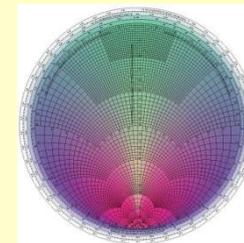




СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

Кафедра радиотехнической электроники



«Микроволновая Электроника»

доцент

Иванов Вячеслав Александрович

me2014iva@ya.ru

План лекции №3

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

(Взаимодействие потоков заряженных частиц с переменным электромагнитным полем)

1.4 Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

Временные и пространственные интервалы, характеризующие движение носителей в разных средах. (Приложение №1 в Учебнике)

1.5 Особенности взаимодействия подвижных носителей заряда со статическим полем в вакууме и твердом теле.

Временные и пространственные интервалы, характеризующие движение носителей в разных средах (главное)

Приближение времени релаксации. Процессы в природе по exp законам.

$$\frac{\partial n}{\partial t} \approx \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \approx \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_d}{\tau_p} \quad \frac{\partial(W)}{\partial t} = \frac{3}{2} \frac{k(T_e - T_0)}{\tau_\varepsilon(T_e)}$$

$$\tau_n \quad (\tau_n \approx 10^{-6} \text{сек})$$

Время жизни

$$\tau_p \quad (\tau_p \approx 10^{-(12 \dots 15)} \text{сек})$$

Время релаксации импульса

$$\tau_\varepsilon(T_e) \quad (\tau_\varepsilon \approx 10^{-(11 \dots 13)} \text{сек})$$

Время релаксации энергии

$$\tau_n * v_T \approx \sqrt{D \cdot \tau_n}$$

Диффузионная длина - l_d

$$\tau_p * v_T$$

Длина свободного пробега - l_p

$$\tau_\varepsilon * v_T$$

Длина разогрева (охлаждения) - l_ε

$$\tau_n \gg T_{\text{micro}} > \tau_\varepsilon \gg \tau_p$$

Временные и пространственные интервалы, характеризующие движение носителей в разных средах (главное)

Максвелловское время релаксации (заряда) τ_m . Максвелловская частота релаксации ω_m
 Дифференциальная частота максвелловской релаксации ω_{md} .

Из уравнений Максвелла (1и 4) $\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \frac{\rho}{\epsilon/\sigma} \quad \tau_m = \epsilon/\sigma \quad \sigma = q \cdot n \cdot \mu$

σ - проводимость, $\mu = v / E$ - подвижность $\tau_m = \epsilon/q \cdot n \cdot \mu$

Но!!! $\mu_d = \frac{dv}{dE}$ - дифференциальная подвижность $\frac{\partial \rho_m}{\partial t} \approx \frac{\rho_m}{\epsilon/qn\mu_d}!$ $\omega_{md} \approx qn\mu_d/\epsilon$

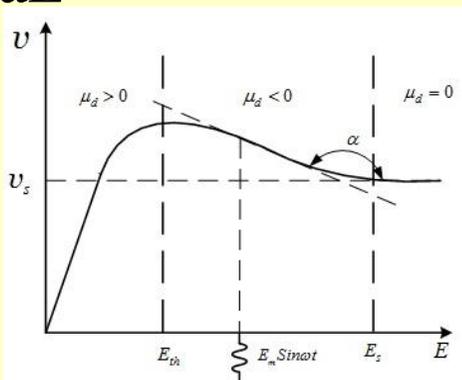


Рис. А.1.1. К объяснению дифференциальной подвижности носителей заряда.

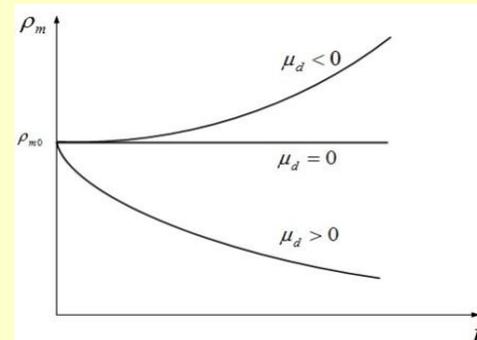


Рис. А.1.2. Изменение амплитуды зарядовой неоднородности при различных параметрах среды..

Зарядовая неоднородность в п/п может нарастать!!!

