Теория вероятности

Операции над случайными событиями.
Некоторые теоремы теории вероятности

Содержание презентации

- Операции над случайными событиями:
  - Сумма случайных событий;
  - Произведение случайных событий.
- Некоторые теоремы теории вероятности:
  - Теоремы сложения вероятностей несовместных событий;
    - Вероятность суммы несовместных событий;
    - Сумма вероятностей событий, образующих полную группу;
    - Сумма вероятностей противоположных событий;
  - Теоремы умножения вероятностей независимых событий:
    - Независимые события;
    - Вероятность произведения двух независимых событий;
    - События независимые в совокупности.
    - Вероятность произведения независимых в совокупности событий
  - Условная вероятность;
  - Теорема умножения вероятностей;
- Следствия теорем сложения и умножения:
  - Теорема сложения вероятностей совместных событий;
  - Формула полной вероятности;
  - Вероятность гипотез. Формула Байеса.

Теория вероятности

Операции над случайными событиями.

Сумма случайных событий

Суммой (объединением) событий А и В называется событие С, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из двух событий А или В.

$$C = A + B \text{ или } C = A \cup B$$

Слова "хотя бы одно из двух" означают, что может наступить: только событие А, только событие В, а также оба эти события одновременно.

Сумма случайных событий

Пример. Два стрелка стреляют в одну и ту же мишень по одному разу. Обозначим события:
A1: "1-й стрелок попал в мишень",
A2: "2-й стрелок попал в мишень".
Тогда их суммой будет событие

A: "Мишень поражена", то есть, либо попал только 1-й стрелок, либо только 2-й, либо попали оба.

Сумма случайных событий

Суммой событий $A_1, A_2, ..., A_n$ называется событие

$$A = A_1+A_2+ ...+ A_n,$$

состоящее в наступлении хотя бы одного из событий $A_1, A_2, ..., A_n$.

Если события $A_1, A_2, ..., A_n$ **несовместимы**, то одновременно они наступить не могут, и определение будет следующим.

Суммой несовместимых событий $A_1, A_2, ..., A_n$ называется событие A, состоящее в наступлении только одного из событий $A_1, A_2, ..., A_n$.

Сумма случайных событий

Пример. В лотерее выпущено 100 билетов. Среди них есть по одному билету с выигрышами 2, 5, 10, 15, 20 рублей. Обозначим события

$Б_2$ – купленный билет выиграл 2 рубля,

$Б_5$ – купленный билет выиграл 5 рублей, и т. д.

Тогда событие $Б_в$ – купленный билет выиграл.

$$Б_в = Б_2 + Б_5 + Б_{10} + Б_{15} + Б_{20}.$$

События $Б_2$, $Б_5$, $Б_{10}$, $Б_{15}$, $Б_{20}$ несовместные.

Сумма случайных событий

Опишем операцию суммы событий на **языке теории множеств.**

Рассмотрим опыт с кубиком. Найдем объединение событий А и В в каждом из трех перечисленных случаев:

1. А = {выпадет тройка}, В = {выпадет пятерка};
2. А = {выпадет простое число}, В = {выпадет нечетное число};
3. А = {выпадет четное число}, В = {выпадет шестерка}.

Для ответа на вопрос представим каждое событие в виде **множества благоприятных исходов** и найдем объединения соответствующих множеств:

1. А = {3}; В = {5}; А U В = {3,5};
2. А = {2,3,5}; В = {1,3,5}; А U В = {1,2,3,5};
3. А = {2,4,6}; В = {6}; А U В = {2,4,6}.

Словами результат объединения можно описать например, так:

1. А U В = {выпадет тройка или пятерка};
2. А U В = {выпадет любое число, кроме 4 и 6};
3. А U В = {выпадет четное число}.

Произведение случайных событий.

Произведением (пересечением) событий А и В называется событие С, которое происходит тогда и только тогда, когда происходят одновременно оба события А и В.

$$C = A \cdot B \text{ или } C = A \cap B$$

Другими словами, эксперимент заканчивается исходом, благоприятным как для А, так и для В.

Произведение случайных событий.

Пример. Рассмотрим опыт с кубиком. Найдем объединение событий А и В в каждом из перечисленных случаев:

А = {выпадет тройка}, В = {выпадет пятерка};

А = {выпадет простое число}, В = {выпадет нечетное число};

А = {выпадет четное число}, В = {выпадет шестерка}.

Представим каждое событие в виде множества благоприятных исходов и найдем общие исходы А и В:

$A=\{3\}$; $B=\{5\}$; $\Rightarrow$ $A \cap B = \varnothing$;

$A = \{2,3,5\}$; $B = \{1,3,5\}$; $\Rightarrow$ $A \cap B = \{3,5\}$;

$A = \{2,4,6\}$; $B = \{6\}$; $\Rightarrow$ $A \cap B = \{6\}$.

Операции над случайными событиями

Пример. Победитель соревнования награждается: призом (событие А), денежной премией (событие В), медалью (событие С). Что представляют собой события:

а) А + В; б) АВС; в) АС + В.

Теория вероятности

Некоторые теоремы теории вероятности

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Теорема 1. Вероятность суммы **несовместных** событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Доказательство.

Пусть n – число равновозможных элементарных событий

m – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию A

k – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию B

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad P(B) = \frac{k}{n}$$

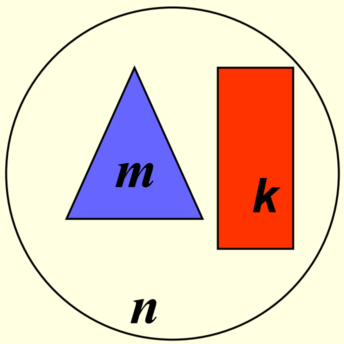
Число исходов, благоприятных для события C = A+B равно m+k, так как они несовместимы. Следовательно,

$$P(C) = P(A+B) = \frac{m+k}{n} = \frac{m}{n} + \frac{k}{n} = P(A) + P(B)$$

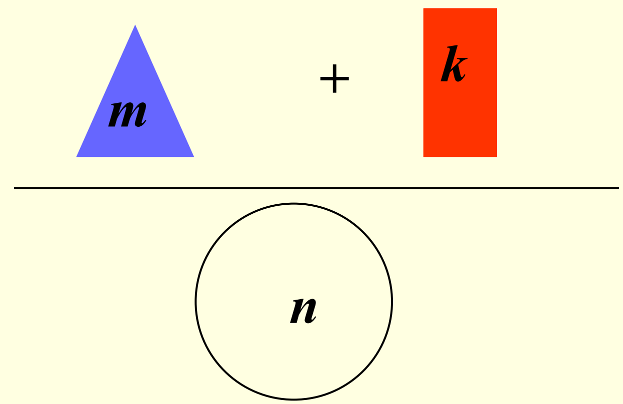
Ч.Т.Д.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

С геометрической точки зрения



P(A + B)=



n – число равновозможных элементарных событий

m – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию А

k – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию В

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Задача. В урне 15 шаров – 7 белых, 2 зеленых, 6 красных. Наугад вынимаем 1 шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется или красным, или зеленым?

Решение.

1) Событие А – вынули красный шар $P(A) = \frac{6}{15}$

2) Событие В – вынули зеленый шар $P(B) = \frac{2}{15}$

3) События А и В – несовместные, поэтому С = А + В сумма событий

$$P(C) = P(A+B) = \frac{6}{15} + \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\textit{Ответ}: P(C) = \frac{8}{15}.$$

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Пример. В лотерее выпущено 100 билетов. Среди них есть 10 билетов с выигрышами 2 рубля, 5 билетов с выигрышами 5 рублей, 3 билета с выигрышами 10 рублей, 2 билета с выигрышами 15 рублей, 1 билет с выигрышем 20 рублей. Найти вероятность того, что купленный билет выиграл не меньше 10 рублей.

