

**Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования Московской области
Государственный университет «Дубна»
Факультет естественных и инженерных наук
Кафедра Ядерной физики**

Специальный семинар по физике ядра и ядерным реакциям

**Молдагалиева Айжан
Группа 4164**

Коллективные свойства ядер

Вопрос 15.

2017

Содержание

- Модель жидкой капли
- Полуэмпирическая формула энергии связи ядра
- Деформация ядер
- Колебательные состояния ядер
- Вращательные состояния ядер
- Примеры

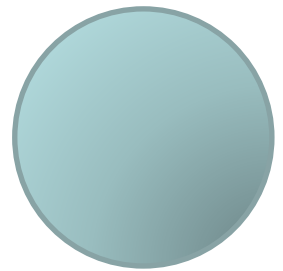
Модель жидкой капли

В капельной модели принимается, что ядро ведет себя подобно капле несжимаемой заряженной жидкости. Определим параметры «ядерной жидкости». Для концентрации нуклонов в ядре получаем:

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{4\pi r_0^3} = 0.87 \cdot 10^{38} \approx 10^{38} \text{ см}^{-3}$$

где $R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$ – радиус ядра, A – массовое число,
 $r_0 = 1.4 \text{ фм} = \text{const}$, для плотности вещества в ядре
(m – масса нуклона)

$$\rho = \text{в т.ч.} 1.45 \cdot 10^{14} \text{ / } ^3.$$

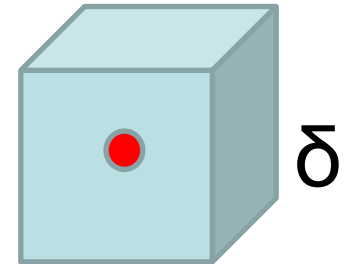


Сферическая капля

Модель жидкой капли

Среднее расстояние между нуклонами равно

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{4\pi R^3}{3A}} = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}} r_0 \approx 2.3 \cdot 10^{-13} \text{ м}$$



Таким образом, если исключить из рассмотрения самые легкие ядра, то концентрация нуклонов, плотность вещества в ядре, а также среднее расстояние между нуклонами практически одинаковы во всех ядрах. Это и позволяет в капельной модели считать ядро несжимаемым.

Модель жидкой капли

Область применимости модели: описание усредненной энергии связи ядер как функции A и Z , рассмотрение поверхностных колебаний сферических ядер, качественное объяснение процесса деления ядер [3].

Более тонкие индивидуальные (а не усредненные) изменения энергии связи, как и другие индивидуальные свойства атомных ядер, в капельной модели остаются необъясненными. В этом один из недостатков этой модели [1].

Модель жидкой капли

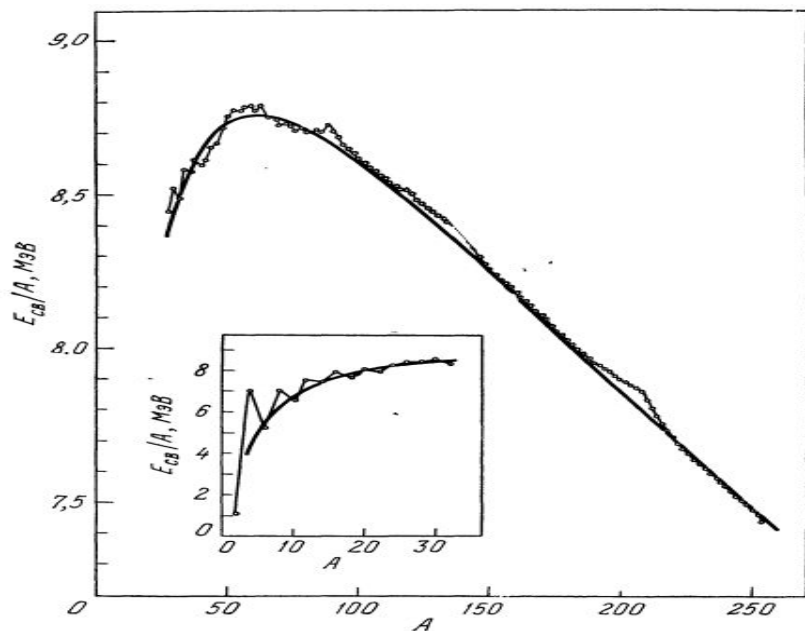


Рис. 1. Зависимость удельной энергии связи ядер от массового числа A . Точки – экспериментальные данные. Плавная кривая – результат вычислений по формуле Вайцекера. На вставке показана удельная энергия связи для легких ядер [3].

