

# КВАНТОВАЯ ОПТИКА

## ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ, ЗАКОНЫ ИЗЛУЧЕНИЯ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

**Тепловым излучением** называется испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел. Оно имеет место при любой температуре.

Приведем величины, характеризующие этот вид излучения:

$\Phi = \frac{dW}{dt}$  - **поток излучения (интегральный)** - энергия всех электромагнитных волн, пересекающих рассматриваемую поверхность за единицу времени (1 Вт).



$R_T = \frac{dW}{dS \cdot dt}$  - энергетическая светимость - величина, равная энергии, испускаемой единицей поверхности тела в единицу времени. Она является функцией температуры (1 Вт/м<sup>2</sup>).

$r_{\lambda, T} = \frac{dR_T}{d\lambda}$  - спектральная плотность энергетической светимости - величина, равная энергии, испускаемой единицей поверхности тела в единицу времени по всем направлениям в единичном интервале длин волн. Это функция длины волны и температуры (1 Вт/м<sup>3</sup>).

$$dR_T = r_{\lambda,T} \cdot d\lambda \quad R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} \cdot d\lambda$$

$$d\Phi = d\Phi_{\text{отр.}} + d\Phi_{\text{погл.}} + d\Phi_{\text{прох.}}$$

$$1 = \frac{d\Phi_{\text{отр.}}}{d\Phi} + \frac{d\Phi_{\text{погл.}}}{d\Phi} + \frac{d\Phi_{\text{прох.}}}{d\Phi}$$

$$\alpha = \frac{d\Phi_{\text{погл.}}}{d\Phi}$$

$$\rho = \frac{d\Phi_{\text{отр.}}}{d\Phi}$$

$$\tau = \frac{d\Phi_{\text{прох.}}}{d\Phi}$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Перейдем к спектральным характеристикам:

$\alpha_{\lambda, T} = \frac{d\Phi_{\lambda, \text{погл.}}}{d\Phi_{\lambda}}$  - спектральный коэффициент поглощения (поглощательная способность) - безразмерная величина, равная отношению потока энергии, поглощенной телом, к потоку энергии, падающей на тело при данной температуре и длине волны.

$\rho_{\lambda, \Gamma} = \frac{d\Phi_{\lambda, \text{отр.}}}{d\Phi_{\lambda}}$  - спектральный коэффициент отражения.

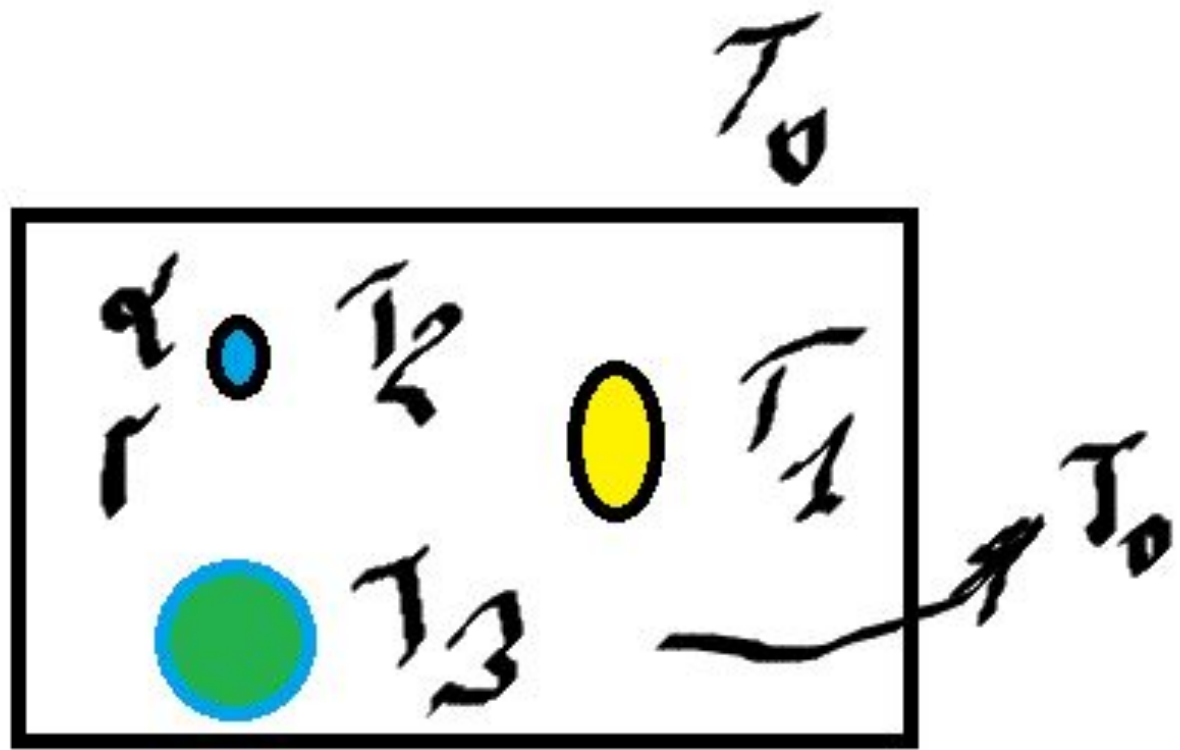
$\tau_{\lambda, \Gamma} = \frac{d\Phi_{\lambda, \text{прох.}}}{d\Phi_{\lambda}}$  - спектральный коэффициент пропускания.