Временные и пространственные интервалы, характеризующие движение носителей в разных средах (главное)

Дебаевский радиус экранирования L_D . Плазменная частота T_p .

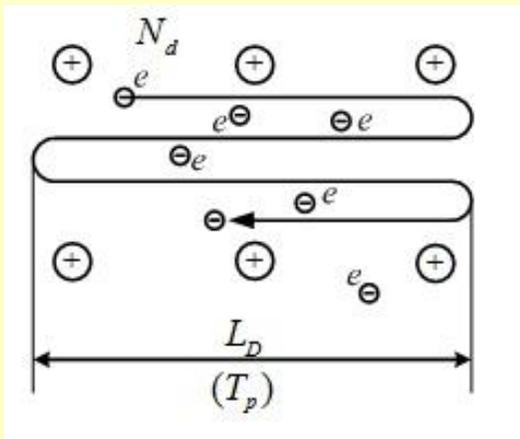


Рис. А.1.3. К объяснению природы плазменных колебаний

Как бы мы не считали энергию – результат должен быть один и тот же.

$$W_{\text{термодинам}} = W_{\text{механика}} = W_{\text{электродинам}}$$

$$\frac{3}{2}kT_0 = \frac{mv^2}{2} = qU_T$$

Найдем распределение потенциала, используя уравнение Пуассона:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{qN_d}{\epsilon}$$

Интегрируя на рассматриваемом промежутке, получим: $L_D = \sqrt{\frac{2\epsilon U_T}{qN_d}}$

или $L_D = \sqrt{\frac{3\epsilon kT_0}{q^2 N_d}}$ и $T_p \approx \sqrt{\frac{\epsilon m}{q^2 N_d}}$

Часто используют понятие плазменная частота:

$$\omega_p = 2\pi \sqrt{\frac{q^2 N_d}{\epsilon m}}$$

Длина Дебая – функция температуры (энергии) электронов и уровня легирования.

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

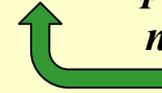
Функция распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$

Пример: Функция
распределения Максвелла

$$f(v) = n \left(\frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{kT_e}},$$

$\mathbf{r}, \mathbf{p}, t$

фазовое
пространство



Интегральные параметры через функцию распределения

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_P f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) dP. \quad \rho(\mathbf{r}, t) = q \int_P f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) dP$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{m} \int_P \mathbf{p} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) dP.$$

Теорема Лиувилля: функция распределения остается постоянной вдоль любой траектории в фазовом пространстве, т.е.

$$\frac{df(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{df(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$$

Кинетическое уравнение Больцмана (Власова)

Для **вакуумного** случая (гидродинамический подход):

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = 0$$

уравнение Власова

Если есть процессы рассеяния, то правая часть ненулевая, т.е.:

для **плазмы твердого тела** (гидродинамический подход):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$$

Кинетическое Уравнение Больцмана (КУБ)

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

Преобразуем КУБ, учитывая, что у скорости 2 компоненты:
дрейфовая и тепловая

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_d + \mathbf{u} \quad \langle \mathbf{u} \rangle = 0$$

1. Проинтегрируем КУБ по пространству импульсов, получим *закон сохранения числа частиц*:

$$\partial n / \partial t + \nabla(n\mathbf{v}_d) = G - R$$

2. Умножение КУБ на \mathbf{V} с последующим интегрированием по пространству скоростей дает уравнение переноса, или *уравнение сохранения потока импульса частиц*:

$$\partial(mn\mathbf{v}_d) / \partial t + \nabla \hat{P} - nq(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = n\mathbf{F}_{ir},$$

$\hat{P} = nm \overline{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ плотность потока импульса, $\overline{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ тензорное произведение двух векторов, называемое диадой.

$\nabla \hat{P}$ пространственная расходимость потока импульса; $n\mathbf{F}_{ir}$ результирующая сила внутреннего «трения».