Формула Вайцзеккера

Таким образом, энергия связи ядра может представляться формулой:

$$W(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}} - \gamma \cdot \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - \delta \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A} - \zeta \cdot A^{-3/4}$$

Значения параметров в формуле должны быть выбраны таким образом, чтобы наилучшим образом воспроизвести экспериментальные данные по всей совокупности устойчивых ядер [2]. В частности, максимум энергии связи должен приходиться на ядра области железа.

Первые три члена этой формулы следуют из представления о ядре как о капле заряженной жидкости.

Нулевое приближение

Энергия связи пропорциональна числу нуклонов

$$W \approx \alpha \cdot A,$$

где α – коэффициент пропорциональности. Эта линейная зависимость означает, что ядерные силы обладают свойством насыщения, при которых нуклон имеет ограниченное число связей, позволяющих ему взаимодействовать с другими нуклонами [2]. Все это возникает из-за короткодействия ядерных сил. Данная формула представляет собой **объемную энергию**.

$$W/A \approx \alpha \text{ – удельная энергия}$$

Первая поправка

$$W \approx \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}}$$



Существование поверхности должно уменьшать энергию связи, так как связи нуклонов вблизи поверхности насыщаются меньше, чем внутри ядра [2]. Это уменьшающая добавка к объемной энергии чем больше, тем больше поверхность ядра. Здесь β – положительная константа.

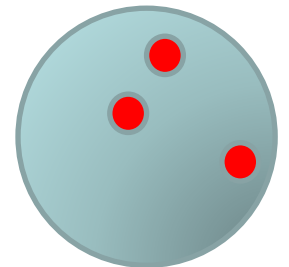
плотность ядра при насыщающих ядерных силах не должна зависеть от числа нуклонов, и следовательно объем ядра должен быть приближенно пропорциональным числу A .

$$R \sim A^{1/3} \quad S = 4\pi R^2 \sim A^{2/3}$$

Вторая поправка

Вторая очевидная поправка связана с кулоновским отталкиванием протонов. Для ядра с равномерным распределением протонов по объему энергия кулоновского отталкивания пропорциональна $\frac{Z(Z-1)}{R}$ или $\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$. Поэтому энергию связи можно записать так [2]:

$$W \approx \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}} - \gamma \cdot \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$



(γ – положительная константа).