$$\alpha_{\lambda, \Gamma} + \rho_{\lambda, \Gamma} + \tau_{\lambda, \Gamma} = 1$$

Тело, полностью поглощающее упавшее на него излучение всех длин волн, называется **абсолютно черным** ( $\alpha_{\lambda, T} = 1$ )

**Закон Кирхгофа:** Отношение спектральной плотности энергетической светимости к поглотительной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же универсальной функцией длины волны и температуры:

$$\frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} = f(\lambda, T)$$







Для абсолютно черного тела по определению  $\alpha_{\lambda, T} = 1$ . Следовательно, для этого тела  $r_{\lambda, T} = f(\lambda, T)$ , то есть универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела.



Модель абсолютно черного тела

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглотительную способность, близкую к единице, лишь в ограниченном интервале частот.

## Экспериментальные законы излучения абсолютно черного тела

**Закон Стефана – Больцмана.** Энергетическая светимость абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$R_T = \sigma T^4,$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана – Больцмана:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

$R_T = \varepsilon \sigma T^4$  для поверхности со степенью черноты  $\varepsilon$

**Первый закон (закон смещения) Вина.** Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = b/T$$

где  $b$  - постоянная закона смещения Вина:

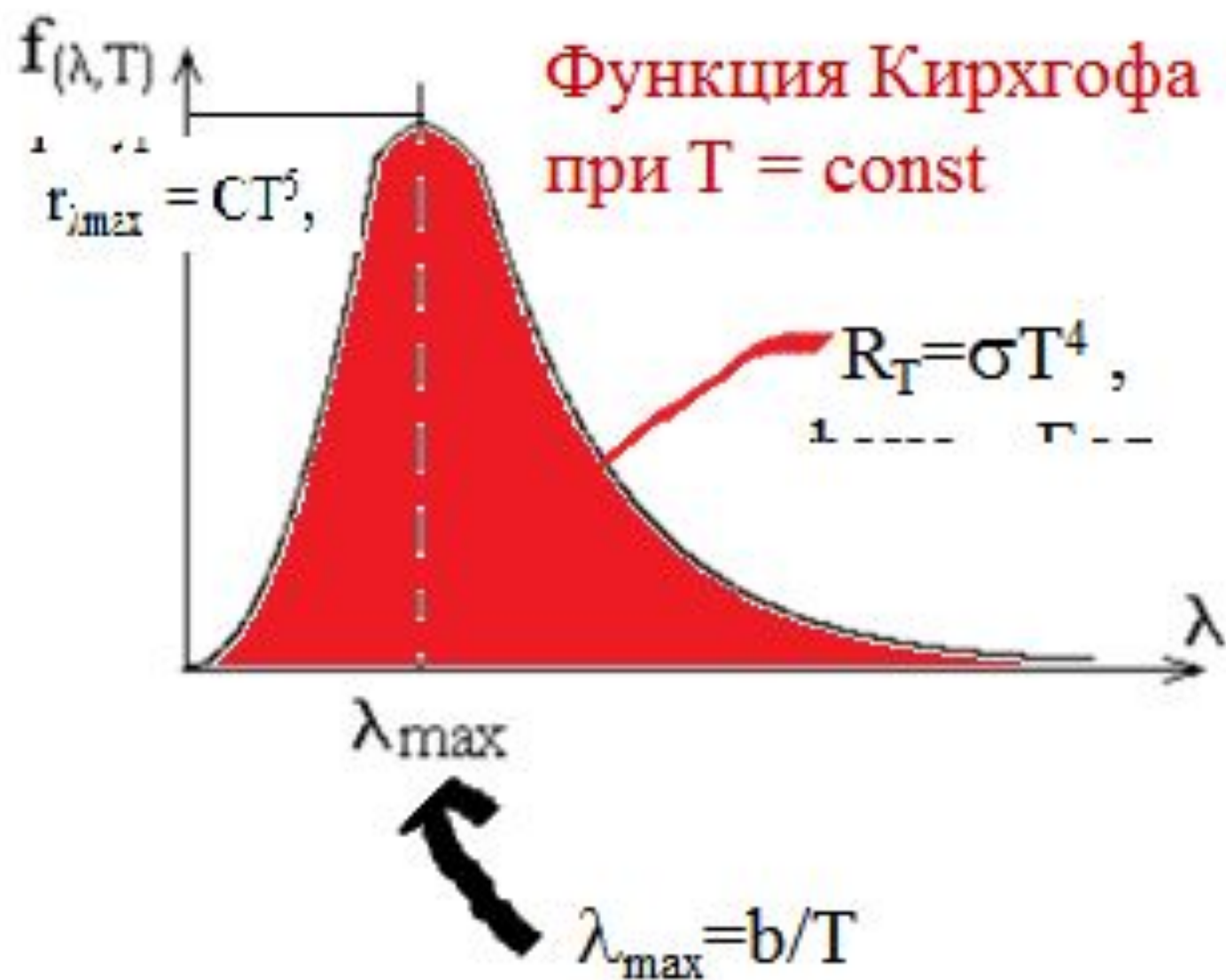
$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