Решение. Обозначим события

$Б_2$ – купленный билет выиграл 2 рубля,

$Б_5$ – купленный билет выиграл 5 рублей, и т. д.

События $Б_2$, $Б_5$, $Б_{10}$, $Б_{15}$, $Б_{20}$ несовместные. По теореме сложения вероятностей несовместных событий

$P(Б_{10}+Б_{15}+Б_{20}) = P(Б_{10})+ P(Б_{15})+P(Б_{20}) =0,03+0,02+0,01=0,06$

Ответ: вероятность того, что купленный билет выиграл не меньше 10 рублей равна 0,06.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Теорема 2. Сумма вероятностей событий A_1, A_2, ..., A_n, образующих полную группу, равна 1:

$$P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$$

Доказательство.

Так как появление одного из событий полной группы достоверно, а вероятность достоверного события равна 1, то

$$P(A_1+A_2+\dots+A_n)=1$$

Любые два события полной группы несовместны, поэтому можно применить теорему сложения несовместных событий:

$$P(A_1+A_2+\dots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)$$

Сравнивая эти равенства, получим

$$P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$$

что и требовалось доказать.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Пример. Консультационный пункт института получает пакеты с контрольными работами из городов А, В, С. Вероятность получения пакета из города А равна 0,7, из города В - 0,2. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С.

Решение. События «пакет получен из города А», «пакет получен из города В», «пакет получен из города С» образуют полную группу, поэтому

$$0{,}7 + 0{,}2 + p = 1.$$

Отсюда искомая вероятность

$$p = 1 - 0{,}7 - 0{,}2 = 0{,}1$$

Ответ: Вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С равна 0,1.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

1. Вероятность того, что в футбольном матче "Спартак"-"Динамо" победит "Спартак" равна 0,4, а что победит "Динамо" - 0,3. С какой вероятностью матч закончится вничью?

2. Вероятность получения студентом отличной оценки на экзамене - 0,1; хорошей - 0,2; удовлетворительной - 0,3. Для получения стипендии нужно сдать экзамен на "отлично" или "хорошо". Найдите вероятность того, что

   а) студент получит стипендию.

   б) студент не сдаст экзамен?

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Теорема 3. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

Доказательство.

Противоположные события образуют полную группу, а сумма вероятностей событий образующих полную группу, равна 1.

Замечание. Часто вероятность одного из двух противоположных событий обозначают p, тогда вероятность второго события q = 1 – p.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Пример. За ответ на экзамене ученик может получить одну из оценок 5, 4, 3, 2. вероятность того, что ученик получит оценку 5, равна 0,3; оценку 4 – 0,4; оценку 3 – 0,2. Какова вероятность того, что ученик не сдаст экзамен? Какое событие противоположно событию: «ученик получит оценку 5» и какова вероятность этого события?

Решение. Рассмотрим события: А1 - ученик получит оценку 5,

А2 - ученик получит оценку 4; А3 - ученик получит оценку 3;

А4 - ученик получит оценку 2.

События А1, А2, А3, А4 – несовместные, составляющие полную группу. Р(А1)=0,3, Р(А2)=0,4, Р(А3)=0,2.

По теореме о вероятности полной группы событий $\Rightarrow$ Р(А4)=0,1.

Событию А1 - ученик получит оценку 5 противоположно событие

$\overline{A1}$ – ученик не получит оценку 5.

По теореме о вероятности противоположных событий найдем

$P(\overline{A1}) = 1 – P(A1) = 1 – 0,3 = 0,7$

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

1. В партии из 10 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что: а) среди двух наудачу извлеченных деталей есть хотя бы одна стандартная; б) среди 6 наудачу извлеченных деталей окажется не более одной нестандартной детали.

2. Контрольная работа по математике оценивается целым числом баллов, причем наибольшее число баллов равно 10. Вероятность получить студенту Иванову за эту работу 10 баллов равна 0,2; 9 баллов – 0,3; от 1 до 9 баллов включительно – 0,7. Найти вероятность, что Иванов получит: а) не менее 9 баллов; б) ноль баллов.

Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.

Домашнее задание

1. По статистическим данным ремонтной мастерской, в среднем на 20 остановок токарного станка приходится: 10 - для смены резца; 3 - из-за неисправности привода; 2 - из-за несвоевременной подачи заготовок. Остальные остановки происходят по другим причинам. Найти вероятность остановки станка по другим причинам.
2. Мастер обслуживает 5 станков. 20% рабочего времени он проводит у первого станка, 10% - у второго, 15% - у третьего, 25% - у четвертого. Найти вероятность того, что в наудачу выбранный момент времени мастер находится: а) у 2 или 4 станка; б) у 1, 2 или 3 станка; в) не у пятого станка.

- Учебник стр. 34-35 § 1.6

Теорема умножения вероятностей независимых событий

Два события А и В называются **независимыми**, если вероятность одного из них не зависит от того, произошло или не произошло другое.

Пример 1. Подбрасывают 2 монеты.

А - на первой выпал орел,

В – на второй выпал орел.

События А и В **независимые**.

Пример 2. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды извлекают по одному шару, не возвращая их обратно.

А – при первом испытании был извлечен черный шар,

В - при втором испытании был извлечен белый шар.

События А и В **зависимые**.

Теорема умножения вероятностей независимых событий

Теорема 4. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей.

P(AB) = P(A) * P(B)

Доказательство.

Рассмотрим два независимых события А и В. Пусть событию А благоприятствуют m исходов из общего числа n исходов, тогда

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пусть событию В благоприятствуют k исходов из общего числа r исходов, тогда

$$P(\hat{A}) = \frac{k}{r}$$

Тогда для события С = АВ по правилу произведения благоприятных исходов будет m*k, а общее число исходов - n*r. По классическому определению вероятности

$$P(C) = P(AB) = \frac{mk}{nr} = \frac{m}{n} * \frac{k}{r} = P(A) * P(B)$$

Ч.Т.Д.

Теорема умножения вероятностей независимых событий

Пример 1. Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.

Решение. Обозначим А – появление герба на первой монете,

В - появление герба на второй монете. Р(А)=0,5, Р(В)=0,5. События А и В независимые, поэтому по теореме умножения вероятностей для независимых событий Р(АВ) = Р(А) * Р(В)= 0,5 * 0,5 = 0,25. Ответ: вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет равна 0,25.

Задача. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием равна 0,8, а вторым – 0,7.

Попарно независимые события

Замечание. Если события A и B независимы, то независимы также события A и $\overline{B}$, $\overline{A}$ и B, $\overline{A}$ и $\overline{B}$.

Несколько событий называются **попарно независимыми**, если каждые два из них независимы.

Например, события A, B, C попарно независимы, если независимы события A и B, A и C, B и C.

Пример. Игральную кость подбрасывают три раза.

A – первый раз выпала шестерка;

B – второй раз выпала шестерка;

C – третий раз выпала шестерка.

События A, B, C попарно независимы.

События независимые в совокупности.

Несколько событий называют **независимыми в совокупности (или просто независимыми),** если независимы каждые два из них и независимы каждое событие и все возможные произведения остальных.

Например, если события A, B, C независимы в совокупности, то независимы события A и B, A и C, B и A, A и BC, B и AC, C и AB.

Пример 2. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали.

Рассмотрим следующие события:

A1 – деталь из первого ящика стандартная;

A2 - деталь из второго ящика стандартная;

A3 - деталь из третьего ящика стандартная.

События A1, A2, A3 независимы попарно и в совокупности.

События независимые в совокупности.

Пример 3. Бросают два кубика. Рассмотрим события:

A = {на первом кубике выпадет шестерка};

B = {на втором кубике выпадет шестерка};

C = {на кубиках выпадет равное количество очков}.