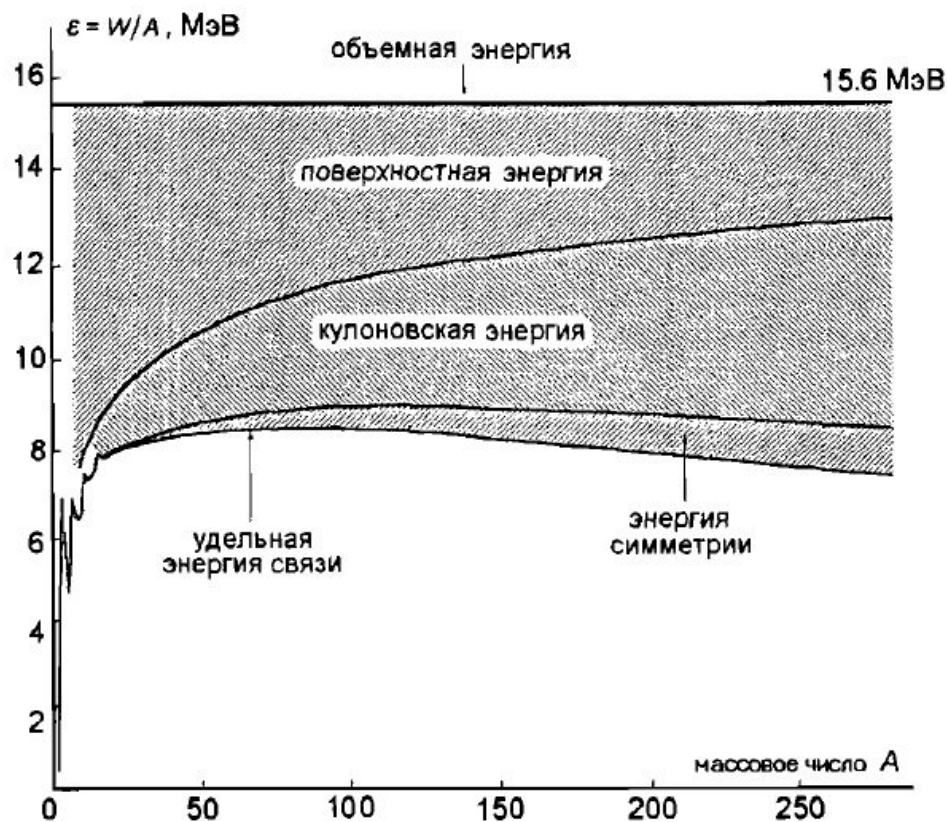
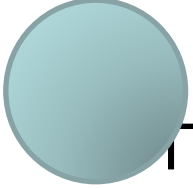


Рис. 6.3. Вклад различных видов энергии в удельную энергию связи ядра

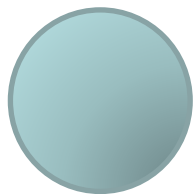
Уменьшение удельной связи в области тяжёлых ядер обусловлено кулоновским отталкиванием и отклонением от симметрии между числом протонов и нейтронов, а в области лёгких ядер – поверхностной энергией.

Недостатки капельной модели



При всех успехах капельной модели можно отметить ее непоследовательность даже в тех вопросах, которые она хорошо описывает: *при построении формулы для массы недостаточно трехчленной формулы, построенной по принципу аналогии между ядром и каплей жидкости, приходится учитывать эффекты парности и симметрии.*

Капельная модель не позволяет количественно описывать возбужденные состояния ядер. При описании процесса деления капельная модель не объясняет одно из основных его свойств – асимметрии.



Возбуждения ядер

Возбуждённые состояния ядер – состояния, в которых энергия системы превышает наименьшее возможное значение энергии, которое называется основным состоянием. Возбуждённое состояние ядра является неустойчивым, и с течением времени ядро переходит в состояние с меньшей энергией возбуждения и в результате таких переходов оказывается в основном состоянии.

В атомном ядре наблюдаются возбужденные состояния – многонуклонные возбужденные состояния, в которых движение отдельных нуклонов скоррелировано. Это **колебательные и вращательные возбуждения атомных ядер** (рис. 2–5).

Ядра, сферические в основном состоянии, могут деформироваться при возбуждении.

Деформация ядер

Неквантовая теория малых поверхностных колебаний свободной жидкой капли была развита еще до возникновения ядерной физики. Согласно этой теории наименьшую частоту $\omega_{\text{кв}}$ имеют квадрупольные собственные колебания, при которых капля попеременно становится то вытянутым, то сжатым эллипсоидом (рис. 3.1).

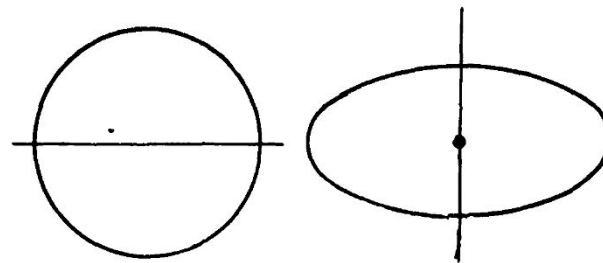


Рис. 3.1. Квадрупольные колебания ядра-капли

Ядро периодически принимает форму эллипсоида вращения

Деформация ядер

Несколько более высокую частоту $\omega_{\text{окт}}$ имеют октупольные колебания, при которых капля в деформированном состоянии имеет грушевидную форму (рис. 3.2). Остальные типы собственных колебаний капли соответствуют деформациям более сложной формы и более высоким частотам.