**Второй закон Вина.** Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры:

$$r_{\lambda_{\max}} = CT^5,$$

где  $C$  - постоянная закона смещения Вина:

$$C = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5).$$



## УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ КАТАСТРОФА. ГИПОТЕЗА ПЛАНКА.

Законы излучения абсолютно черного тела в свое время были выведены теоретически на основе законов термодинамики и классической статистики. Однако все попытки получить закон распределения спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела по длинам волн на основе классических представлений оказались неудачными.

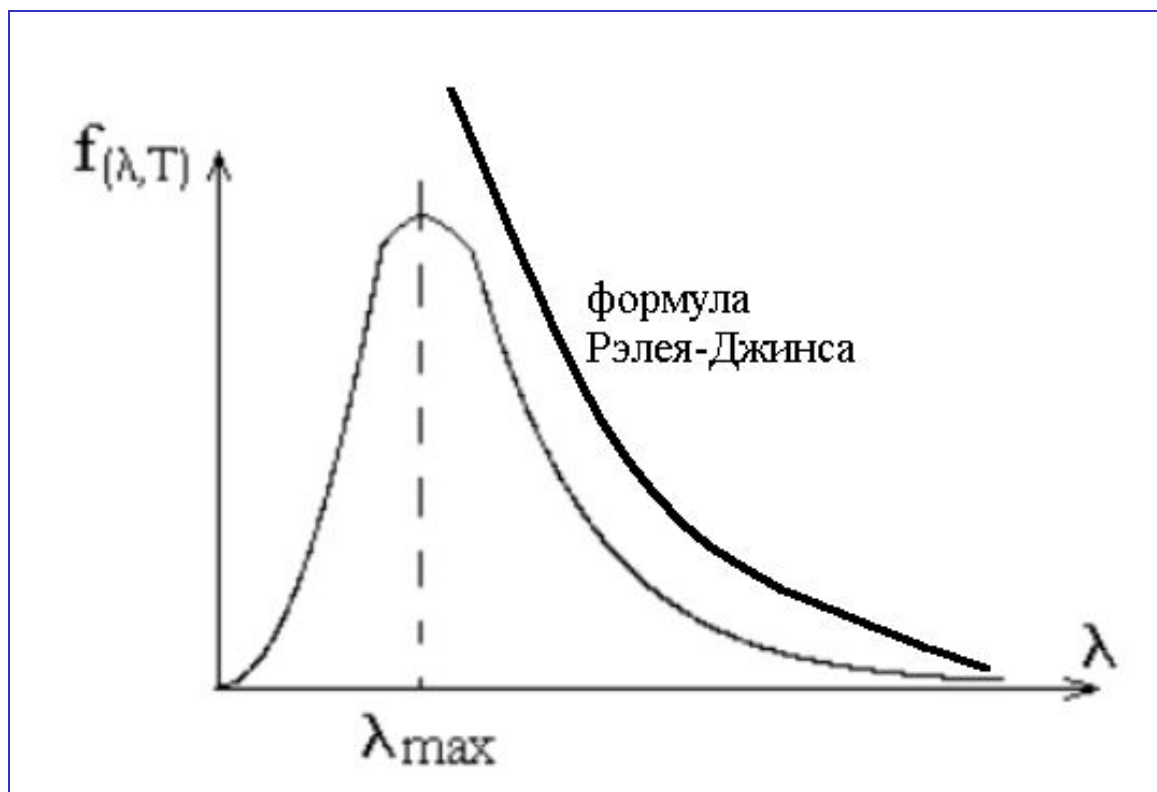
Одну из попыток найти вид функции  $r_{\lambda,T} = f(\lambda,T)$  на основе классических представлений предприняли Рэлей и Джинс. Они исходили из предположения, что излучение в замкнутой полости представляет собой совокупность стоячих электромагнитных волн, Эти волны испускаются элементарными излучателями - атомными осцилляторами. Волны имеют всевозможные частоты: каждая волна может обладать какой угодно энергией. Каждой волне приписывалось определенное число степеней свободы. Определялось число независимых волн, длины которых лежат в интервале  $d\lambda$ . Далее к волнам применялся классический закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Формула