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

3. Умножение КУБ на v^2 и интегрирование по всему пространству скоростей дает *уравнение сохранения энергии*:

$$\partial(nW)/\partial t + \nabla \cdot \mathbf{q} - \mathbf{jE} = nQ$$

$$W = mv_d^2/2 + 3kT_e/2$$

полная энергия частицы: сумма энергии направленного дрейфа частицы и тепловой энергии

$$\mathbf{q} = W\mathbf{v}_d$$

поток полной энергии частицы

\mathbf{jE}

джоулево тепло

Q

изменение энергии за счет процессов рассеяния

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии

(в приближении времени релаксации)

Временные и пространственные интервалы, характеризующие процесс переноса носителей заряда Самостоятельно. Приложение 1.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{v}_d) = -\frac{n - n_0}{\tau_n}$$

Уравнение сохранения числа частиц

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} - \frac{1}{n} \nabla \left(\frac{kT_e}{m} n \right) - \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_d}{\tau_p}$$

Уравнение сохранения потока импульса частиц

$$\frac{\partial(nW)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} - \mathbf{jE} = -\frac{3}{2} \frac{nk(T_e - T_0)}{\tau_\varepsilon(T_e)}$$

Уравнение сохранения энергии

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии (частные случаи)

Вакуум

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{v}_d) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

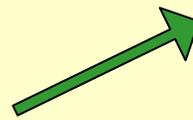
$$\partial(n m v^2 / 2) / \partial t = \mathbf{jE}$$

Законы сохранения числа частиц, импульса и энергии (частные случаи)

Твердое тело

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{v}_d) = -\frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{kT_e}{m} \frac{\nabla n}{n} + \frac{q}{m} \mathbf{E} \approx \frac{\mathbf{v}}{\tau_p(T_e)}$$

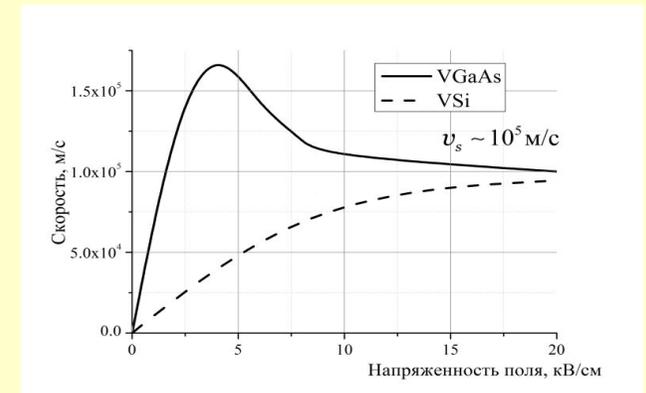


$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= -\frac{e}{m} \tau_p(T_e) \mathbf{E} + \frac{kT_e}{m} \tau_p(T_e) \frac{\nabla n}{n} = \\ &= \mu(T_e) \mathbf{E} - D(T_e) \frac{\nabla n}{n} \end{aligned}$$