События A, B, C являются попарно независимыми, но не являются независимыми в совокупности, так как события AB и C не являются независимыми.

Теорема умножения вероятностей независимых событий

Теорема. Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A_1A_2\ldots A_n)=P(A_1)*P(A_2)*\ldots*P(A_n)$$

Пример 2. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение. Обозначим A1 – деталь из первого ящика стандартная; A2 - деталь из второго ящика стандартная; A3 - деталь из третьего ящика стандартная.

P(A)=0,8, P(B)=0,7, P(C)=0,9.

События A1, A2, A3 попарно независимы и независимы в совокупности. По теореме умножения

P(ABC)=P(A)*P(B)*P(C)=0,8*0,7*0,9=0,504.

Вероятность появления хотя бы одного события

Часто в задачах требуется найти вероятность появления хотя бы одного из n событий, независимых в совокупности.

Пример. Какова вероятность, что при подбрасывании четырех кубиков выпадет хотя бы одна шестерка?

Решение. Обозначим А - при подбрасывании четырех кубиков выпадет хотя бы одна шестерка;

A_1 – шестерка выпадет на 1-м кубике; $P(A_1)=1/6$, $P(\overline{A_1})=5/6$.

A_2 – шестерка выпадет на 2-м кубике; $P(A_2)=1/6$, $P(\overline{A_2})=5/6$ и т. д.

Тогда событие $B=\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4}$ - не выпадет ни одного кубика, является противоположным событию А. По т. о противоположных

событиях $P(A)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4})=1 \Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4})$. Т.к. события

A_1, A_2, A_3, A_4 независимые, то $P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4})=P(\overline{A_1})*P(\overline{A_2})*P(\overline{A_3})*P(\overline{A_4})$

$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A_1})*P(\overline{A_2})*P(\overline{A_3})*P(\overline{A_4}) \Rightarrow P(A)=1-5/6*5/6*5/6*5/6 \approx 0{,}518$

Ответ: 0,518.

Вероятность появления хотя бы одного события

Теорема. Вероятность появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}_1) * P(\overline{A}_2) * \ldots * P(\overline{A}_n).$$

Замечание. Если обозначить

$P(A_1) = p_1, \ldots P(A_n) = p_n \Rightarrow P(\overline{A}_1) = 1 - p_1 = q_1, \ldots P(\overline{A}_n) = 1 - p_n = q_n$, тогда формулу можно записать так:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \ldots q_n.$$

Пример. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: $p_1 = 0{,}8$; $p_2 = 0{,}7$; $p_3 = 0{,}9$. Найти вероятность хотя бы одного попадания при залпе из всех орудий.

Вероятность появления хотя бы одного события

- Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй — 0,9; третий — 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: а) только 2-й экзамен; б) только один экзамен; в) три экзамена; г) по крайней мере два экзамена; д) хотя бы один экзамен.

Теорема умножения вероятностей независимых событий

Домашнее задание

- Учебник, стр. 38 §1.6, теорема 1.7;
- Стр. 84 №1.25 **1)4)**, 1.27 **3)**.
- **Задача.** На садовом участке посажены 3 дерева: вишня, слива и яблоня. Вероятность того, что приживется вишня, равна 0,7; слива – 0,8, а яблоня – 0,9. Какова вероятность того, что приживутся:
  a) Ровно два дерева;
  b) Не менее двух деревьев;
  c) Хотя бы одно дерево.

Условная вероятность

Условной вероятностью $P_A(B)$ (или P(B/A)) называют вероятность события B, вычисленную в предположении, что событие A уже наступило.

Пример 47. Из урны, содержащей 8 белых и 12 черных шаров наугад друг за другом вынимают два шара. Даны события:

A: "Первый шар - белый",
B: "Второй шар -белый".

Найти условные вероятности $P(B/A), P(\overline{B}/A), P(B/\overline{A}), P(\overline{B}/\overline{A})$

Решение. Во-первых, заметим, что $\overline{A}$: "Первый шар - черный", $\overline{B}$: "Второй шар - черный". Найдем P(B/A). Событие A уже произошло, то есть первый шар вынут и он - белый. Требуется найти вероятность того, что второй шар - белый. В урне осталось 19 шаров, из них 7 белых. Поэтому P(B/A)= 7/19.

Рассуждая аналогично, находим:

$$P(\overline{B}/A)=\frac{12}{19},\ P(B/\overline{A})=\frac{8}{19},\ P(\overline{B}/\overline{A})=\frac{11}{19}$$

Условная вероятность

Условная вероятность события В при условии, что событие А уже наступило, по определению равна

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Покажем, что формула верна. Пусть из общего числа *n* равновозможных и несовместных (элементарных) исходов испытания (случаев) событию А

благоприятствует *m* случаев, событию В — *k* случаев, а совместному появлению событий А и В т.е. событию АВ — *l* случаев ($l \leq m$, $l \leq k$)

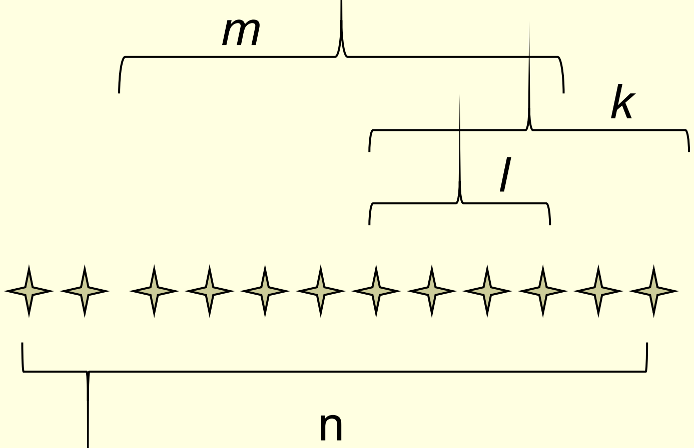
Тогда, согласно классическому определению вероятности,

P(A)= *m / n,* P(AB)= *l / n.*

После того как событие А произошло, число всех равновозможных исходов (случаев) сократилось с *n* до *m*, а число случаев, благоприятствующих событию В с *k* до *l*. Поэтому условная вероятность

$$P_A(B) = \frac{l}{m} = \frac{l/n}{m/n} = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Условная вероятность



- *n* равновозможных и несовместных (элементарных) исходов испытания
- *m* случаев благоприятствует событию A
- *k* случаев благоприятствует событию B
- *l* случаев благоприятствует совместному появлению событий A и B, т.е. событию AB

Дадим еще одно определение независимых событий:
Событие B независимо от события A, если условная вероятность события B равна его безусловной вероятности, т. е. $P(B/A) = P(B)$.

Если событие B не зависит от события A, то и событие A не зависит от события B.

Условная вероятность

Пример. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара во втором испытании, если первый извлеченный шар черного цвета.

Решение.

A - первый извлеченный шар черного цвета;

B - появление белого шара во втором испытании.

AB – в первом испытании извлечен черный шар, а во втором белый.

Исходя из классического определения вероятности, P(A)=3/6,

По правилу произведения P(AB)= $\dfrac{3*3}{A_6^2}=\dfrac{9}{30}$.

По формуле условной вероятности $P_A(B)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{9/30}{3/6}=\dfrac{3}{5}$

Теорема умножения вероятностей

Теорема. Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(B / A\right)$$

Замечание. О влиянии *B* на *A* говорить довольно непривычно: ведь *A* происходит раньше, чем *B*. Но в теории вероятностей рассматривают и такую зависимость, причем

$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A)$

Следовательно, безразлично какое событие считать первым, а какое вторым.

Теорема умножения вероятностей

- На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета?

Теорема умножения вероятностей

Пример. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков - конусный, а второй – эллиптический.

