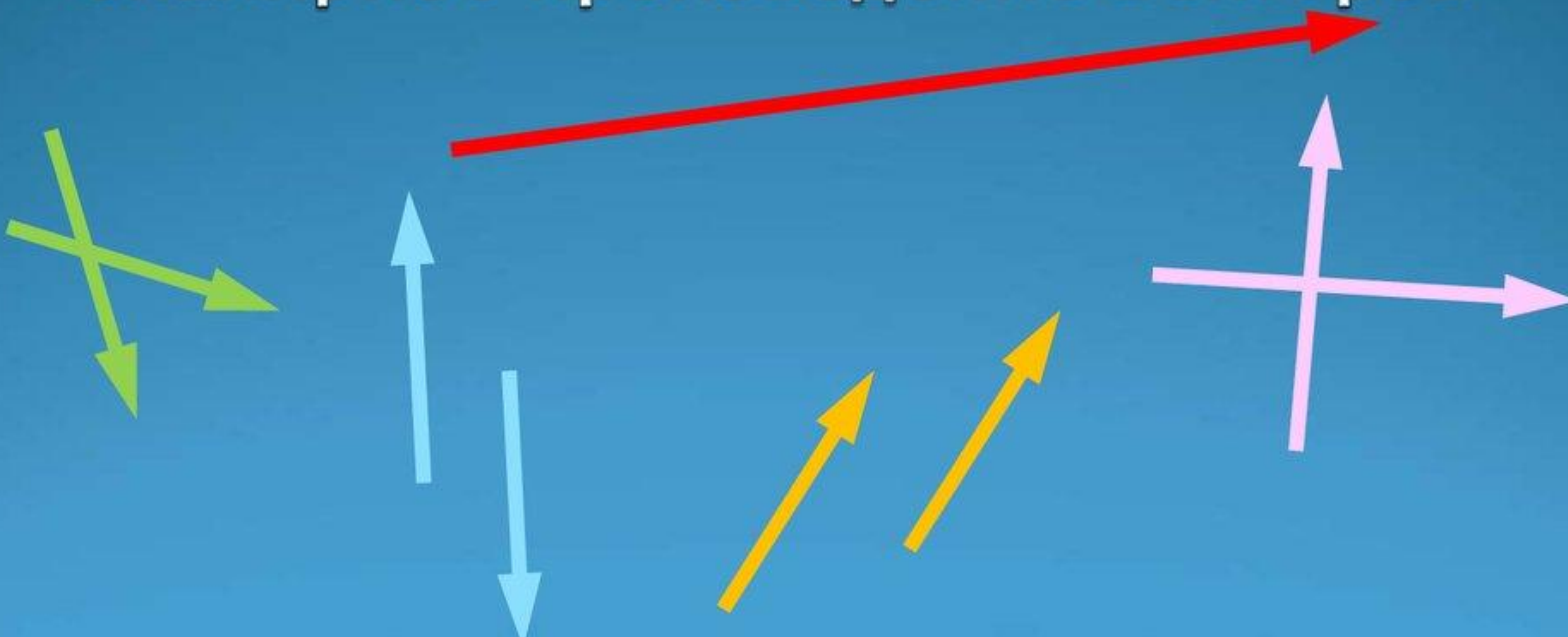
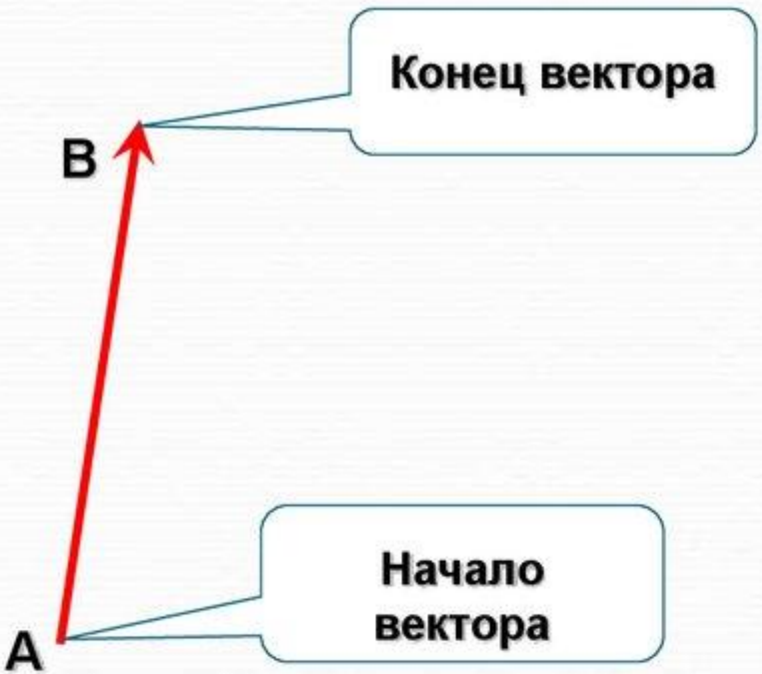
Векторы
Разложение вектора по направлениям
Координаты вектора
Скалярное произведение векторов



Повторим:

Вектор (направленный отрезок) – отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом.

