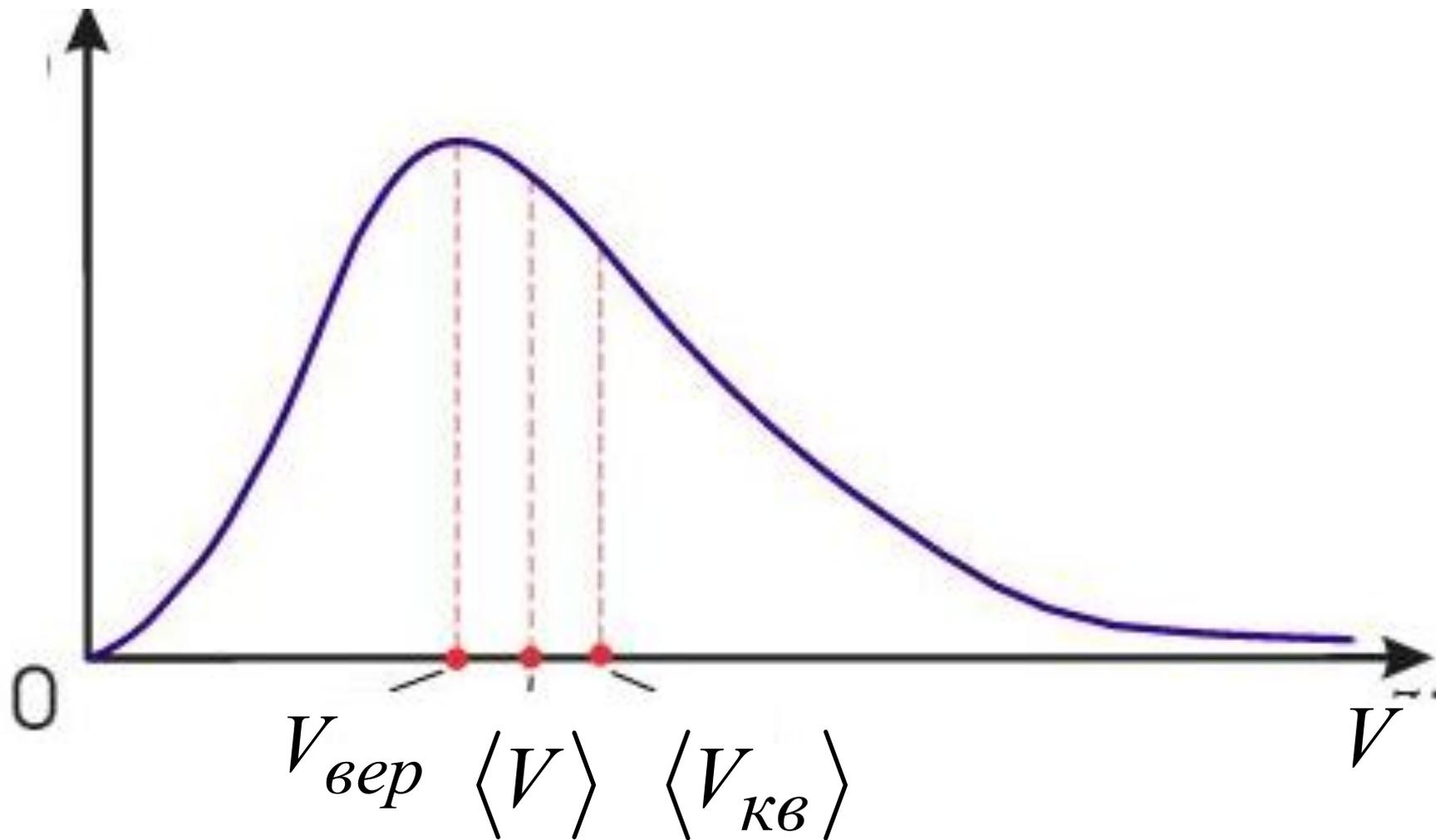
Средняя арифметическая скорость молекул

$$\langle V \rangle = \int_0^{\infty} V \cdot f(V) dV = \sqrt{\frac{8kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu}}$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle V_{кв} \rangle = \int_0^{\infty} V^2 \cdot f(V) dV = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$f(V)$