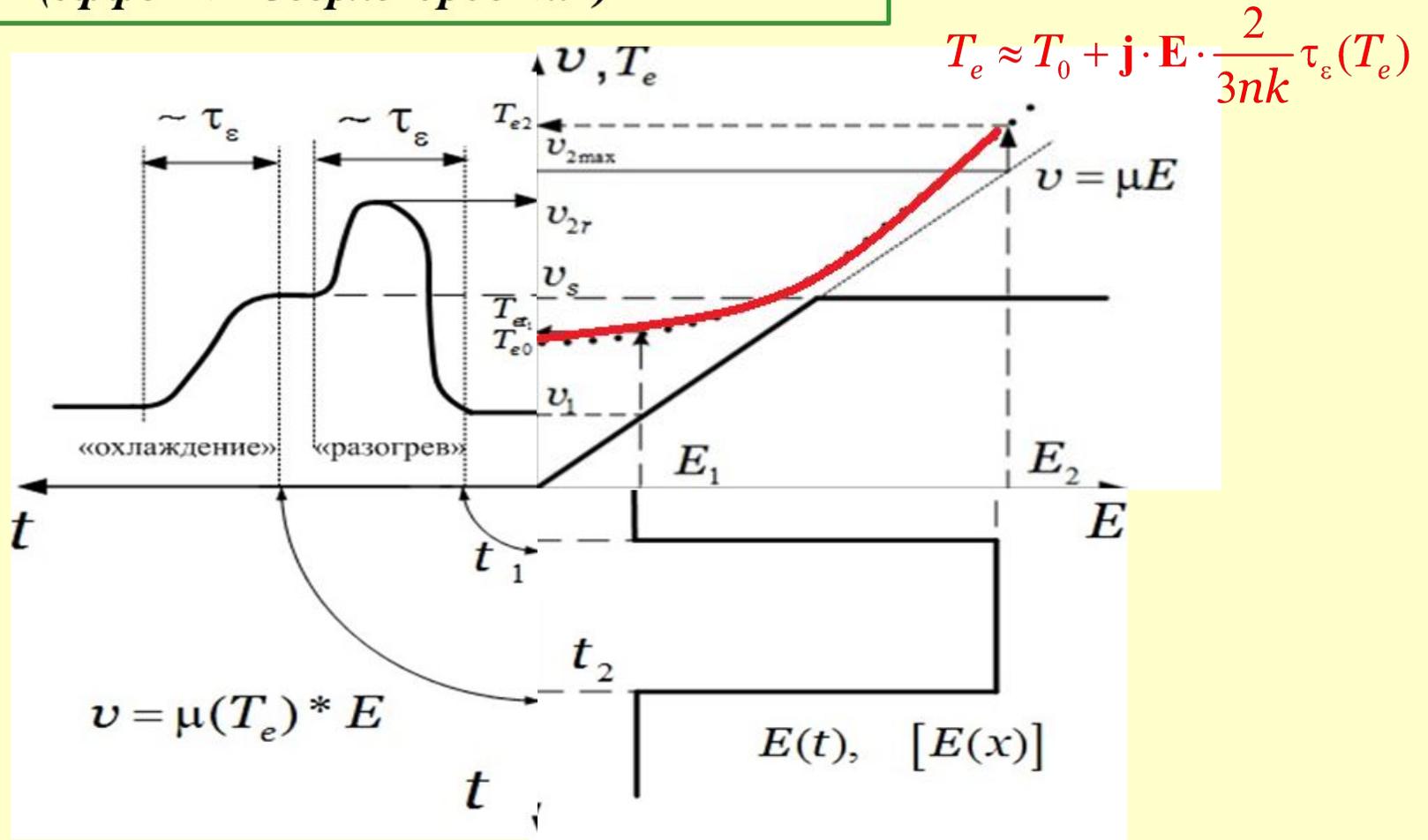
$$\mathbf{jE} \approx \frac{3nk(T_e - T_0)}{2\tau_\varepsilon(T_e)}$$