Рэлея-Джинса:

$$r_{\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

$$R_{\lambda} = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \infty \quad (?)$$





Теоретически вид функции Кирхгофа нашел Планк, предположивший, что излучение испускается излучающими телами не непрерывно, а определенными порциями - квантами. Энергия каждого кванта равна:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = \frac{2\pi c\hbar}{\lambda}$$

$h \approx 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - постоянная Планка

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Формула Планка:

$$f(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 c^2 \hbar}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{2\pi c \hbar}{kT\lambda}} - 1}$$

Эта формула хорошо согласуется с экспериментальной кривой  $r_{\lambda, T} = f(\lambda, T)$ , из нее можно получить все рассмотренные законы теплового излучения.

$$r_{\nu}^0 = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

$$e^{h\nu/(kT)} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3 + \dots$$

$$r_{\nu}^0 = \nu^3 f(\nu/T),$$

Итак,  $R = \int_0^{\infty} r_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1} d\nu$ . Сделаем замену переменной

$x = \frac{h\nu}{kT}$ ;  $dx = \frac{h d\nu}{kT}$ ;  $d\nu = kT \frac{dx}{h}$ . Формула для  $R$  преобразуется к виду

$$R = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \text{ откуда, поскольку } \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15};$$

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}.$$

$$R = \int_0^{\infty} u_{\lambda T} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1} = 1.08 \frac{12h\pi}{c^2} \left(\frac{k}{h}\right)^4 \cdot T^4 = \sigma T^4$$

$$R_{\zeta}^0 = \int_0^{\infty} \nu^3 f(\nu/T) d\nu = T^4 \int_0^{\infty} (\nu/T)^3 f(\nu/T) d(\nu/T) = \sigma T^4.$$

Здесь  $\sigma = \int_0^{\infty} x^3 f(x) dx$  — постоянный коэффициент, где  $x = \nu/T$ .

$$\frac{\partial r_{\nu}^0}{\partial \nu} = 3\nu^2 f\left(\frac{\nu}{T}\right) + \nu^3 T f'\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

должна быть равна нулю:

$$3v_m^2 f\left(\frac{v_m}{T}\right) + \frac{v_m^3}{T} f'\left(\frac{v_m}{T}\right) = 0 \quad \text{или} \quad 3f\left(\frac{v_m}{T}\right) = -\frac{v_m}{T} f'\left(\frac{v_m}{T}\right). \quad (35.16)$$

Из (35.16) следует\*, что

$$v_m/T = b_1, \quad (35.17)$$

$$r_\lambda^0 = r_\nu^0 \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right|.$$