Обозначение: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$

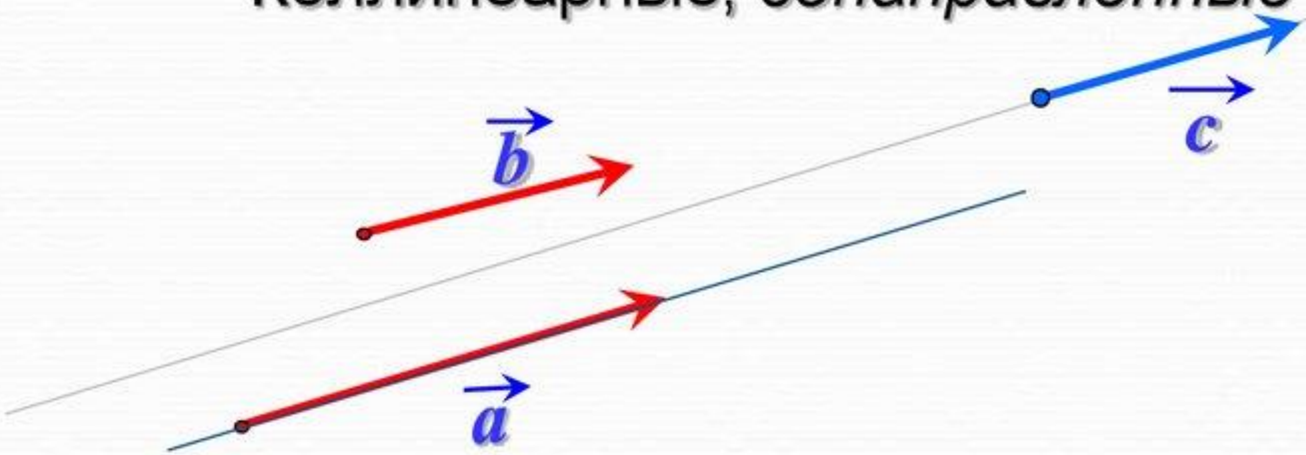


Длиной или ***модулем*** вектора называется длина отрезка AB:

$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$

Два ненулевых вектора называются ***колли-***
неарными, если они лежат на одной прямой или на
параллельных прямых.

Коллинеарные, *сонаправленные* векторы

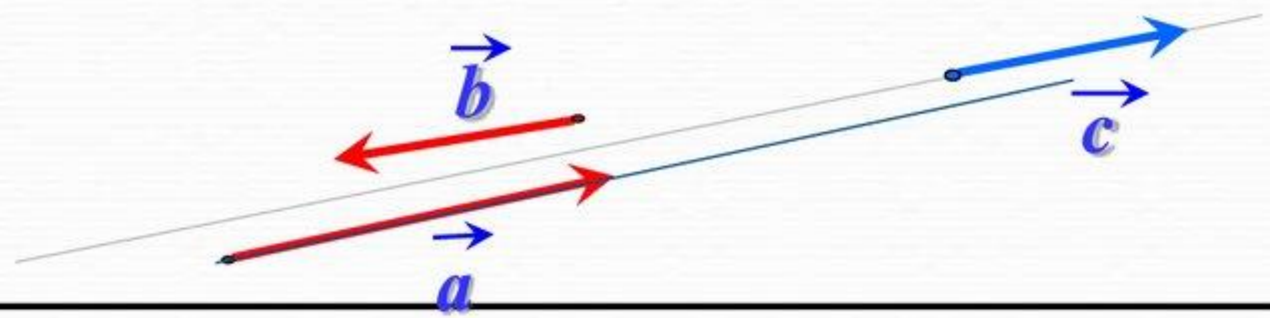


$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{a}$

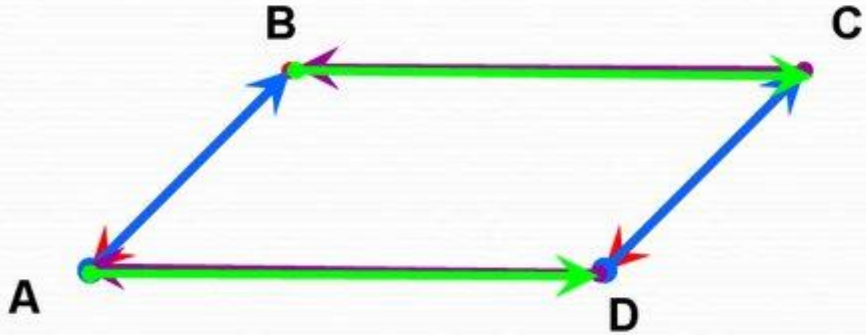
Коллинеарные,
противоположно направленные векторы