$$(T_e - T_0) = f(\mathbf{E})$$

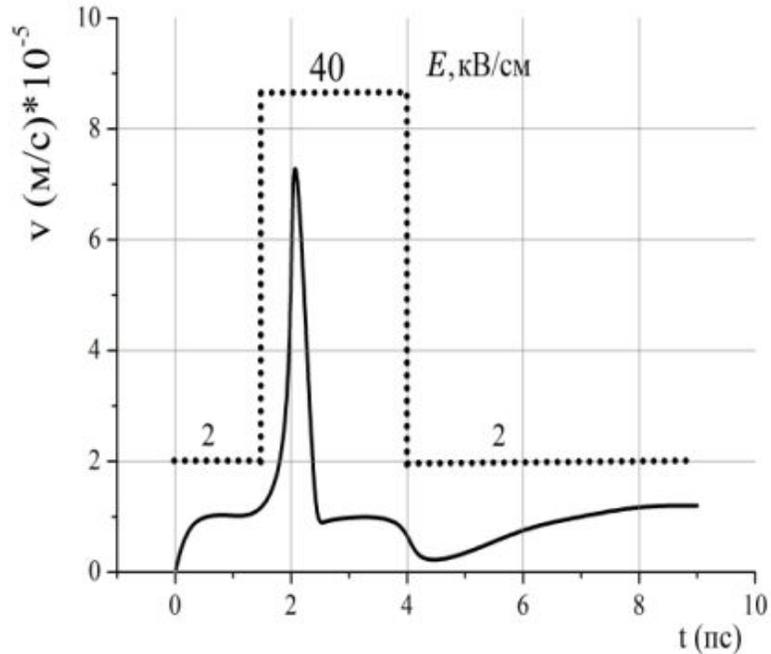
«Горячие» электроны



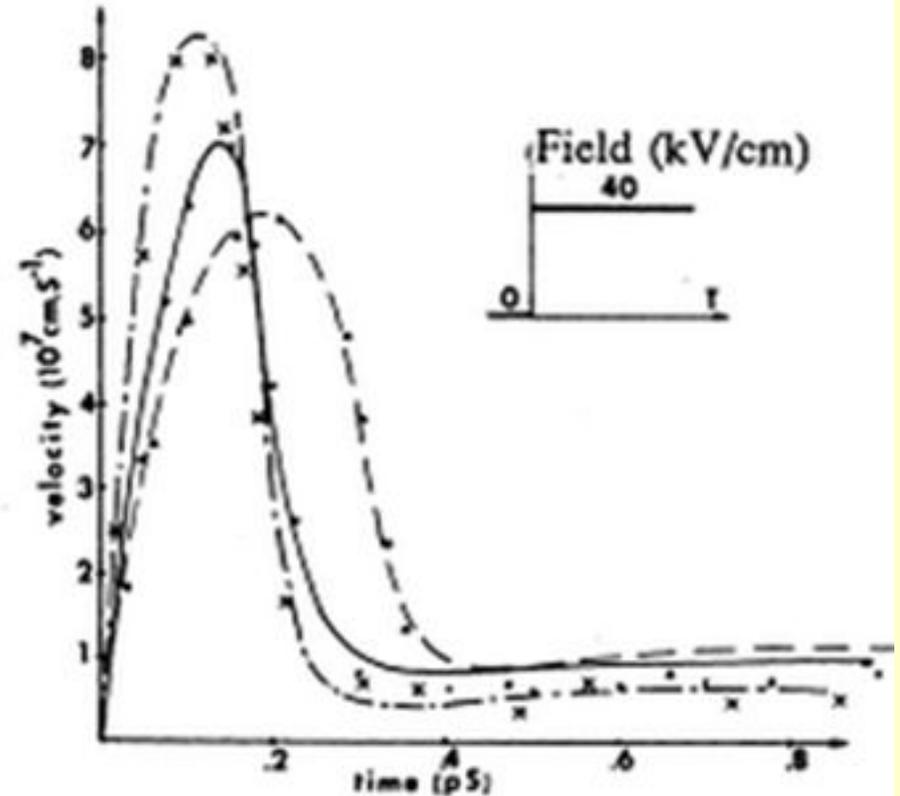
Скорость дрейфа в нестационарном режиме (эффект «Сверхскорости»)



Скорость дрейфа в нестационарном режиме (эффект «Сверхскорости»)



Изменение скорости в арсениде галлия при воздействии импульса электрического поля. (Метод крупных частиц)



Изменение скорости в арсениде галлия (Эксперимент)

Анализ уравнения для мощности взаимодействия

- 1. «Очертания» пространства взаимодействия. (*Типовые элементы приборов, зазор взаимодействия*).
- 2. Наведенный ток, теорема Шокли-Рамо.
- 3. Угол пролета, коэффициент взаимодействия.
- 4. Токи в пространстве взаимодействия.

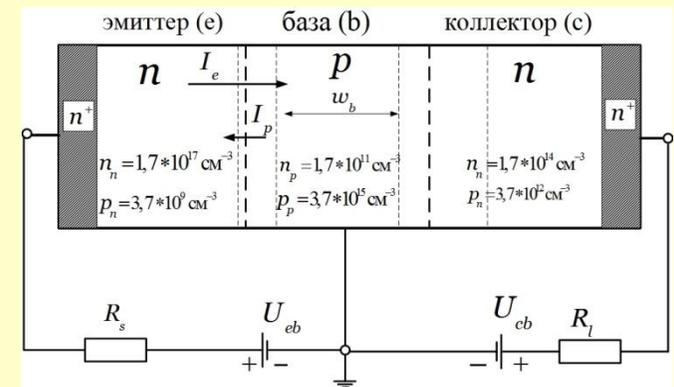
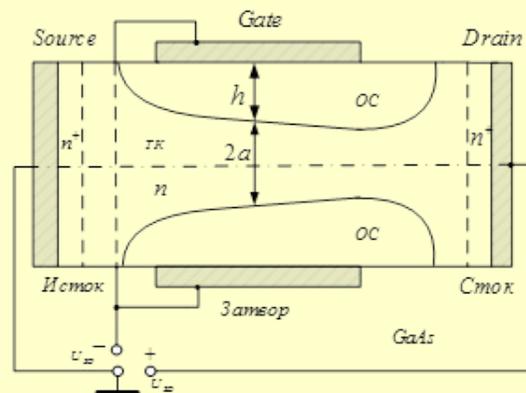
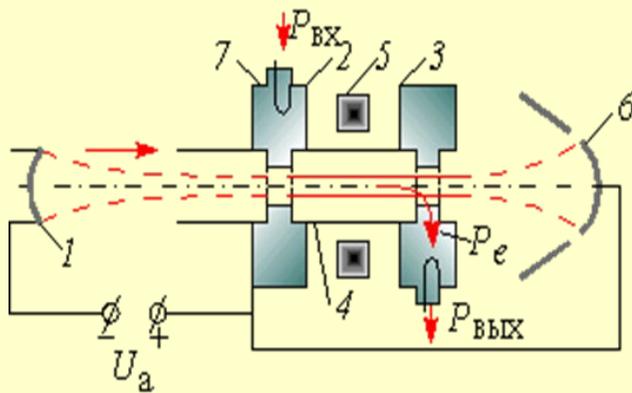
*«Некоторые понятия трудны для понимания не потому они сложны,
а потому, что не входят в круг наших понятий»*