Так как  $\nu = c/\lambda$  и  $d\nu/d\lambda = -c/\lambda^2$ , то

$$r_\lambda^0 = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu^0. \quad (35.19)$$

Подставляя (35.15') в (35.19), получаем

$$r_\lambda^0 = \frac{c^4}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right). \quad (35.20)$$

Пользуясь выражением (35.20) для функции  $r_\lambda^0$ , легко показать, что

б) нахождение экспериментальной константы  $b$  закона смещения Вина для АЧТ с помощью формулы М.Планка

Для того, чтобы получить закон смещения Вина из формулы Планка, перейдем от переменной  $\nu$  к переменной  $\lambda$ :  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ,  $d\nu = -\frac{cd\lambda}{\lambda^2}$ .

Подставляя значения  $\nu$  и  $d\nu$ , выраженные через  $\lambda$ , получим:

$$r_{\lambda T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu T} = \frac{2\pi^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda} - 1\right)}.$$

Исследуя эту функцию на экстремум, имеем:

$$\frac{\partial r_{\lambda T}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi^2 h}{\lambda^6 \left(\exp\left(\frac{hc}{kT} - 1\right)\right)} \left[ \frac{hc \cdot \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right)}{kT\lambda \left(\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda} - 1\right)\right)} - 5 \right] = 0$$

Введя замену переменной  $x = \frac{hc}{kT\lambda_{\max}}$ , приходим к трансцендентному уравнению  $xe^x - 5(e^x - 1) = 0$ . Решение этого уравнения методом

последовательных приближений дает  $x = 4,965$ , откуда следует экспериментальный закон Вина:  $x = \frac{hc}{kT\lambda_{\max}} = 4,965$ , или  $T\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965k} = b$ . Закон

получен, причем экспериментальная и расчетная константы совпали.

в) получение второго закона Вина с помощью формулы Планка

Подставляя значение  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$  в формулу Планка, получаем  $r_{\lambda T \max} = \frac{2\pi^2 h T^5}{b^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{kb} - 1)}$ . Согласно экспериментальному закону

$r_{\lambda T \max} = CT^5$ , тогда  $C = \frac{2\pi^2 h}{b^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{kb} - 1)}$ . Закон получен, причем экспериментальная и расчетная константы совпали.



$$\lambda_{\max} T = \frac{2\pi\hbar c}{4,965k} = \frac{\hbar c}{4,965k}$$

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

$$(r_{\lambda}^0)_{\max} = \frac{c^4}{b^5} f\left(\frac{c}{b}\right) T^5.$$

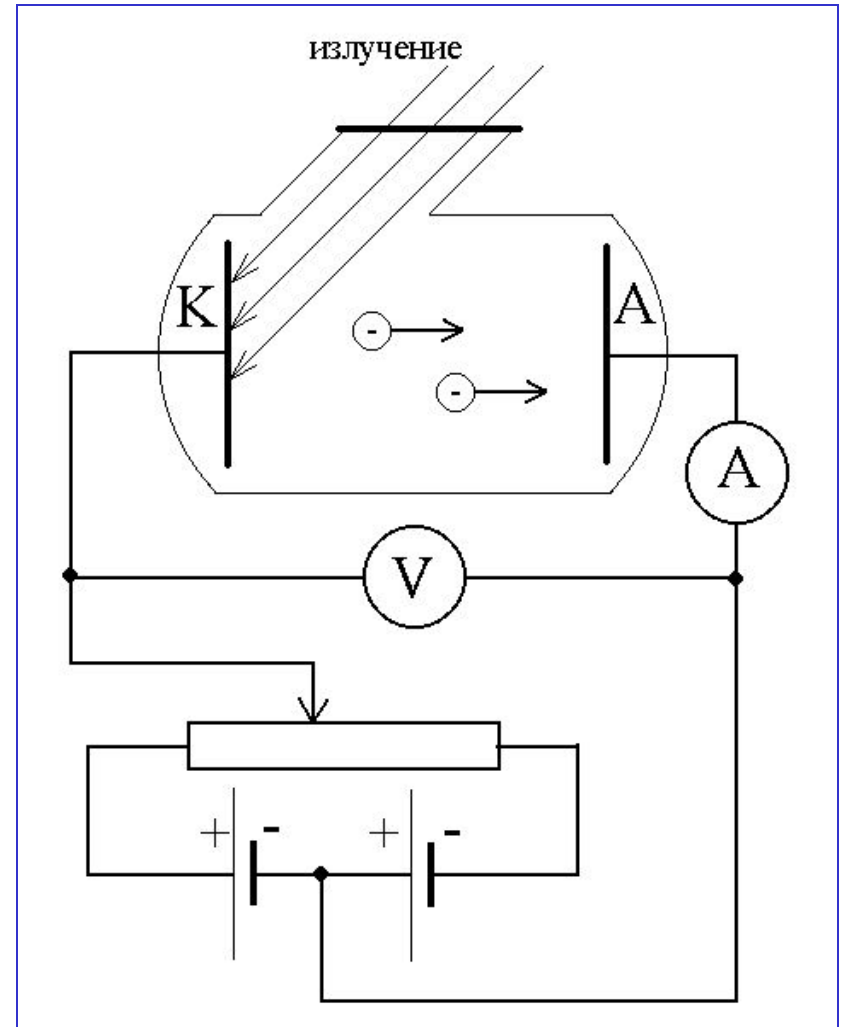
## ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ

