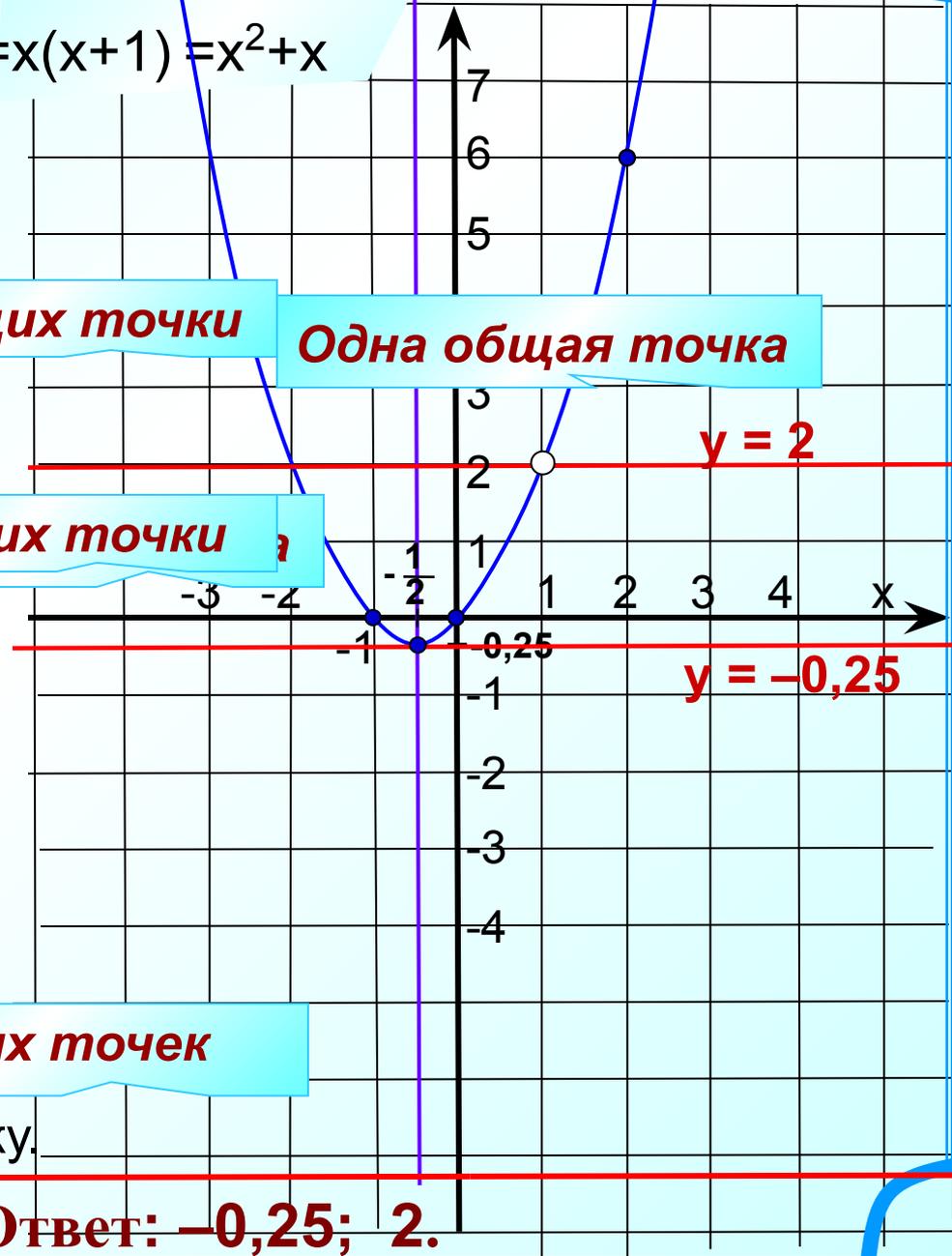


Построим график функции

$$y = \frac{x^3 - x}{x - 1} = \frac{x(x^2 - 1)}{x - 1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x(x+1) = x^2 + x$$

D(y):  $x \neq 1$ .  $y = x^2 + x$



Пос  
1). **Если  $x = 1$ , то  $y = 1^2 + 1 = 2$ .**  
**Исключаем точку  $(1; 2)$ .** ❌

2).  $x_0 = -\frac{b}{2a}$   $x_0 = -\frac{1}{2} = -0,5$   
 $y_0 = (-0,5)^2 + (-0,5) = 0,25 - 0,5 = -0,25$   
**Две общих точки**

Вершина параболы  $(-0,5; -0,25)$   
3). Ось симметрии  $x = -0,5$ . ❌

4). Точки пересечения с осью  $Ox$ ,  $y=0$ .