Козьма Прутков

«Очертания» пространства взаимодействия

Система электрических экранов ограничивает (определяет) пространство взаимодействия. В качестве экранов выступают: **металлические поверхности**, **полупроводник** с противоположным типом проводимости (толщина!).

Катод, эмиттер, исток. **Сетка, база, затвор.** **Анод, коллектор, сток**



Пространство взаимодействия, пролетное пространство, область дрейфа

$$P = \int_V \mathbf{J}(\rho, \mathbf{v}(\mathbf{E})) \cdot \mathbf{E}(\rho) dV$$

Одномерный случай,

переменное (во времени) и постоянное поле, переменный и постоянный токи.

$$j = j_0 + j_{\boxtimes} \quad \rho = \rho_0 + \rho_{\boxtimes} \quad v = v_0 + v_{\boxtimes} \quad E = E_0 + E_{\boxtimes}$$

$$P = \int_0^d (j_0 + j_{\boxtimes})(E_0 + E_{\boxtimes}) dx = \int_0^d (j_0 E_0 + j_0 E_{\boxtimes} + j_{\boxtimes} E_0 + j_{\boxtimes} E_{\boxtimes}) dx$$

$$P_0 = \int_0^d j_0 E_0 dx \quad \text{Ускорение потока} \quad P_0 > 0 \quad \text{замедление} \quad P_0 < 0$$

$$P_{\boxtimes} = \int_0^d (j_0 E_{\boxtimes} + j_{\boxtimes} E_0) dx \quad \text{За период гармонического взаимодействия} \quad P_{\boxtimes} = 0$$

Модуляция скорости \rightarrow модуляция плотности

$$P = \int_0^d (j_{\boxtimes} E_{\boxtimes}) dx$$

Мощность взаимодействия модулированного потока с переменным полем

За период гармонического взаимодействия $P \neq 0$

Из **Уравнения сохранения энергии (см. ЛЗ)**

$$\frac{\partial(nW)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} - \mathbf{j}\mathbf{E} = -\frac{3}{2} \frac{nk(T_e - T_0)}{\tau_\varepsilon(T_e)}$$

Взаимодействие в вакууме

$$(nmv^2/2) - \int_0^T \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{E}dt = 0,$$

Взаимодействие в полупроводниках

$$\left[n(mv_d^2/2 + 3kT_e/2) \right] - \int_0^T \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{E}dt = -\int_0^T \frac{3}{2} \frac{nk(T_e - T_0)}{\tau_\varepsilon(T_e)} dt$$

Как найти

$$\int_0^T \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{E}dt = ?$$

E - поле, созданное током **J**

«Самосогласованное» поле.