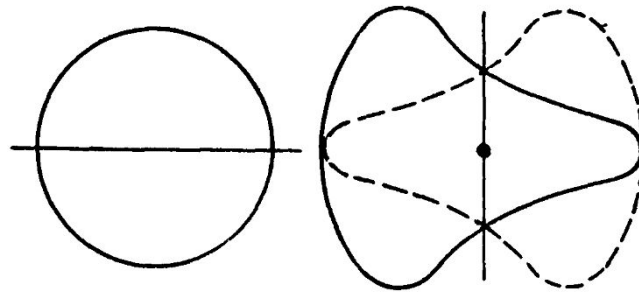
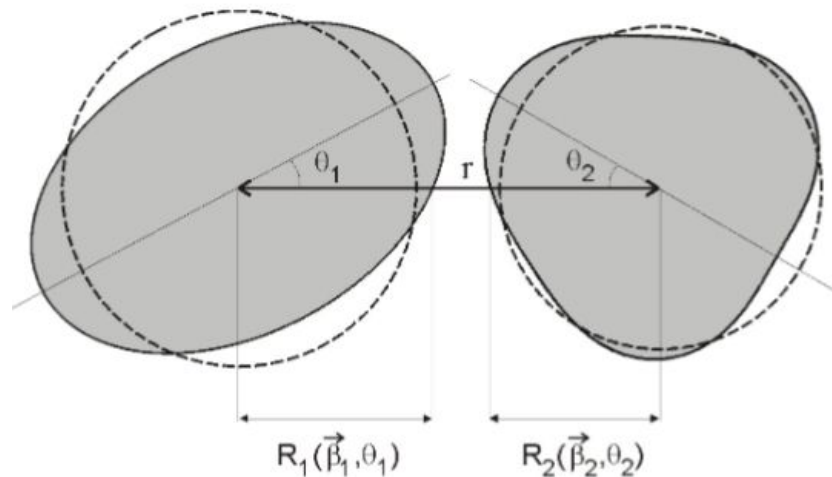


Рис 3 2 Октупольные колебания ядра-капли.

Ядро периодически принимает грушевидную форму.



Рис. 2. Колебания ядра: а – монополярная объемная мода, б – квадрупольная поверхностная мода, в – нейтрон-протонные поляризационные колебания.



Schematic picture of two deformed nuclei rotating in the reaction plane.

Колебательные состояния

Спектры энергий и моментов количества движения возбужденных колебательных состояний дискретны. Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений могут принимать значения

$$E_{\text{квадр}} = n_2 \hbar \omega_2, \quad E_{\text{окт}} = n_3 \hbar \omega_3, \quad (1)$$

где n_2 , n_3 - числа соответственно квадрупольных и октупольных квантов (для квантов коллективных ядерных колебаний часто используют термин фононы, заимствованный из физики твердого тела), причем $n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$

Колебательные состояния

Каждый квадрупольный квант (фонон) имеет момент количества движения $J = 2$ и положительную четность. Аналогично, каждый октупольный фонон имеет момент $J = 3$ и отрицательную четность и т. д. В общем виде энергию возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, можно записать в виде

$$E = \sum_{J \geq 2} n_J \hbar \omega_J$$

где n_J – число фононов определенного типа, а $\hbar \omega_J$ – энергия фонона.

Взаимодействие деформированного и деформируемого ядер

- Форма аксиально-деформированного ядра определяется следующим образом

$$R(\vec{\beta}, \theta) = \tilde{R} \cdot \left(1 + \sum_{\lambda \geq 2} \beta_{\lambda} \sqrt{\frac{2\lambda + 1}{4\pi}} P_{\lambda}(\cos \theta) \right)$$