**Внешним фотоэлектрическим** эффектом (**фотоэффектом**) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация).

Фотоэффект обнаружен (1887 г.) Г. Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рисунке:



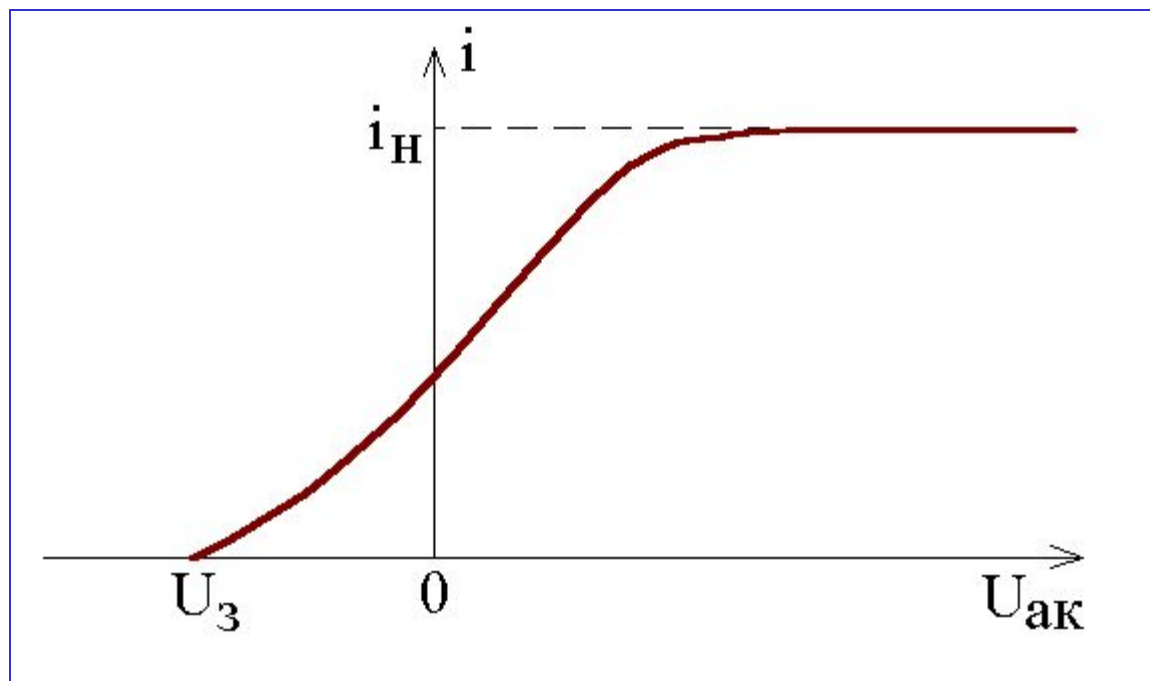
Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие **закономерности фотоэффекта**:

1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;