$x^2 + x = 0$   
 $x(x+1) = 0$   
 $x = -1, x = 0$  точки  $(-1; 0), (0; 0)$

5).  $x=2$ , то  $y=2^2+2=6$ , точка  $(2; 6)$

**Нет общих точек**

**Одна общая точка**

**Ответ:  $-0,25; 2$ .**

$$y = 2 - \frac{x^4 + 3x^3}{x^2 + 3x} = 2 - \frac{x^3(x+3)}{x^2+3x}$$

Построим пар  
сдвига на 2 е

Если  $x = 0$ , то  $y = 2$   
 $x = -3$ , то  $y = -(-3)^2 + 2 = -7$   
**Исключаем две точки**  
 **$(0; 2)$  и  $(-3; -7)$ .**

$$y = -x^2 + 2$$

$$D(y) : x \neq 0, x \neq -3$$

Постройте график функции

$$y = 2 - \frac{x^4 + 3x^3}{x^2 + 3x}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком **две общие точки**.

**Две общие точки**

**2 общие точки**

**Нет общих точек**

**1 общая точка**

$y = m$  – это прямая, параллельная оси  $Ox$ .



Ответ :  $m \in (-\infty; -2), (-7; 2)$ .

## Задание 22

При  $m = 3$  прямая проходит через проколотую точку и имеет с параболой одну общую точку.

Используя квадратное уравнение, найдите возможные значения  $m$ .

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = 2 \end{cases}$$

Если  $x = -2$ , то  $y = (-2)^2 - 1 = 3$

Исключаем точку  $(-2, 3)$  — общие точки

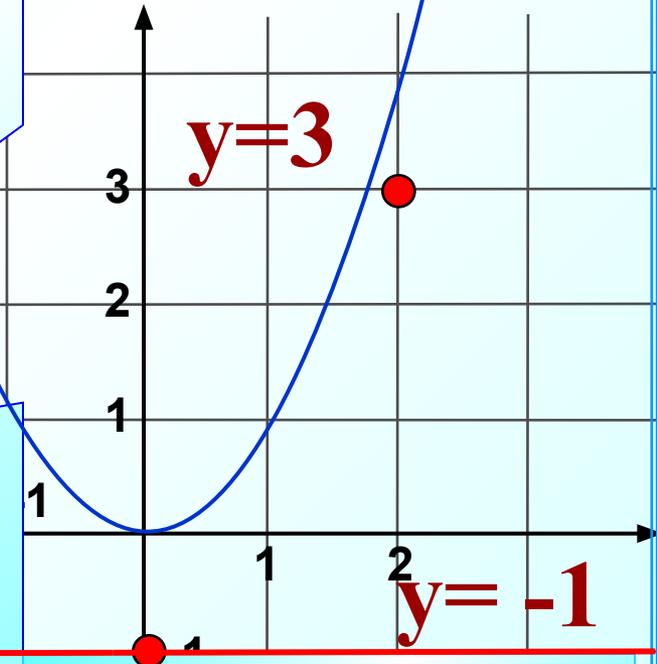
$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -2$$

Нет общих точек

$$x^2 + 3x + 2 = (x - (-1))(x - (-2)) = (x + 1)(x + 2)$$

$$y = x^2 - 1$$



$y = m$  — это прямая, параллельная оси  $Ox$ .

**Ответ:  $m = -1, m = 3$ .**

$$y = \frac{(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2)}{x}$$

**Одна общая точка**

$$(x+2)(x-2)$$

$x \neq 2; x \neq -2$

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

Построим график  $y = x^2 - 2x - 3$

1).  $a=1 > 0$ , ветви направ. вверх

2).  $x_0 = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$

$y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$

Вершина параболы  $(1; -4)$

Если  $x = -2$ , то  $y = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 3 = 5$

Если  $x = 2$ , то  $y = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$

Исключаем точки  $(-2; 5), (2; -3)$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -3$$