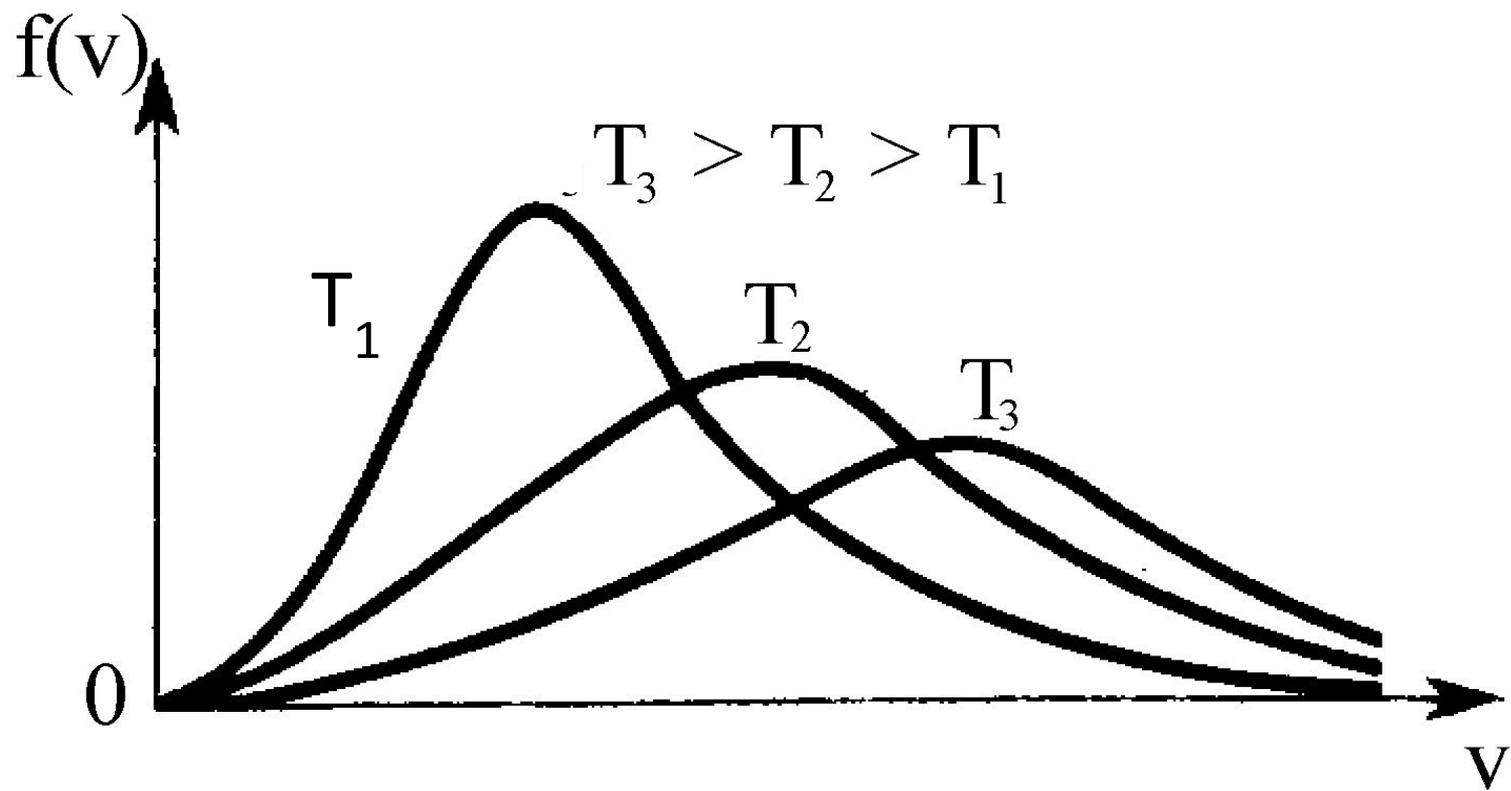


3. Влияние температуры

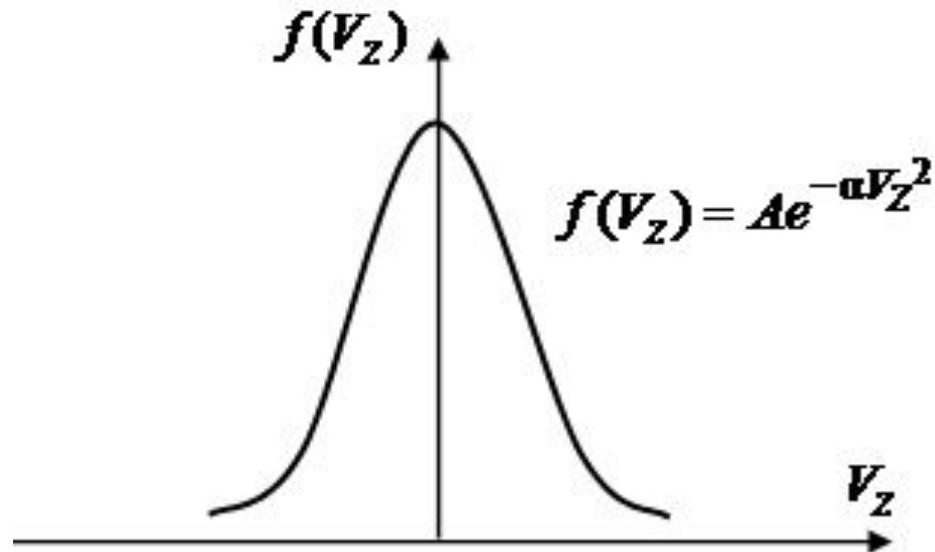
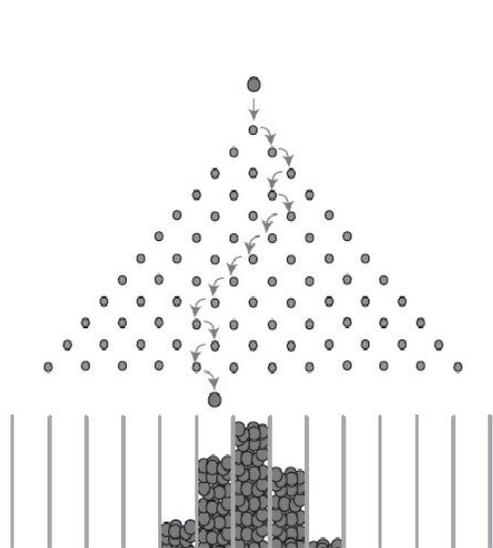
$$\begin{aligned} f(V_{\text{вер}}) &= 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left(\sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \right)^2 e^{-\frac{m_0 \left(\sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \right)^2}{2kT}} \\ &= 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \frac{2kT}{m_0} \cdot e^{-\frac{m_0 \frac{2kT}{m_0}}{2kT}} = \\ &= 4 \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{1/2} \cdot e^{-1} \end{aligned}$$

При повышении T

- максимальное значение функции распределения уменьшается
- Наиболее вероятная скорость увеличивается
- График функции сплющивается и растягивается