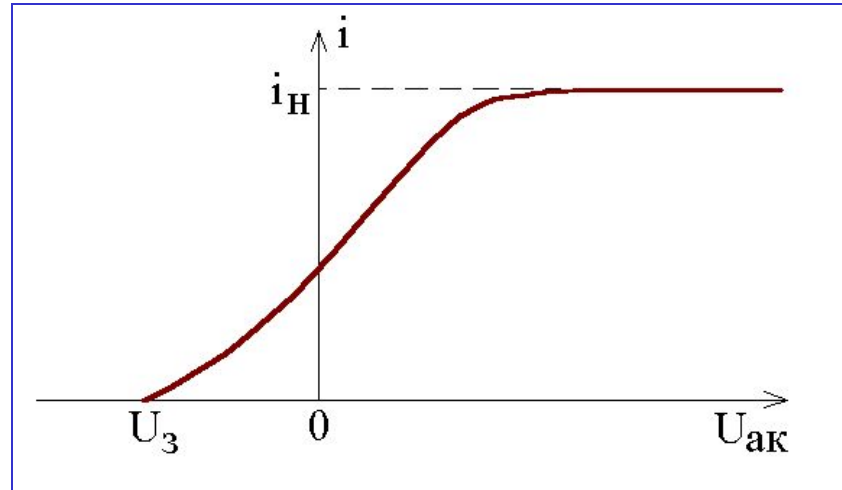
2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;

3) сила тока насыщения, возникающего под действием света, прямо пропорциональна интенсивности света.

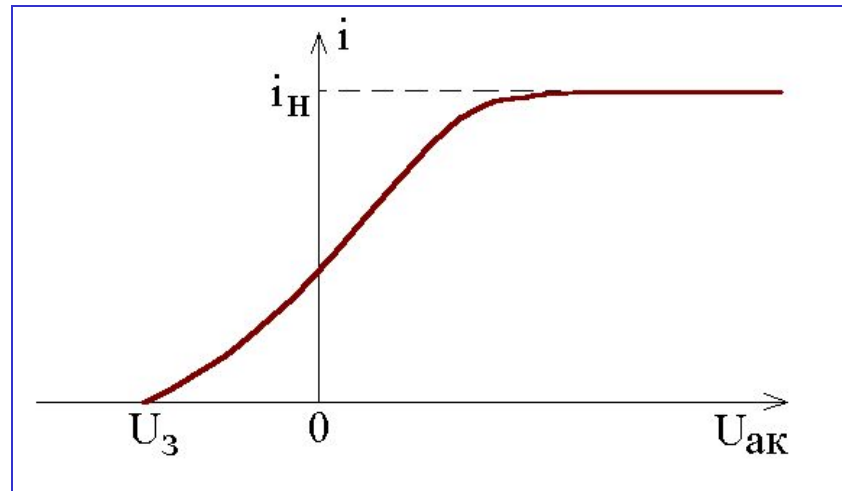
Дж. Томсон в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц. Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.



Вольтамперная характеристика фотоэлемента,  
работающего на внешнем фотоэффекте



Максимальное значение тока  $i_н$  - **фототок насыщения** - определяется таким значением  $U_{ак}$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:  $I_{нас} = e \cdot n$ , где  $n$  — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.



При  $U_{ак} = 0$  фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые из катода, обладают кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее**

**напряжение  $U_з$ :**

$$\frac{m \cdot v_{\max}^2}{2} = eU_з$$

## Три закона внешнего фотоэффекта:

**1.** При фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности катода).

**2.** Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ .

**3.** Для каждого вещества существует **красная граница** фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_k$  (максимальная длина волны  $\lambda_k$ ) света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой фотоэффект прекращается.



С точки зрения волновой оптики фотоэффект может быть объяснен следующим образом. Под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого из металла электрона должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить безынерционность фотоэффекта, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта*. Согласно Эйнштейну, свет не только *испускается*, как это предполагал Планк, но и *распространяется* в пространстве и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами). Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью света.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии. По закону сохранения энергии:

$$\varepsilon = A_{\text{в}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$$

$$\varepsilon = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается, то при некоторой достаточно малой частоте  $\nu = \nu_{\text{к}}$  кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта).

Красная граница фотоэффекта:  $\nu_{\text{к}} = \frac{A_{\text{в}}}{h}$        $\lambda_{\text{к}} = \frac{h \cdot c}{A_{\text{в}}}$

Используя понятие задерживающей разности потенциалов, уравнение Эйнштейна можно записать:

$$h \cdot \nu = A_{\text{в}} + eU_{\text{з}}$$

Работу выхода электронов из металла можно определить, построив график зависимости  $U_{\text{з}}$  от частоты падающего света.