$x = -1, x = 3$  точки  $(-1; 0), (3; 0)$

5). Если  $x=0$ , то

$y = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$ . Точка

$y = 5$

-1

1

2

-1

-2

-3

$y = -3$

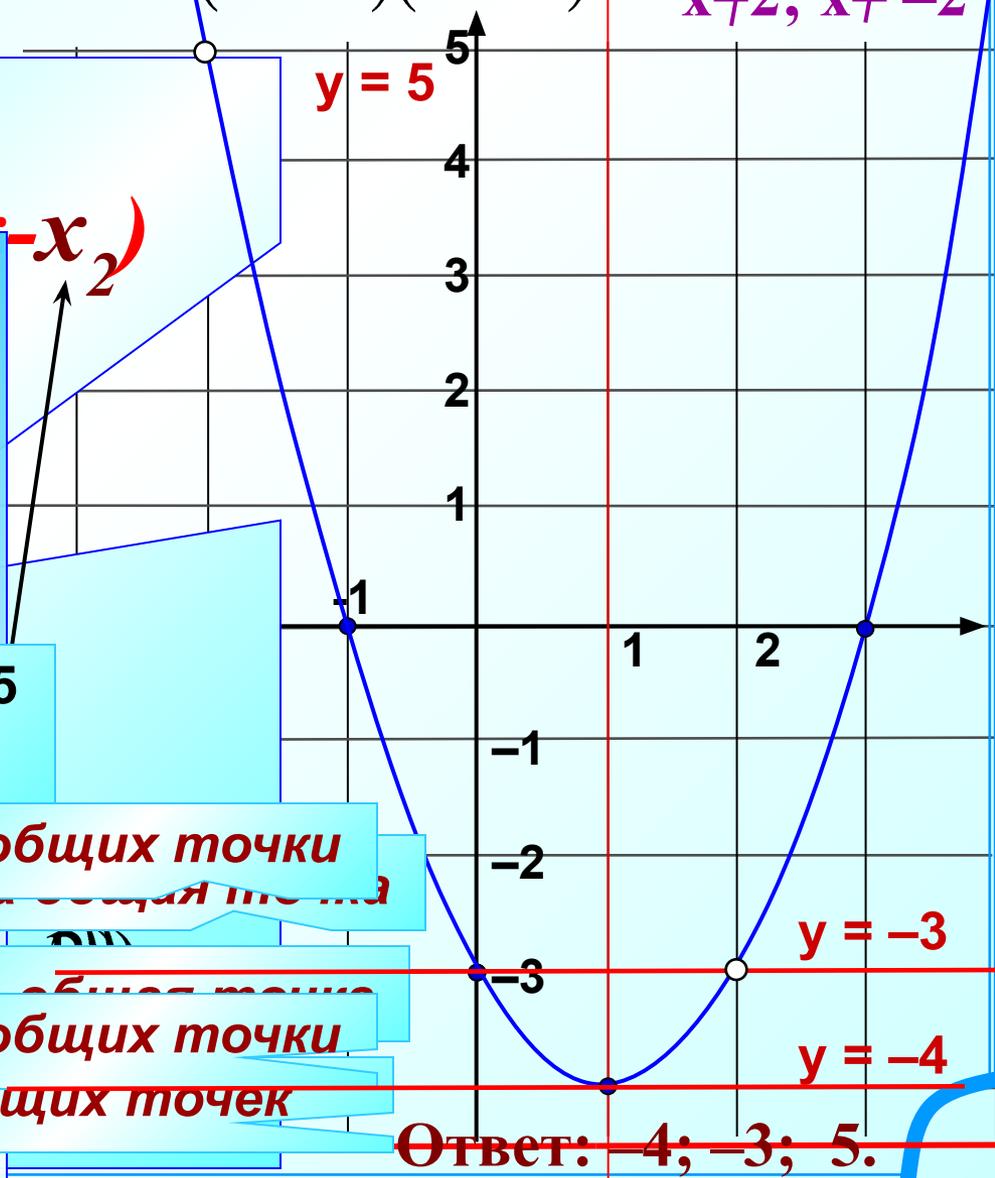
$y = -4$

**Две общих точки**

**Две общих точки**

**Нет общих точек**

**Ответ: -4; -3; 5.**



**Задание 22** Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$

и определите при каких значениях параметра  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-3)(x+2)(x^2 - 9)}{(x-3)(x+2)}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).  
Найдем корни по теореме Виета.