Решение. Рассмотрим события:

A - первый из взятых валиков – конусный,

B – второй из взятых валиков – эллиптический,

AB - первый из взятых валиков - конусный, а второй – эллиптический.

P(A) = 3/10,   P(B/A) = 7/9.

По теореме умножения вероятностей

$$P(AB)= P(A) \cdot P(B/A) = (3/10) \cdot (7/9) = 7/30.$$

Теорема умножения вероятностей

Следствие. Вероятность появления нескольких событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятность каждого последующего события вычисляется в предположении, что все предыдущие события уже появились.

В частности для трех событий:

$$P(ABC)=P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB).$$

Замечание. Порядок, в котором расположены события может быть выбран любым, т. е. безразлично какое событие считать первым, вторым и т. д.

Теорема умножения вероятностей

Пример. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар, при втором – черный, при третьем – синий.

Решение. Рассмотрим события:

A - при первом испытании появится белый шар;

B - при втором испытании появится черный шар;

C - при третьем испытании появится синий шар;

ABC - при первом испытании появится белый шар, при втором – черный, при третьем – синий.

$P(A) = 5/12$, $P(B/A) = 4/11$, $P(C/AB) = 3/10$. Следовательно,

$P(ABC) = P(A) \bullet P(B/A) \bullet P(C/AB) = (5/12) \bullet (4/11) \bullet (3/10) = 1/22$.

Теорема умножения вероятностей

Домашнее задание

1. Учебник стр.37 §1.6;
2. Стр. 87 № 1.29**1)**, 1.29**6)**.
3. **Задача.** В некоторой серии денежно-вещевой лотереи на 1000 билетов приходится 24 денежных и 10 вещевых выигрышей. Некто приобрел 2 билета этой серии. Какова вероятность выигрыша:
   a) хотя бы по одному билету;
   b) по первому билету денег, а по второму – вещи?

Решение задач

- В ходе исследования работы городского транспорта проводился социологический опрос пассажиров. Оказалось, что 64% населения используют только муниципальный транспорт, а 38 % только частные микроавтобусы. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пассажир пользуется любым из возможных видов транспорта.
- Два станка работают независимо друг от друга, причем вероятность бесперебойной работы первого станка в течение определенного времени равна 0,8, а другого — 0,85. Какова вероятность выхода из строя обоих станков в течение данного промежутка времени?

$$+\begin{cases} P(A+B)=P(A)+P(B) & \text{— несовм.} \\ P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B) & \text{— совмес} \end{cases}$$

$$*\begin{cases} P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B) & \text{— независ.} \\ P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B/A) & \text{— завис.} \end{cases}$$

Работа электронного устройства прекратилась вследствие выхода из строя одного из пяти унифицированных блоков. Производится последовательная замена каждого блока новым до тех пор, пока устройство не начнет работать. Какова вероятность того, что придется заменить: а) 2 блока; б) 4 блока?

$$+\begin{cases} P(A+B) = P(A) + P(B) & \text{— несовм} \\ P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B) & \text{— совмест} \end{cases}$$

$$*\begin{cases} P(A\cdot B) = P(A)\cdot P(B) & \text{— независ.} \\ P(A\cdot B) = P(A)\cdot P(B/A) & \text{— завис.} \end{cases}$$

Теория вероятности

Следствия теорем сложения и умножения

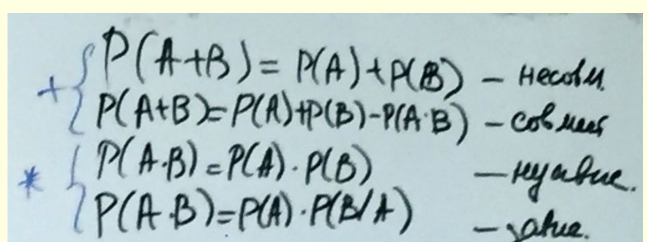
Теорема сложения вероятностей совместных событий

Напомним, что два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

Пример. A – появление 4-х очков при бросании кубика;
B – появление четного числа очков. События A и B совместные.

Теорема. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) – P(AB)$$



Теорема сложения вероятностей совместных событий

Пример. Бросают две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки.

Решение.

1)Обозначим события

А – появление «6» при бросании первой игральной кости, Р(А)=1/6.

В – появление «6» при бросании второй игральной кости, Р(В)=1/6.

АВ – появление «6» на обеих игральных костях, Р(АВ)=1/36

Определить вероятность события С = А + В

2) А и В совместимые события, следовательно,

Р (С)= Р(А + В)= Р(А) + Р(В) – Р(АВ)

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(AB) = \frac{1}{36}$$

$$P(A+B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

$$Ответ: P(A+B) = \frac{11}{36}.$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий

Пример. Из колоды 36 карт наудачу вытаскивают одну карту.

Найти вероятность того, что вытащенная карта будет либо трефовой масти, либо дама.

Рассмотрим случайные события:

A – это будет карта трефовой масти; P(A)= 1/4.

B – это будет дама; P(B)= 1/9.

AB – это будет трефовая дама; P(AB) =1/36.

A + B – вытащенная карта будет либо трефовой масти, либо дама.

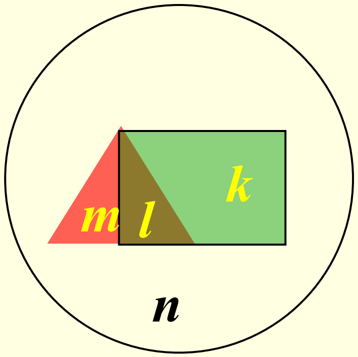
Найдем вероятность события A+B.

События A и B совместные.

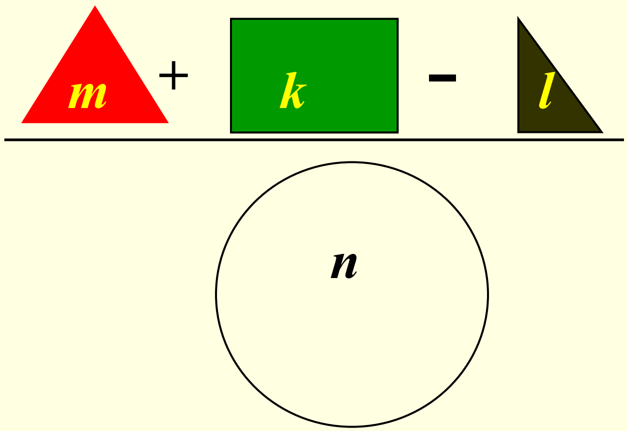
По теореме сложения вероятностей совместных событий:

P(A + B) = P(A) + P(B) – P(AB) = 1/9 + 1/4 - 1/36 = 1/3.

Теорема сложения вероятностей совместных событий



P(A + B)=



- n – число равновозможных элементарных событий
- m – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию A
- k – число равновозможных элементарных событий, благоприятных событию B
- *l* – число событий, благоприятных для A и B одновременно

P(A+B) = P(A) + P(B) – P(AB)

Теорема сложения вероятностей совместных событий

Пример. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета?

Решение. Пусть событие A_i — выигрыш по i-му билету (i= 1,2,3,4).

Задачи

- Из колоды в 36 карт последовательно извлекаются 2 карты. Найти вероятность того, что вторая карта окажется червой, если до этого: а) была извлечена черва; б) была извлечена карта другой масти.
- В урне 6 черных, 5 красных и 4 белых шара. Последовательно извлекают три шара. Найти вероятность того, что а) третий шар окажется белым, если до этого был извлечён черный и красный шар; б) первый шар окажется черным, второй – красным и третий – белым.

Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8. Вероятность того, что цель не поражена после выполнения первым и вторым стрелками по одному выстрелу равна 0,08. Какова вероятность поражения цели вторым стрелком при одном выстреле?