Наведенный ток

На экранирующих поверхностях наводятся заряды противоположного знака. При движении свободных зарядов – движутся и наведенные, образуя так называемый **наведенный ток**.

$$\mathbf{J}_{tot} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \mathbf{J}_{tot} = 0. \quad \mathbf{J}_{tot} = \rho \mathbf{v} + \varepsilon \frac{dE}{dt} = \mathbf{J}_k + \varepsilon \frac{dE}{dt}$$

По пространству взаимодействия d

$$\mathbf{J}_{tot} = \frac{1}{d} \int_0^d \mathbf{J}_k dx + \frac{1}{d} \int_0^d \varepsilon \frac{dE}{dt} dx = \mathbf{J} + \mathbf{J} \quad \mathbf{J}_n = \frac{1}{d} \int_0^d \mathbf{J}_k dx$$

наведенный ток
(плотность тока).

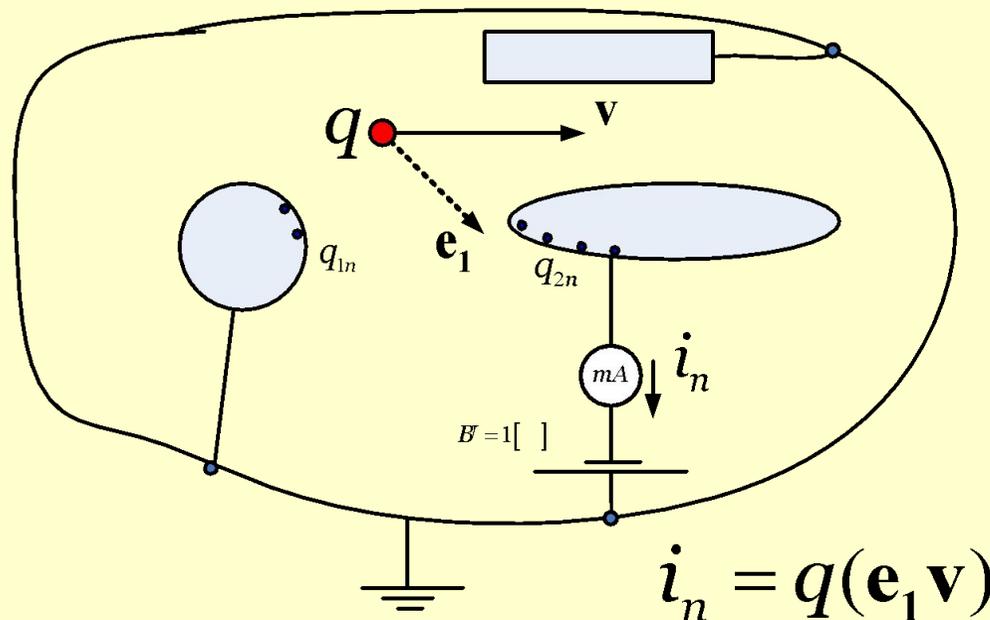
Мощность взаимодействия для **однородного распределения поля** по пространству взаимодействия и гармоническом законе изменения во времени

$$\dot{P}_{эл} = \int_0^d \dot{A} J_k(x) \frac{U^*}{d} dx = \int_0^d (\dot{A} J_k(x) \frac{(I_n Z_r)^*}{d}) dx = \frac{(I_n Z_r)^*}{d} \int_0^d \dot{A} J_k(x) dx = \dot{I}_n Z_r (I_n)^*$$

«Самосогласованное» поле.

Теорема Шокли-Рамо

Другой вариант вывода
формулы для наведенного тока



$$dA = \mathbf{F} d\mathbf{r} = q\mathbf{E} d\mathbf{r} = q\mathbf{E} \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt = q\mathbf{E} \mathbf{v} dt,$$