$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$

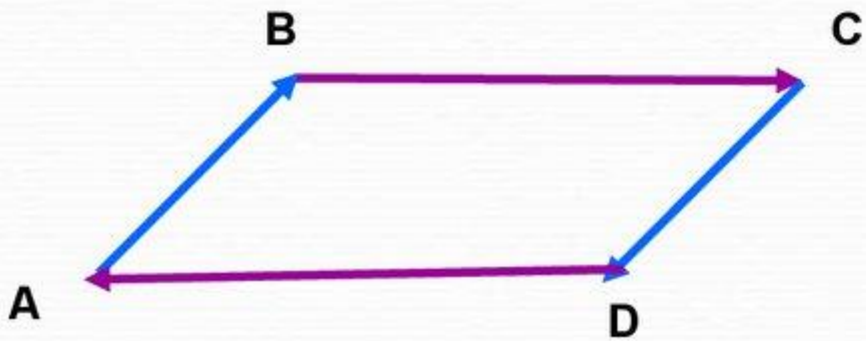
$\vec{c} \downarrow\uparrow \vec{b}$

Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны.



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$
$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

Векторы называются *противоположными*, если он противонаправлены и их длины равны.



$$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$$
$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

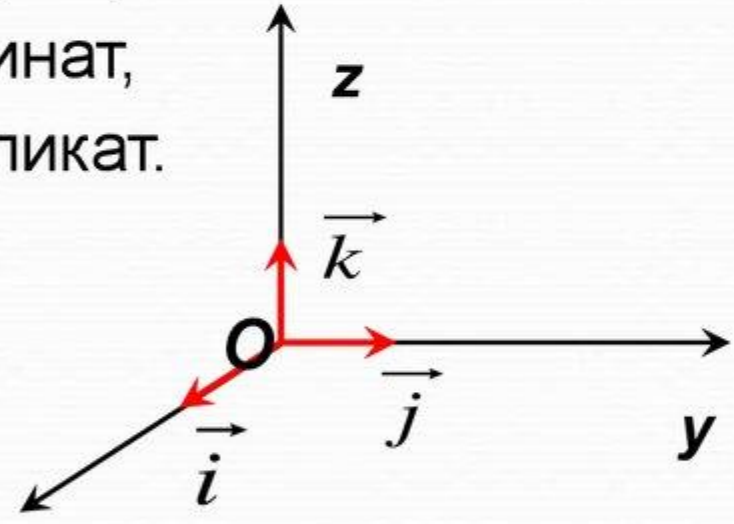
Составить опорный конспект:

Рассмотрим ПДСК. ***Единичным вектором*** координатной оси будем называть вектор, направление которого совпадает с направлением этой оси и длина которого равна 1.

$\vec{i}$ – единичный вектор оси абсцисс,

$\vec{j}$ – единичный вектор ос и ординат,

$\vec{k}$ – единичный вектор оси аппликат.



Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным торам, т.е. представить в виде:

$$\vec{\mathrm{a}} = \mathrm{x}\vec{\imath} + \mathrm{y}\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

Нулевой вектор также можно представить в таком виде:

$$\vec{0} = 0\vec{\imath} + 0\vec{\jmath} + 0\vec{k}$$

Координаты равных векторов соответственно равны:

$$\vec{a}(x_1; y_1; z_1) = \vec{b}(x_2; y_2; z_2) \to x_1 = x_2; y_1 = y_2; z_1 = z_2$$