Формула полной вероятности

Задача. В урне было 20 белых и 10 черных шаров. Потерялся 1 шар. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым?

Решение. Рассмотрим случайные события:

B_1 – потерялся белый шар, $P(B_1)=2$

B_2 – потерялся черный шар, $P(B_2)=$;

A – вынули белый шар. Оно могло произойти в двух случаях:

1) потерялся белый шар **и** вынули белый шар **или**

2) потерялся черный шар **и** вынули белый шар.

$A = AB_1 + AB_2$.

Формула полной вероятности

Формула $P(A)= P(A/B_1)*P(B_1) + P(A/B_2)*P(B_2)$, полученная нами при решении предыдущей задачи, называется формулой полной вероятности. Ее можно обобщить следующим образом:

Теорема. Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А:

$$P(A)=P(A/B_1)*P(B_1) + P(A/B_2)*P(B_2) + \ldots + P(A/B_n)*P(B_n)=$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P(A/B_i)\cdot P(B_i)$$

Формула полной вероятности

Задача. У пользователя на рабочем столе компьютера находятся две папки с файлами. В первой папке 16 файлов, причем 4 из них имеют размер менее 500 Кбайт. Во второй папке 20 файлов, из них 5 файлов размером менее 500 Кбайт. Не интересуясь размерами файлов, пользователь перемещает из первой папки во вторую 1 файл, после чего открывает файл из второй папки. Найти вероятность того, что будет открыт файл размером менее 500 Кбайт.

Решение. Рассмотрим следующие гипотезы:

B_1 – из первой папки во вторую перемещен файл размером менее 500 Кбайт;. $P(B_1) = 4/16=1/4$

B_2 – из первой папки во вторую перемещен файл размером не менее 500 Кбайт;. $P(B_2) = 12/16=3/4$

A – файл, открытый пользователем, имеет размер менее 500 Кбайт.

$P(A/B_1) = 6/21$, $P(A/B_2)= 5/21$.

$P(A)= P(A/B_1)*P(B_1) + P(A/B_2)*P(B_2)= 1/4*6/21+3/4*5/21=1/4$.

Задача «Звездочет и палач»

Задача. Звездочет и палач.

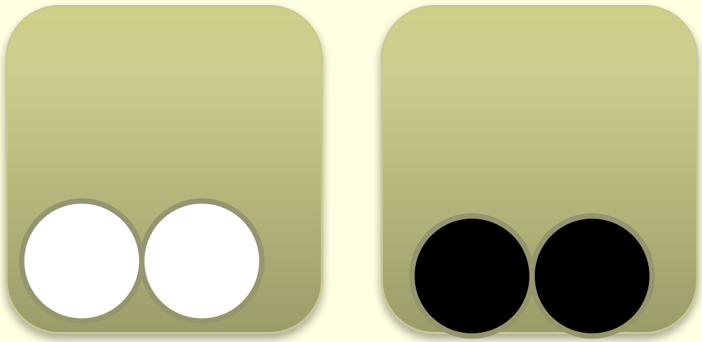
Некий грозный властелин разгневался как-то на своего звездочета, который по звездам предсказал конец света – и не угадал. Повелел властелин палачу отрубить звездочету голову. Однако в последний момент он смягчился. Властелин взял **два черных и два белых** шара и предложил звездочету **произвольным образом распределить их по двум вазам из непрозрачного стекла**. Палач должен **выбрать наугад одну из ваз и наугад вытащить из нее шар. Если шар окажется белым, звездочет будет помилован, а если черным, казнен**.

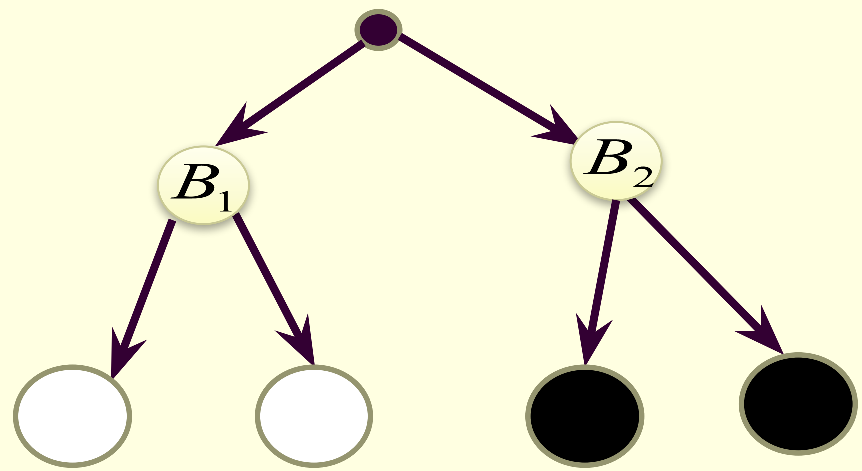
- О, всемилостивейший! – взмолился звездочет. – Моя жизнь будет дважды зависеть от случая! Никто не ведает, какую вазу выберет палач. Никто не ведает, какой шар подвернется под руку палачу.

- На случай надейся, а сам не плошай, - усмехнулся властитель. – Сообрази, **как надо распределить шары по вазам, чтобы получить наибольшее число шансов спастись**.

Задача «Звездочет и палач»

1 вариант.





Найдем вероятность вытащить белый шар. Обозначим:

Б – вытащили белый шар;

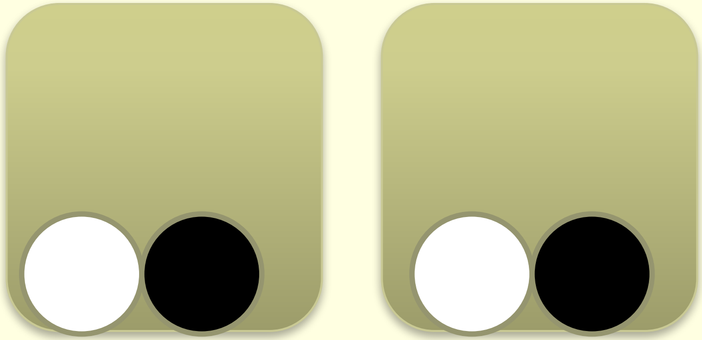
B_1 – палач выбрал 1-ую вазу, B_2 – палач выбрал 2-ую вазу;

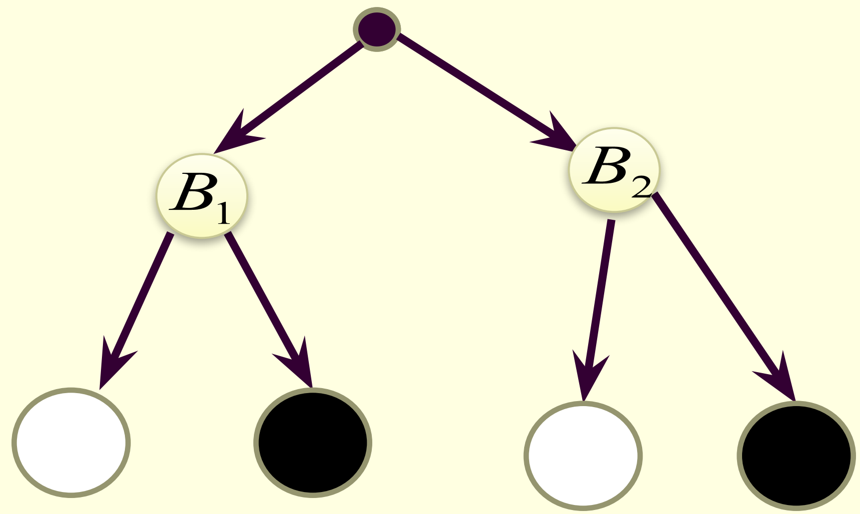
Вероятность выбрать любую из ваз равна ½.

$$P(Б) = P(B_1)\cdot P(Б/B_1) + P(B_2)\cdot P(Б/B_2) = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 0 = \frac{1}{2}$$

Задача «Звездочет и палач»

2 вариант.