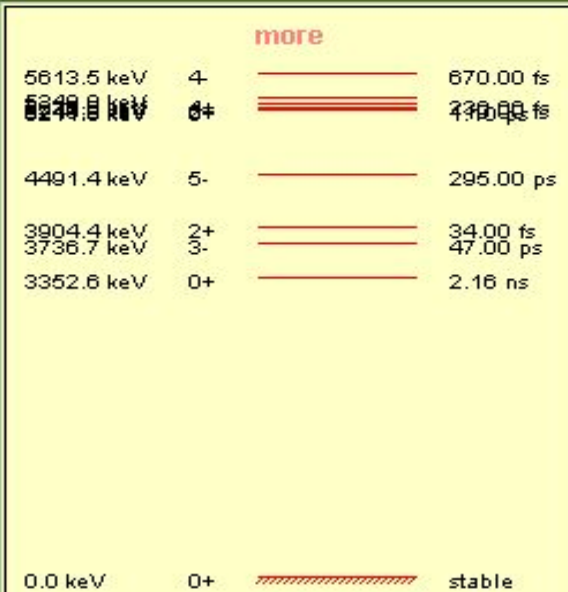
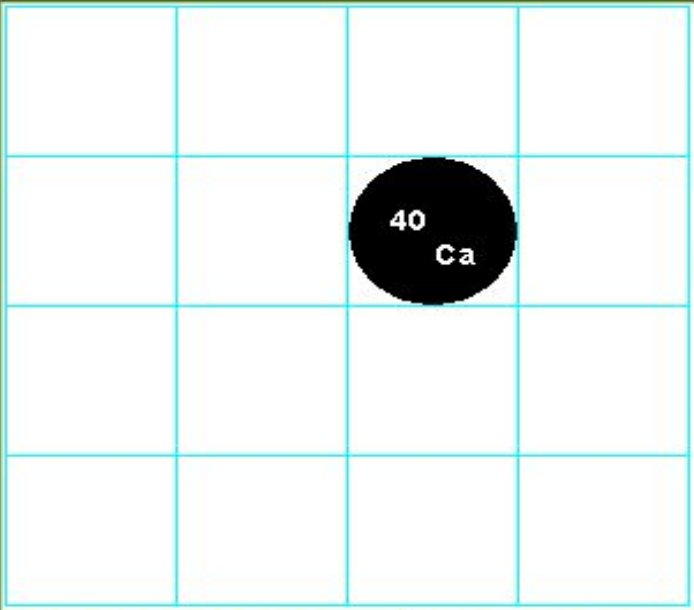
где $\vec{\beta} \equiv \{\beta_{\lambda}\}$ – безразмерные параметры деформации мультипольности $\lambda=2,3,\dots$, P_{λ} – полиномы Лежандра,

$$\tilde{R} = R_0 \left[1 + \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda} \beta_{\lambda}^2 + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda, \lambda', \lambda''} \sqrt{\frac{(2\lambda'+1)(2\lambda''+1)}{4\pi(2\lambda+1)}} (\lambda'0 \lambda''0 | \lambda 0)^2 \beta_{\lambda} \beta_{\lambda'} \beta_{\lambda''} \right]^{-1/3}$$

R_0 - радиус эквивалентной сферы того же объема,

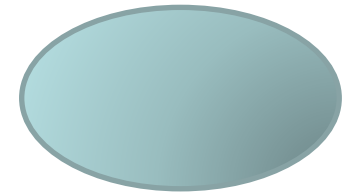
$(\lambda'0 \lambda''0 | \lambda 0)$ - коэффициенты Клебша-Гордона.