-6

Пусть  $x^2 = t$

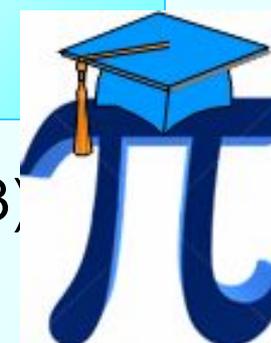
$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 13 & t_1 = 9 \\ t_1 \cdot t_2 = 36 & t_2 = 4 \end{cases}$$

Разложим трёхчлен на множители по формуле

$$a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$t^2 - 13t + 36 = (t - 9)(t - 4) = (x^2 - 9)(x^2 - 4) = (x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$$

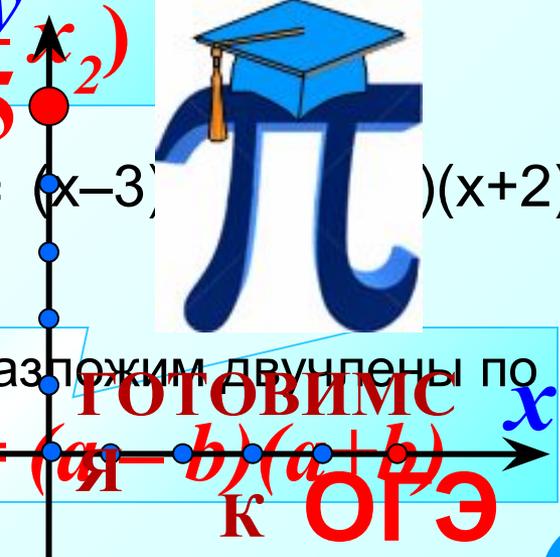


Построим график функ

Вернёмся к замене, разложим двучлены по формуле  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

D(

ГОТОВИМСЯ К ОГЭ



Построим график функции

$$y = x^2 + x - 6$$

**Одна общая точка**

$$D(y): x \neq 3, \quad x \neq -2$$

Если  $x = 3$ , то  $y = 3^2 + 3 - 6 = 6$

Если  $x = -2$ , то  $y = (-2)^2 + (-2) - 6 = -4$

**Исключаем точки (3; 6), (-2; -4).**



$$y_0 = (-0,5)^2 - 0,5 - 6 = 0,25 - 6,5 = -6,25$$

Вершина параболы  $(-0,5; -6,25)$

3). Ось симметрии  $x = -0,5$ .

4). Точки пересечения с осью

$Ox, y=0$ .