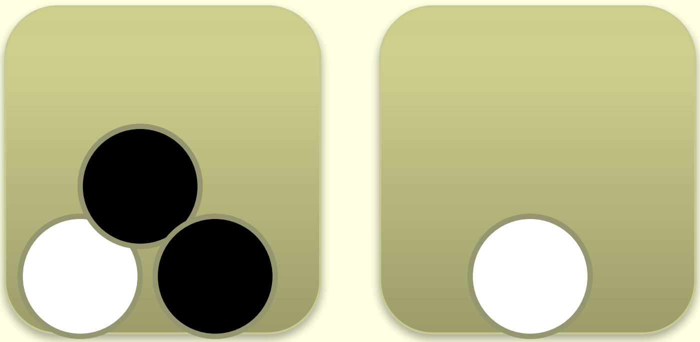


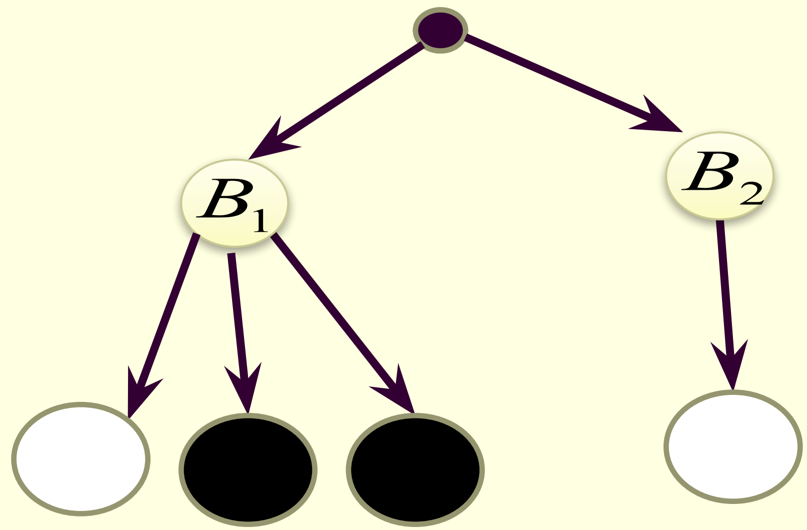
Найдем вероятность вытащить белый шар.

$$P(Б)=P(B_1)\cdot P(Б/B_1)+P(B_2)\cdot P(Б/B_2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

Задача «Звездочет и палач»

3 вариант.



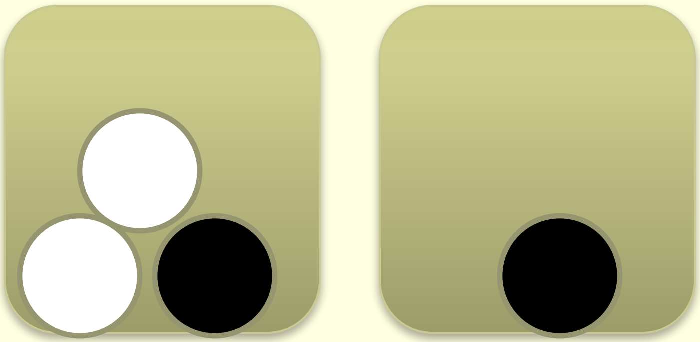


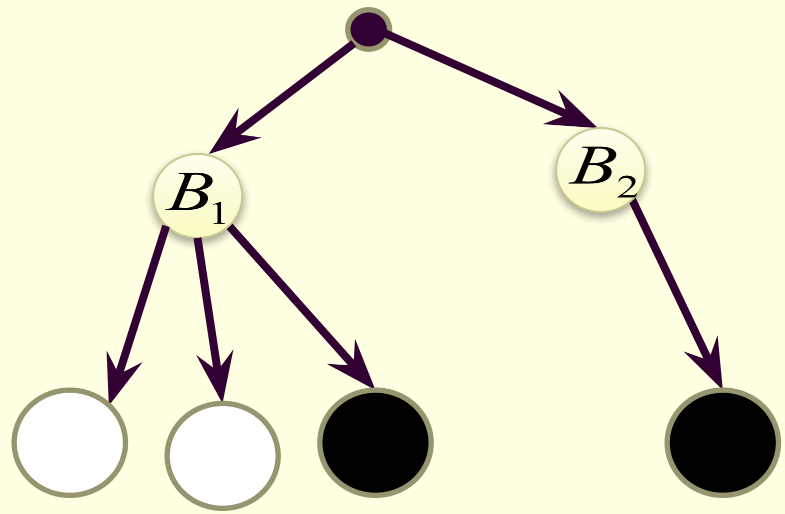
Найдем вероятность вытащить белый шар.

$$P(Б)=P(B_1)\cdot P(Б/B_1)+P(B_2)\cdot P(Б/B_2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$

Задача «Звездочет и палач»

4 вариант.





Найдем вероятность вытащить белый шар.

$$P(Б) = P(B_1) \cdot P(Б / B_1) + P(B_2) \cdot P(Б / B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{1}{3}$$

По результатам наших вычислений можно сделать вывод, что звездочет (чтобы выжить) должен разложить шары так, как указано в 3 варианте: в одной вазе 1белый и 2 черных шара, а в другой – 1 белый шар.

Формула полной вероятности

1. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых, проезжающих по тому же шоссе, как 3 **:** 2. Известно, что в среднем одна из 30 грузовых и две из 45 легковых автомашин подъезжают к бензоколонке для заправки. Чему равна вероятность того, что проезжающая машина будет заправляться?

Ответ: ≈0,0378

2. Двигатель работает в трёх режимах: нормальном, форсированном и на холостом ходу. В режиме холостого хода вероятность его выхода из строя равна 0,05, при нормальном режиме работы – 0,1, а при форсированном – 0,7. 70% времени двигатель работает в нормальном режиме, а 20% – в форсированном. Какова вероятность выхода из строя двигателя во время работы?

Формула полной вероятности

Задача. На сборку поступают однотипные изделия из трех цехов. Вероятности изготовления бракованного изделия I, II и III цехами соответственно равны 0,03; 0,01; 0,02. Все поступившие на сборку изделия складываются вместе. Из I цеха поступает в 3 раза больше, чем из II, а из III в 2 раза меньше, чем из II. Какова вероятность того, что взятое на удачу изделие окажется бракованным?

Решение. Рассмотрим следующие события:

B_1 – взятое изделие поступило из I цеха;

B_2 – взятое изделие поступило из II цеха;

B_3 – взятое изделие поступило из III цеха;

A – взятое изделие является бракованным.