Колебательное состояние Ca-40

Nucleus	Binding energy (MeV)				Radius ^[4,5,6] (fm) & Deformation ^[9]
$^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$ Calcium J(π)=0+ T _{1/2} =stable Abundance: 96.94% 16	Experiment [2] Theory [3] Sh.corr. [3]	-34.846386 (0.000021)	-35.440 342.646 8.566	$\langle R^2_{\text{ch}} \rangle^{1/2} = 3.4776 \pm 0.0019$ [4] Charge Distribution [8] β ₂ = 0.000 β ₃ = β ₄ = 0.000 β ₆ = 0.000	
Excited States	Known and possible Decays				Q-values (keV)
click on a plot to process it 					α - decay -7039.75 β ⁻ - decay -14323.01 β ⁺ - decay -2332.93 e-capture -1310.93 1p - sep.en. -8328.20 2p - sep.en. -14709.57 1n - sep.en. -15634.98 2n - sep.en. -28930.49 2β ⁻ - decay -25995.93 β ⁻ ,n -28744.94 β ⁻ ,2n -46442.95 β ⁻ ,d -25923.55 β ⁻ ,t -36660.08 β ⁻ ,α -19854.19 β ⁻ ,n,α -34169.66 EC,p -8893.23 EC,2p -19626.33 EC,α -7749.30
Metastable States	Radiation energies (keV)		Thermal neutrons		El.-Magn. properties ^[7,9,10]
			σ (barn) Capture 0.41 Scattering 3.01		$B(E2)_{\uparrow} = 0.0099$ (17) e ² b ² β ₀ =0.123 (11) Q ₀ =0.314 (27) b $B(E3)_{\uparrow} = 0.0184$ (20) e ² b ³ β ₀ =0.411

Деформация ядер

Деформированные ядра – ядра, форма которых в основном состоянии отличается от сферически-симметричной. Деформированные ядра имеют квадрупольные моменты Q , значительно большие предсказываемых одночастичной оболочечной моделью ядра. Известно пять областей массовых чисел A , в которых вблизи долины стабильности (Рис. 2) располагаются деформированные атомные ядра:



- 1) $19 \leq A \leq 25$ – изотопы Mg, Al;
- 2) $96 \leq A \leq 116$ – нейтроноизбыточные изотопы Zr, Mo, Ru, Pd;
- 3) $120 \leq A \leq 170$ – нейтронодефицитные изотопы Xe, Ba;
- 4) $150 \leq A \leq 170$ – ядра редкоземельных элементов Sm, Gd, Dy, Er, Yb, Hb, W, Os;
- 5) $A > 220$ – ядра актинидов.