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

**Две общие точки**

$x = -3, x = 2$  точки  $(-3; 0), (2; 0)$

**Две общие точки**

5). Если  $x=0$ , то

$$y = 0^2 + 0 - 6 = -6$$

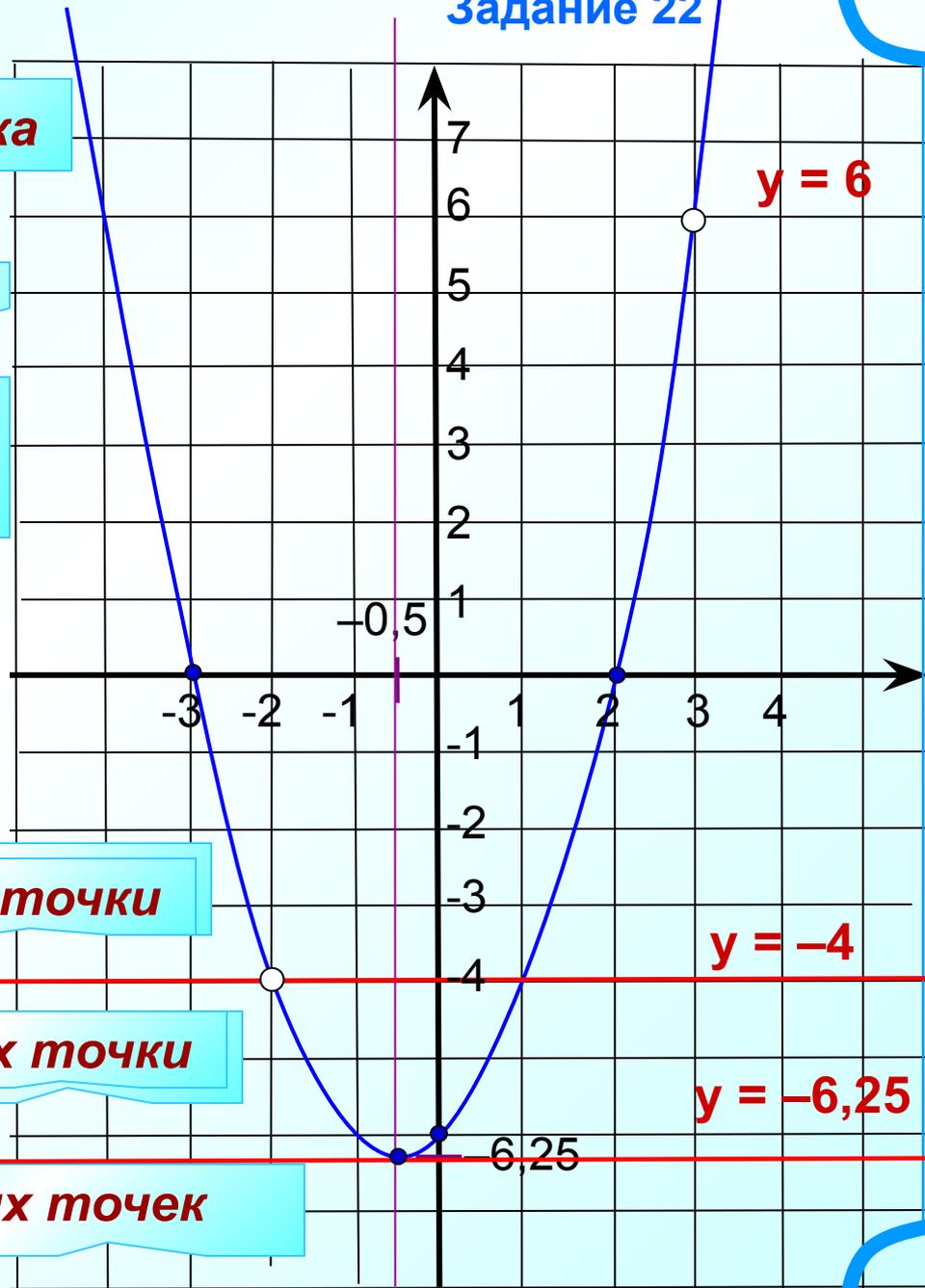
Точка  $(0$

**Нет общих точек**



**Ответ: -6,25; -4; 6.**

## Задание 22



$$y = \frac{(x+3)(x^2+9x+14)}{(x+2)} = \frac{(x+3)(x+7)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}} = (x+3)(x+7)$$

$y = (x+3)(x+7)$  ✓ **Две общих точки**

$D(y): x \neq -2$

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$x^2 + 9x + 14 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -9 \\ x_1 \cdot x_2 = 14 \end{cases} \begin{cases} x_1 = -7 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