ач

Задача 1.30. «Гламурная киса» получила домашнюю задачку на завтрашний зачет по теории вероятностей. Поскольку задача несложная — вероятность $p_0 = 0.6$, что она ее решит, если возьмется сама. Но это так необычно, и придется к этому прибегнуть лишь в крайнем случае. Поэтому сначала стандартный способ: обращение на электронный форум студентов, где в соответствующем разделе сидят продвинутые ребята, могущие правильно решить эту же задачу с вероятностью $p_1 = 0.9$, если возьмутся, и с вероятностью 10 % поместят неправильное решение. Но берутся не все: если задачу поместить без личного ~~фото~~ (что происходит в 80 % случаев (p_2), ибо лень и вера в «добро»), то выскажут много нужных, правильных и справедливых слов, а ответят решением лишь с вероятностью $p_3 = 5\,\%$. Однако если спросить то же, но с волшебной фотокарточкой, то выскажут много нужных, правильных и справедливых слов, но кто-нибудь ответит решением с вероятностью $p_4 = 50\,\%$. Какова вероятность принести правильно решенную задачу на зачет, если времени настолько мало, что нет времени на смену стратегии, берется первое же предложенное решение и не смотр

H_1 – с фото $P(H_1) = 0{,}2$

H_2 – б/фото $P(H_2) = 0{,}8$

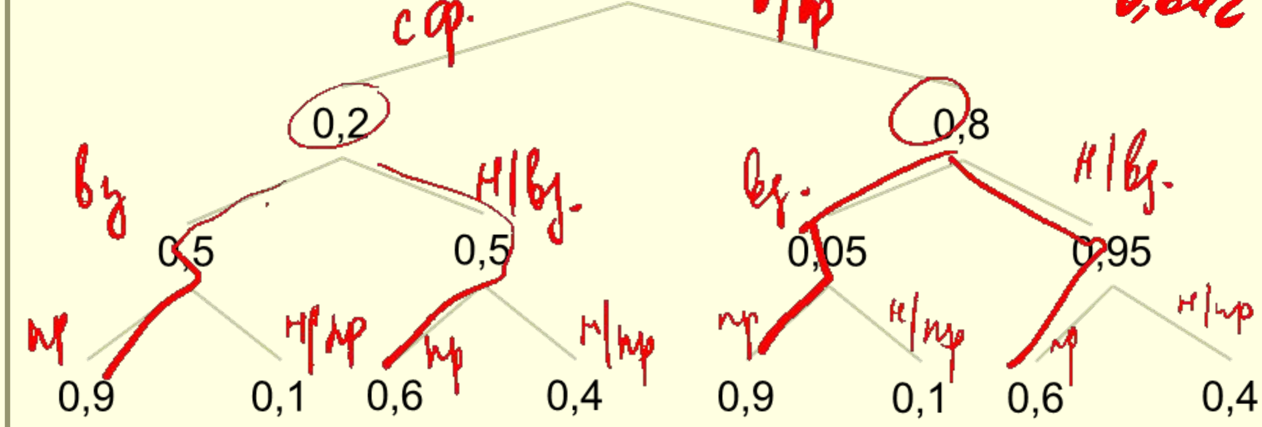
A – задача правильно решена

$P(A/H_1) = 0{,}5 \cdot 0{,}9 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$

$P(A/H_2) = 0{,}05 \cdot 0{,}9 + 0{,}95 \cdot 0{,}6 = 0{,}045 + 0{,}570 = 0{,}615$

$P(A) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2) = 0{,}2 \cdot 0{,}75 +$

$0{,}8 \cdot 0{,}616 = 0{,}642$



Формула полной вероятности

Количество изделий, поступающих на сборку из I, II, III цехов, определяется соответственно из отношений 6 **:** 2 **:** 1. Учитывая эти отношения, найдем:

$P(B_1) = 6/9 = 2/3$, $P(B_2) = 2/9$, $P(B_3) = 1/9$.

События B_1, B_2, B_3 составляют полную группу несовместных событий.

Выпишем условные вероятности:

$P(A/B_1) = 0{,}03$, $P(A/B_2) = 0{,}01$, $P(A/B_3) = 0{,}02$.

По теореме о полной вероятности имеем:

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A/B_1) + P(B_2)\cdot P(A/B_2) + P(B_3)\cdot P(A/B_3) =$$

$$= \frac{6}{9}\cdot 0{,}03 + \frac{2}{9}\cdot 0{,}01 + \frac{1}{9}\cdot 0{,}02 = \frac{0{,}22}{9} \approx 0{,}0244$$

Ответ: вероятность того, что взятое на удачу изделие окажется бракованным равна 0,0244.

Формула полной вероятности

Домашнее задание

1. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных; во второй коробке содержится 10 радиоламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята радиолампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной. (Ответ: 0,9)

2. На сборку поступают однотипные изделия из трех цехов. Вероятности изготовления бракованного изделия I, II и III цехами соответственно равны 0,03; 0,01; 0,02. Все поступившие на сборку изделия складываются вместе. Из I цеха поступает в 3 раза больше, чем из II, а из III в 2 раза меньше, чем из II. Какова вероятность того, что взятое на удачу изделие окажется бракованным? (Ответ: ≈ 0,0244)

3. Учебник стр. 55, 56, §1.8

Вероятность оценки гипотез. Формула Байеса

В тесной связи с формулой полной вероятности находится **формула Байеса**. Она относится к той же ситуации, когда событие А наступает только вместе с одной из гипотез $H_1, H_2, \dots, H_n$ и *позволяет оценить вероятность гипотезы после того, как событие А произошло*.

Пусть произведен опыт и наступило событие А. Мы не можем с точностью сказать, какая из гипотез осуществилась, однако можем найти вероятность каждой из них. По теореме умножения вероятностей $P(AH_i) = P(A) \cdot P(H_i/A) = P(H_i) \cdot P(A/H_i)$. Отсюда

$$P(H_i / A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A / H_i)}{P(A)}$$

Это и есть формула Байеса. Здесь

P(A) находится по формуле полной вероятности,

H_i (i=1,2,...,n) - любая из гипотез;

$P(H_i/A)$ - вероятность этой гипотезы при условии, что произошло событие А.

Решение задач

Из пункта А в пункт В можно добраться тремя маршрутами.

Водитель выбирает дорогу наугад. Если он поедет по первому маршруту, то вероятность того, что он попадет в пункт В за сутки, равна 0,6; по второму — 0,3; по третьему — 0,1.

а) Найдите вероятность того, что водитель приедет в пункт В в течение суток.

б) Водитель приехал в пункт В в течение суток. Какова вероятность того, что он ехал по второму маршруту?

Решение задач

<u>Задача.</u> Из 10 учеников, которые пришли на экзамен по математике, трое подготовились отлично, четверо – хорошо, двое – удовлетворительно, один – совсем не подготовился. Всего 20 вопросов.

Отлично подготовившиеся могут ответить на все 20 вопросов; хорошо подготовившиеся – на 16 вопросов;

удовлетворительно подготовившиеся – на 10 вопросов; неподготовившиеся – на 3 вопроса.

Каждый ученик получает наугад 3 вопроса из 20. Приглашенный первым ответил на все 3 вопроса. Какова вероятность того, что он – троечник.

Решение задач

Агент по недвижимости пытается продать участок земли под застройку. Он полагает, что если экономическая ситуация в регионе не будет ухудшаться, то участок будет продан в ближайшие шесть месяцев с вероятностью 0,8; в противном случае вероятность продажи участка уменьшится до 0,6. Экономист, консультирующий агента, предсказывает с вероятностью, равной 0,3, что экономическая ситуация в регионе в течение следующих шести месяцев будет ухудшаться. Определите, что вероятнее: в течение ближайших шести месяцев участок будет продан или его не удастся продать.

Решение задач

Пример. В трех одинаковых ящиках находятся 6 белых и 4 черных, 7 белых и 3 черных, 8 белых шаров соответственно. Из произвольного ящика наугад выбирается один шар. Он оказался белым. Какова вероятность, что этот шар вынут из второго ящика?

Решение. Пусть H_1,H_2,H_3 - три гипотезы, что выбран 1-й, 2-й, 3-й ящик. Требуется найти вероятность второй гипотезы при условии, что событие А (шар оказался белым) произошло, т.е. $P(H_2/A)$.По формуле Байеса

$$P(H_2/A)=\frac{P(H_2)\cdot P(A/H_2)}{P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+P(H_3)\cdot P(A/H_3)}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\cdot 0{,}7}{\frac{1}{3}\cdot 0{,}6+\frac{1}{3}\cdot 0{,}7+\frac{1}{3}\cdot 1}=\frac{0{,}7}{2{,}3}=\frac{7}{23}$$

Ответ: 7 / 23.