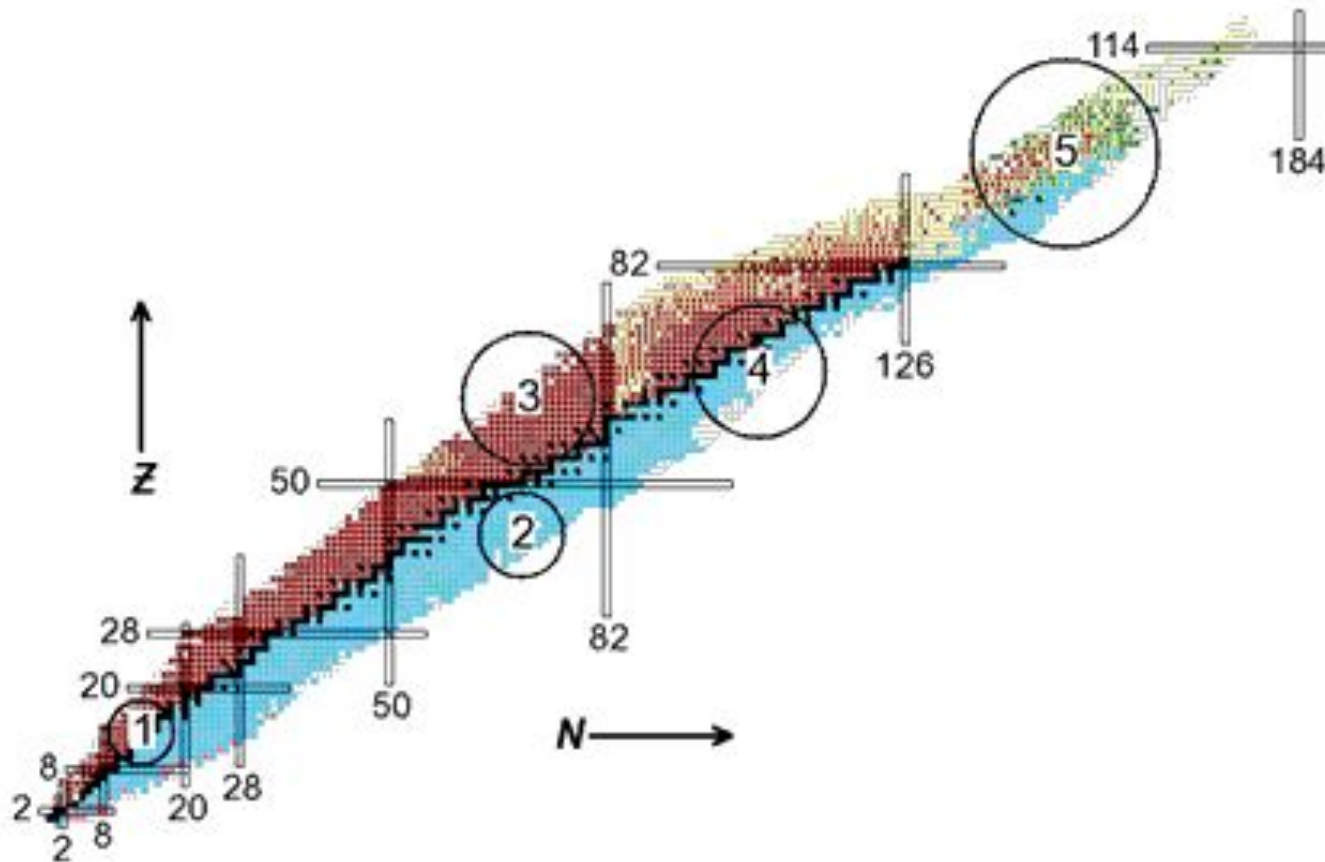


Рис. 2. N-Z диаграмма атомных ядер (см. также Рис. 6) с указанием областей деформированных ядер, расположенных вблизи долины стабильности [4]

Вращательные состояния

По мере удаления от заполненных оболочек минимум потенциальной энергии ядра может соответствовать деформированному состоянию ядра. У несферического ядра изменяются одночастичные уровни, изменяется частота колебаний, появляются вращательные степени свободы. Энергия вращательных состояний четно-четных деформированных аксиально-симметричных ядер описывается соотношением

$$E = \hbar^2 J(J + 1) / 2\mathcal{E}$$

где \mathcal{E} – момент инерции ядра, J – спин ядра (рис. 5).

Рис. 5. Вращательный спектр сильно деформированного ядра ^{170}Hf

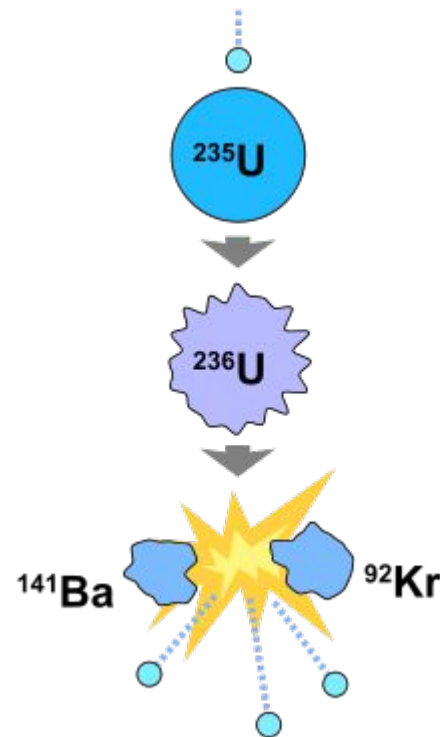
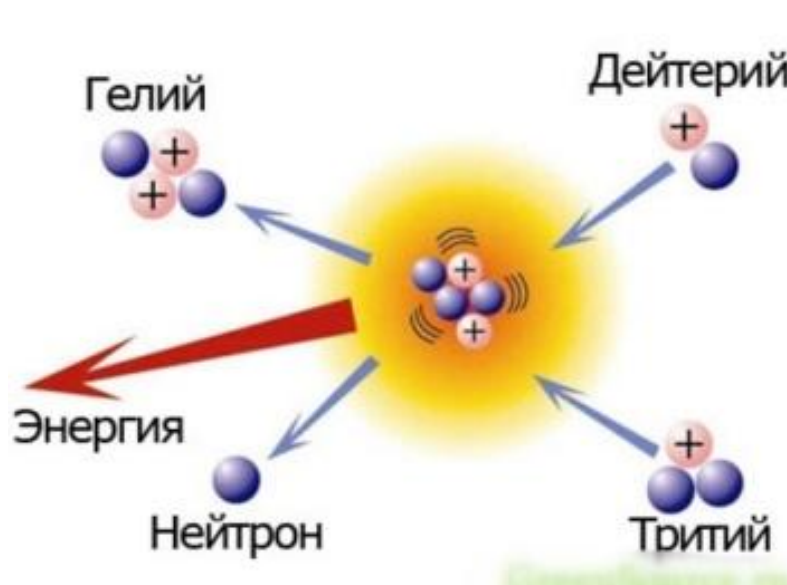
J^π	E^* , кэВ	$E_{\text{теор}}$
(20^+) — — — — —	(4413.6)	7000
18^+ —————	3761.6	5700
16^+ —————	3147.3	4500
14^+ —————	2563.6	3500
12^+ —————	2013.3	2600
10^+ —————	1503.3	1800
8^+ —————	1041.3	1200
6^+ —————	641.1	700
4^+ —————	320.6	330
2^+ —————	100.0	
0^+ —————	0	