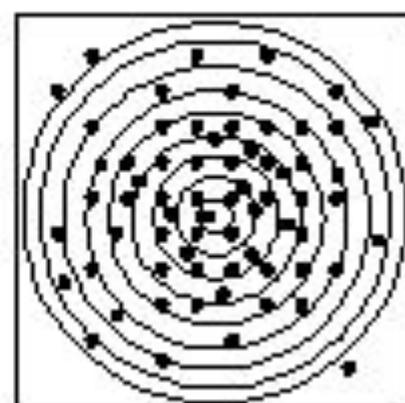
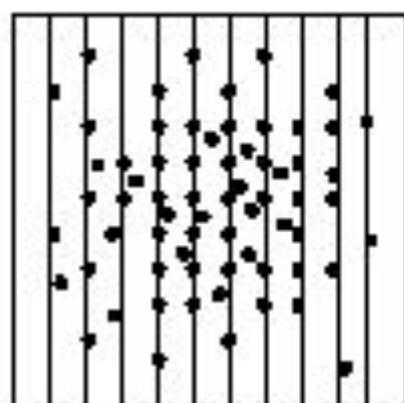
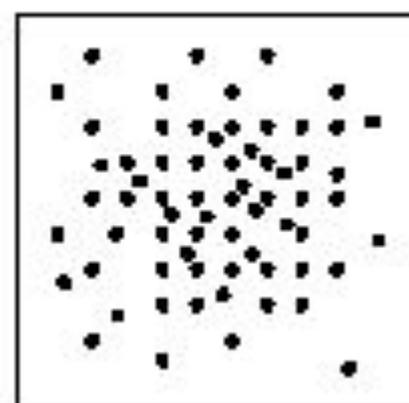
Распределение Максвелла по компонентам скорости



Доска
Гальтона

$$f(V_z) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{m_0 V_z^2}{2kT}}$$

Функция распределения по
компонентам скорости



a

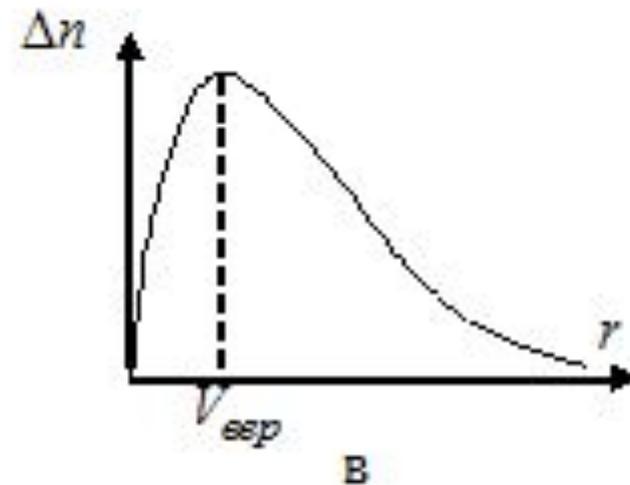
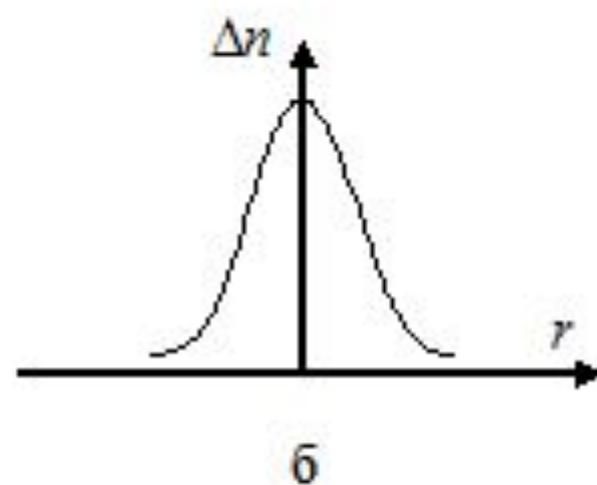