$+\begin{cases} P(A+B)=P(A)+P(B) & \text{— несовм} \\ P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B) & \text{— совмест} \end{cases}$

$*\begin{cases} P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B) & \text{— независ} \\ P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B/A) & \text{— завис} \end{cases}$

ка к контрольной работе

1. В научно-исследовательском институте работает 120 человек, из них 70 знают английский язык, 60 — немецкий язык, а 50 — английский и немецкий языки. Какова вероятность того, что выбранный наудачу сотрудник не знает ни одного языка? Хотя бы один иностранный язык?
2. Для участия в судебном процессе из 20 потенциальных кандидатов, среди которых 6 женщин и 14 мужчин, выбирают 6 присяжных заседателей. Какова вероятность того, что после отбора в группе окажутся только две женщины?
3. По сведениям геологоразведки, три из 15 участков земли, по всей вероятности, содержат газ. Однако компания имеет средства для бурения только девять скважин. Какова вероятность обнаружения всех трех месторождений газа?
4. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что: а) двигатель начнет работать при третьем включении зажигания; б) для запуска двигателя придется включать зажигание не более трех раз.

Решение задач

5. В автопробеге участвуют три автомобиля, причем первый может сойти с маршрута с вероятностью 0,16, второй — с вероятностью 0,12, третий — с вероятностью 0,2. Определите вероятность того, что к финишу: а) прибудут все автомобили; б) прибудут два автомобиля; в) прибудут по крайней мере два автомобиля; г) прибудет не более двух автомобилей; д) прибудет хотя бы один автомобиль; е) прибудут не менее трех автомобилей; ж) прибудет более трех автомобилей.
6. В трамвайном парке имеются 15 трамваев маршрута №1 и 10 трамваев маршрута №2. Какова вероятность того, что первым выйдет на линию трамвай маршрута № 2, а вторым по счету на линию выйдет трамвай маршрута №1?

Решение задач

7. Вероятность того, что выпускник колледжа продолжит образование в вузе, равна 0,8. Вероятность того, что он продолжит образование в вузе и одновременно начнет работать по специальности, равна 0,6. С какой вероятностью выпускник колледжа после его окончания начнет работать по специальности?
8. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92% случаев.
    1) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.
    2) Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

$+\begin{cases} P(A+B) = P(A)+P(B) & \text{— несовм} \\ P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B) & \text{— совмест} \end{cases}$

$*\begin{cases} P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B) & \text{— независ.} \\ P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B/A) & \text{— завис.} \end{cases}$

Решение задач

6.7.10. Электрическая цепь между точками M и N составлена по схеме, изображённой на рисунке 16. Различные элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятности безотказной работы элементов за время T представлены в таблице:

элемент	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
вероятность	0,6	0,5	0,9	0,95	0,7	0,6	0,9

Определите вероятность безотказной работы цепи за время T.

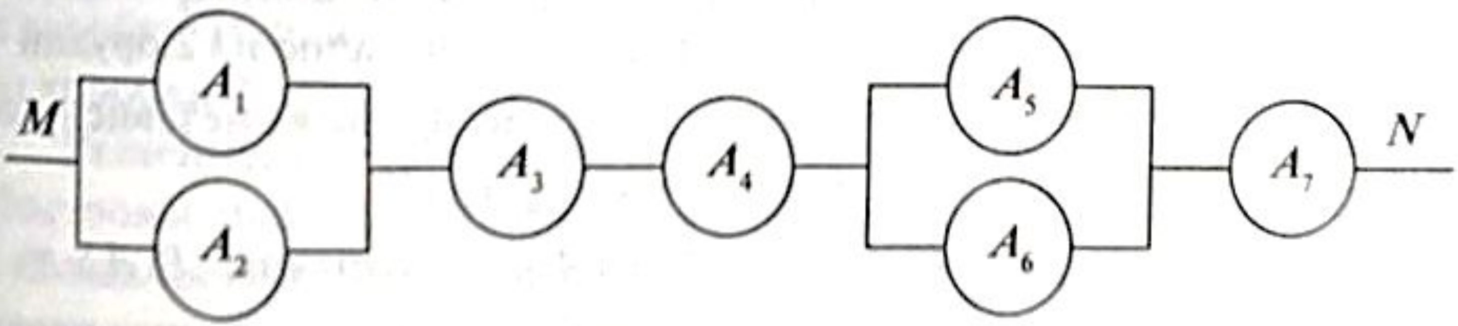


Рис. 16

Контрольная работа

Задания по темам

1 задание – цепь

2 задание – классическая вероятность

3 задание – хотя бы один (1- ни одного)

4 задание – алгебра событий (теоремы сложения и умножения вер-тей)

5 задание – условная вероятность

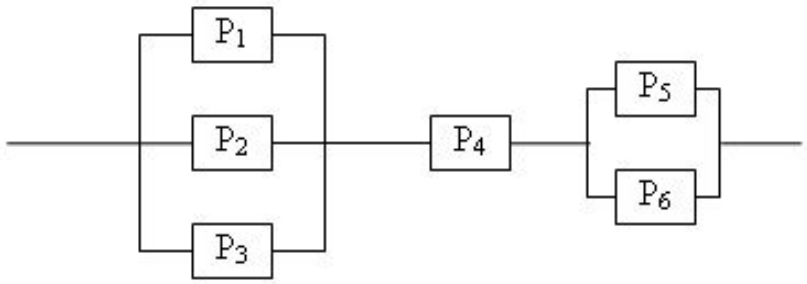
6 задание – полная вероятность

3 вариант

5. В ящике 5 деталей, среди которых 3 стандартные и 2 бракованные. Поочередно из него извлекается по одной детали (без возврата). Найти вероятность извлечения во второй раз стандартной детали при условии, что в первый раз извлечена деталь: а) стандартная; б) нестандартная.

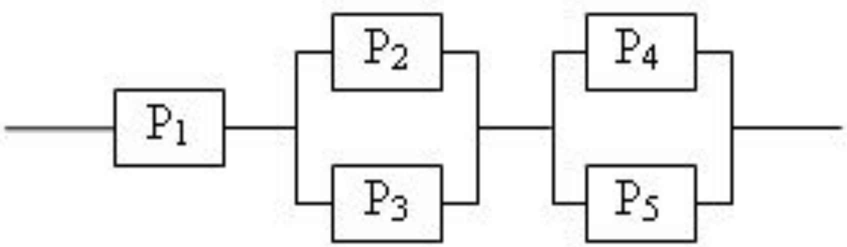
5. На рисунке приведена схема электрической цепи. Рассчитать вероятность безотказной работы схемы в течении времени Т, если предполагается, что отказы элементов независимы и вероятности безотказной работы элемента в течении времени Т указаны в таблице.

1.вариант



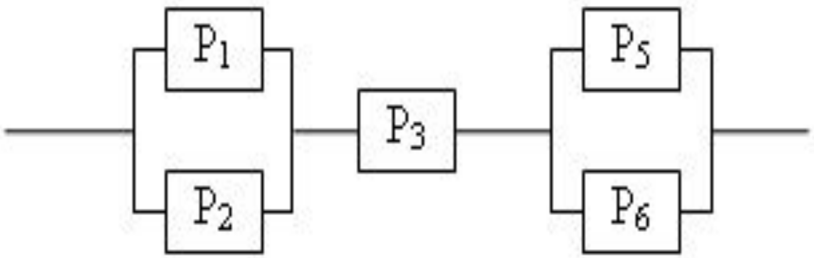
Элемент	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Р безотказной работы	0,8	0,9	0,6	0,7	0,9	0,7

2.вариант



элемент	P1	P2	P3	P4	P5
Р безотказной работы	0,7	0,6	0,9	0,7	0,8

3. вариант



Элемент	P1	P2	P3	P5	P6
Р безотказной работы	0,5	0,9	0,8	0,6	0,7