$$E = \hbar^2 J(J + 1) / 2\mathcal{E}$$

2 способа получения ЯЭ

1. Синтез (слияние) легких ядер

2. Деление тяжелых ядер



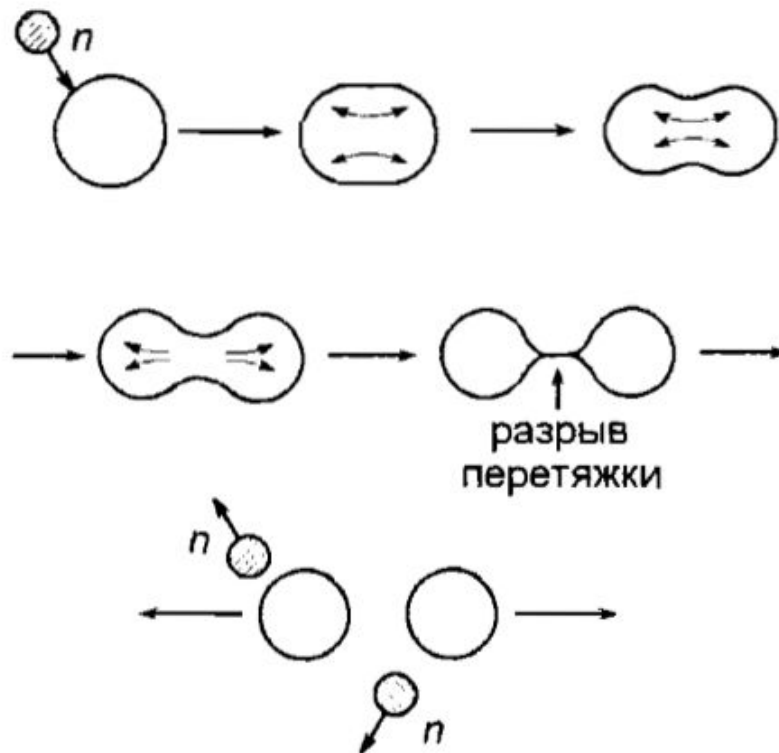


Рис. 8.4. Стадии процесса деления ядра после захвата нейтрона

Изменение энергии определяется изменением суммы поверхностной и кулоновской энергии $E_{\text{пов}} + E_{\text{кул}}$ начального ядра и осколков деления.

Список литературы:

1. Д.В. Сивухин, Общий курс физики. В 5 т. Том V. Атомная и ядерная физика.
2. Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, Н.П. Юдин, Частицы и атомные ядра.
3. Ю.М. Широков, Н.П. Юдин, Ядерная физика.
4. Капельная модель // Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, В.Н. Орлин, „Модели атомных ядер“ — Ядерная физика в Интернете
5. <http://nuclphys.sinp.msu.ru/enc/e030.htm> «Nuclei excited states».