Рис. 1.12

Распределение Максвелла и атмосферы планет

- Закон всемирного тяготения

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$$

Вторая космическая скорость



$$\frac{mV_{2\text{косм}}^2}{2} = - \int_{R_{\text{Земля}}}^{\infty} \frac{Gm \cdot M_{\text{Земля}}}{r^2} dr =$$

$$= \frac{Gm \cdot M_{\text{Земля}}}{R_{\text{Земля}}}$$

$$V_{2\text{косм}} = \sqrt{2G \frac{M_{\text{Земля}}}{R_{\text{Земля}}}}$$

• Для Земли $V_{2\text{косм}} = 1,12 \cdot 10^4$

$$V_{\text{вер}} (M/c = 0) = 3,9 \cdot 10^2$$

$$\frac{V_{2\text{косм}}}{V_{\text{вер}}} = \frac{1,12 \cdot 10^4}{3,9 \cdot 10^2} = 28$$



Для Луны

$$V_{2\text{косм}} = 2,4 \cdot 10^3$$

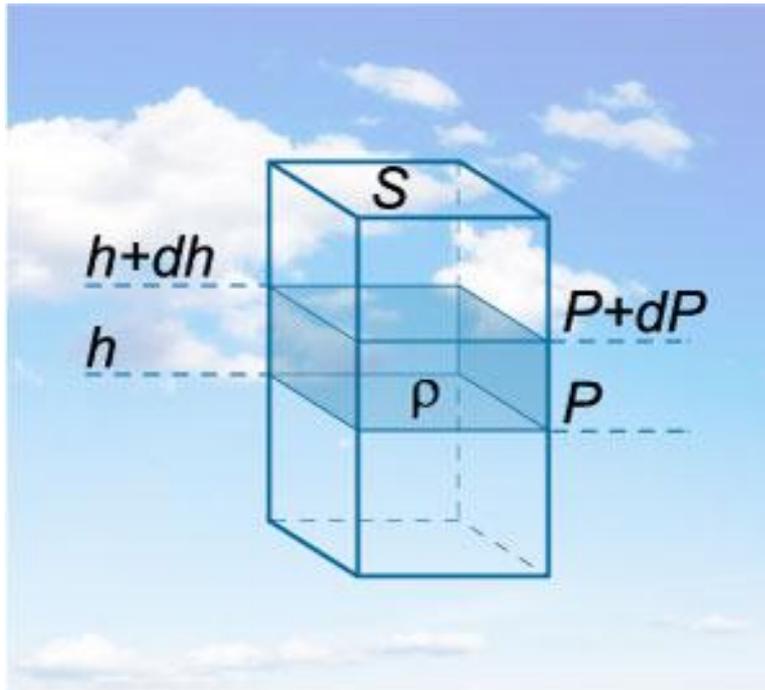
$$V_{\text{вер}} (T_c = 0) = 3,9 \cdot 10^2$$

$$\frac{V_{2\text{косм}}}{V_{\text{вер}}} = \frac{2,4 \cdot 10^3}{3,9 \cdot 10^2} = 6$$

Доля молекул, способных покинуть Луну
значительно больше – у Луны нет
атмосферы

Барометрическая формула

- Учитывает силу тяжести Земли и тепловое движение молекул
- Найдем давление, которое создают молекулы на высоте h



- Давление столба воздуха высотой h

$$P = \frac{mg}{S} = \frac{\rho ghS}{S} = \rho gh$$

- Изменение давления столба воздуха на высоте dh (уменьшение)

$$dP = -\rho g dh \qquad PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$P = \frac{m}{V} \cdot \frac{1}{\mu} RT = \rho \cdot \frac{1}{\mu} RT$$

$$\rho = \frac{\mu P}{RT} \qquad dP = -\frac{\mu P}{RT} g dh$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} dh$$

$$\int \frac{dP}{P} = -\int \frac{\mu g}{RT} dh$$

$$\ln P = -\frac{\mu g}{RT} h + \ln \text{const}$$

Считаем , что температура не зависит от
ВЫСОТЫ

$$P = \text{const} \cdot e^{-\frac{\mu g}{RT} h}$$

- Const определяется из условия

$$P(h = 0) = P_0$$

- Давление над уровнем моря

Барометрическая формула

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$$

$$P = P_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$$

- m_0 - масса молекулы
- Показывает как меняется давление с высотой