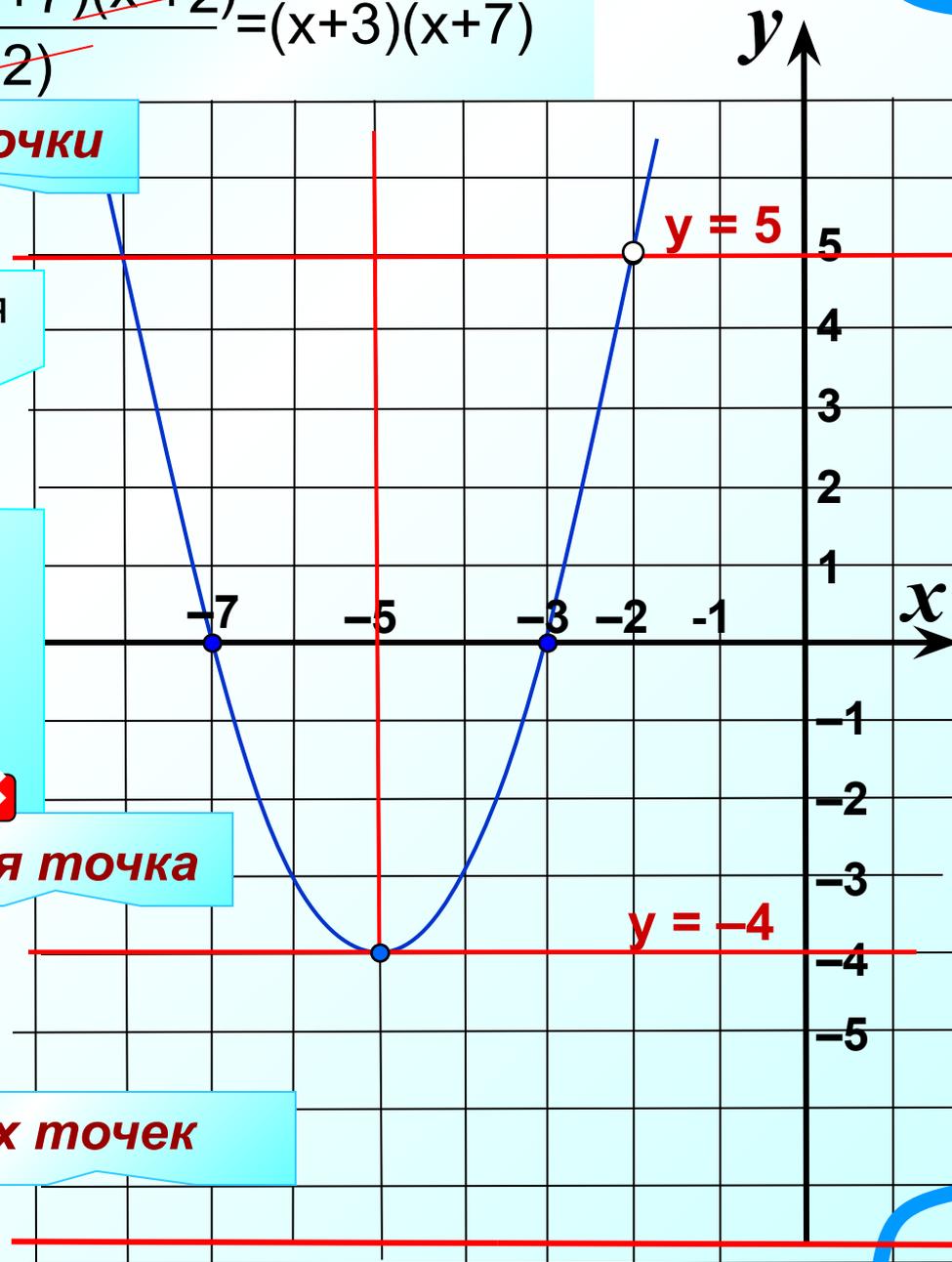
$$x^2 + 9x + 14 = (x+7)(x+2)$$

$y = \frac{(x+3)(x^2+9x+14)}{x+2}$  **Одна общая точка**

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$

имеет с графиком р **Нет общих точек**  
общую точку.

**Ответ:  $m = -4, m = 5$ .**



$$y = \frac{(x^2+9x+20)(x^2-3x+2)}{x^2+3x-4} = \frac{\cancel{(x+4)}(x+5)\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+4)}} = (x+5)(x-2)$$

$$x^2+9x+20=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2 = -9 \\ x_1 \cdot x_2 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$x^2+3x-4=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$$

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

$$x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$$

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 9x + 20)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + 3x - 4}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

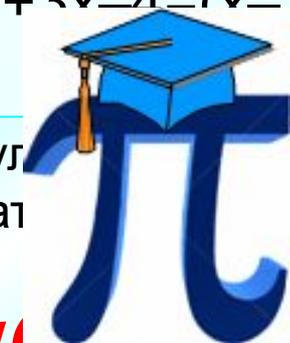
Используем формулу разложения квадратного trinomial на множители

$$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

ГОТОВИМСЯ

$$y = (x+5)(x-2)$$

$$D(y): x \neq 1, x \neq -4$$



5

я

ОГЭ

$$y = (x+5)(x-2) \quad \checkmark$$

$$D(y): x \neq -4, x \neq 1.$$

Найдем нули функции

$$\text{Если } x = -4, \text{ то } y = (-4+5)(-4-2) = -6$$

**Исключаем точку  $(-4; -6)$  ✗**

$$x = \frac{-5+2}{2} = -1,5$$

$$\text{Если } x = 1, \text{ то } y = (1+5)(1-2) = -6$$

**Исключаем точку  $(1; -6)$  ✗**

Вершина  $(-1,5; -12,25)$  **Нет общих точек**

Точка пересечения с  $y$ -осью  $(0; -10)$   
 $x=0, y(0) = (0+5)(0-2) = -10$

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 9x + 20)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + 3x - 4}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$

**Одна общая точка**

имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Нет общих точек**

**Ответ:  $m = -12,25$ .**