$$dA = i_n U dt.$$

$$i_n = q \frac{\mathbf{E}}{U} \mathbf{v} = q(\mathbf{e}_1 \mathbf{v}),$$

Теорема Шокли-Рамо

Для произвольного изменения поля в пространстве взаимодействия

$$E(x) \propto f(x)$$

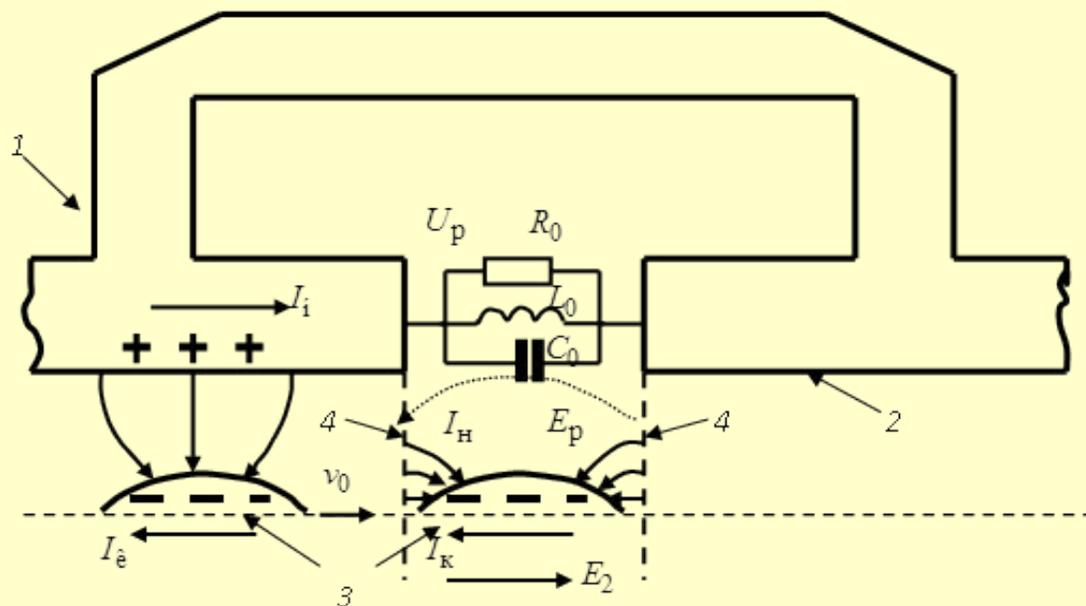
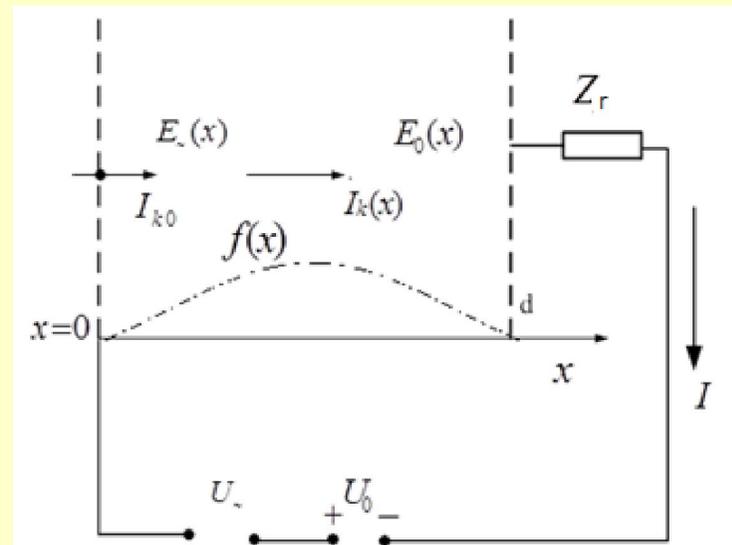


Рис. 2.3



$$E(x) = \frac{-U}{d} f(x)$$

$$J_n = \frac{1}{\int_0^d |f(x)| dx} \int_0^d J_k f(x) dx$$

Угол пролета, коэффициент взаимодействия

(Теория подобия)

Время пролета $\tau_{0np} = \frac{d}{v_0}$ сравним с периодом микроволновых колебаний T_{micro}

$$\frac{\tau_{0np}}{T_{micro}} = \frac{\omega \frac{d}{v_0}}{\omega T_{micro}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega d}{v_0} = \frac{\Theta_{np}}{2\pi} \quad \Theta_{np} = 2\pi \frac{\tau_{0np}}{T_{micro}} = \frac{\omega d}{v_0}$$

Угол пролета

$$I_H = \frac{1}{d} \int_0^d (I_{k0} e^{-j\frac{\omega x}{v_0}}) dx = I_{k0} \frac{\sin(\Theta_0/2)}{\Theta_0/2} e^{-j\Theta_0/2}$$

(если конвекционный ток изменяется только по фазе)

$$M = \frac{\sin(\Theta_0/2)}{\Theta_0/2}$$

Коэффициент взаимодействия

Hard work, big results



"Think big, act big, believe big and the results will be big".