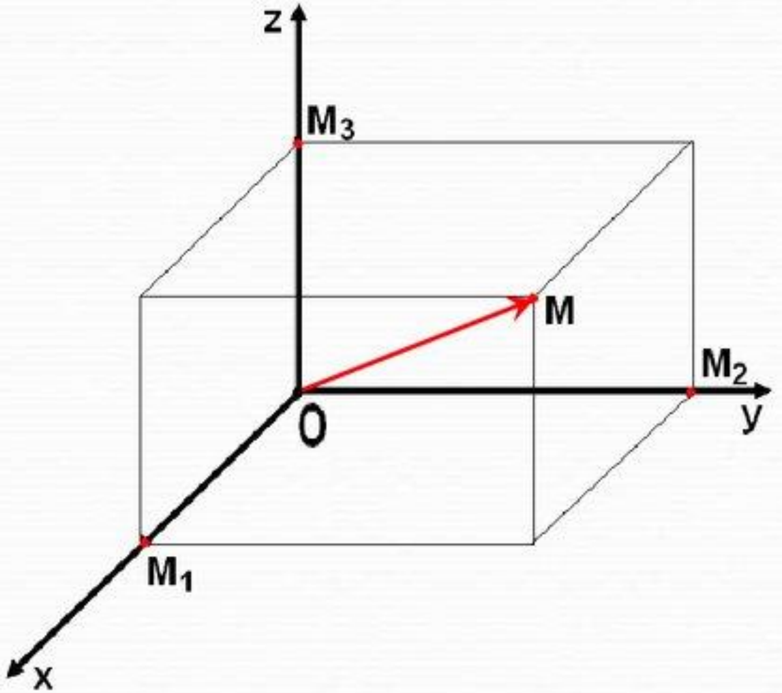
Сумма (разность) векторов:

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$$

Произведение вектора на число:

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, x; \alpha\, y; \alpha\, z)$$

Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется радиус-вектором данной точки. Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.



$$M(x; y; z) \rightarrow \overrightarrow{OM}(x; y; z)$$

$$A(x_1; y_1; z_1) \text{ и } B(x_2; y_2; z_2) \rightarrow$$

$$\overrightarrow{AB}\,(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

Координаты середины отрезка

$A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$

$C(x; y; z) -$ середина AB

Тогда $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ $\quad z = \dfrac{z_1 + z_2}{2}$

Длина вектора по его координатам:

$$\vec{a}(x; y; z) \to |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Найти длину вектора по координатам $|\vec{a}|$ =(4;2;4)

Решение:

Сразу замечаем, что дана пространственная задача.
А именно $a_x=4$, $a_y=2$, $a_z=4$.
Для нахождения длины вектора подставляем неизвестные в формулу:

$$\vec{a}(x;y;z) \rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2}$$

Даны векторы:

$\vec{a}(3; 5; -7)$ $\vec{b}(4; -1; 3)$ $\vec{c}(0; 1; 8)$ $\vec{d}(3; 0; 0)$

Найти вектор, равный:

а) $2\vec{a}$ б) $-3\vec{b}$ в) $\vec{a} + \vec{d}$

г) $\vec{b} - \vec{c}$ д) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{d}$ е) $3\vec{d} - 2\vec{c}$

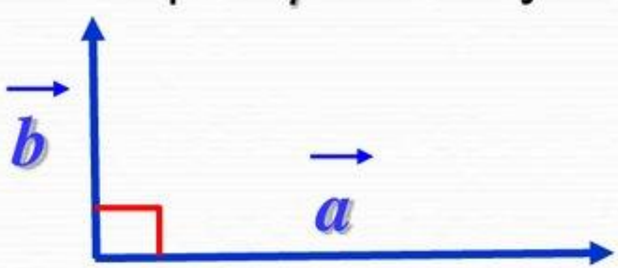
Найдите значения m и n, при которых векторы $\vec{a}(3; 5; n)$ $\vec{b}(m; -10; 2)$ коллинеарны.

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

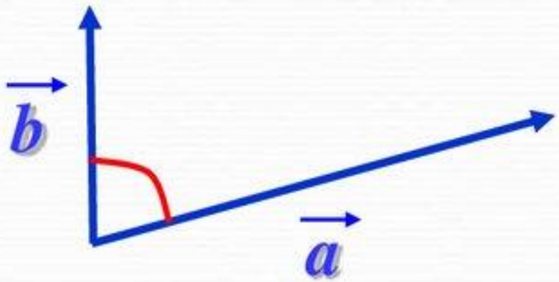
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Если векторы перпендикулярны, то скалярное произведение этих векторов ***равно*** нулю.

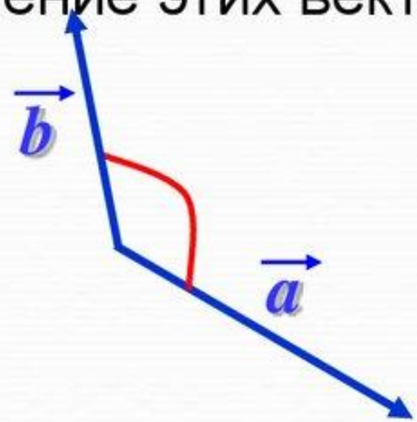


$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 90^0$$



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

Если угол между векторами острый, то скалярное произведение этих векторов *положительно.*



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

Если угол между векторами тупой, то скалярное произведение этих векторов *отрицательно.*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Пусть векторы заданы своими координатами $\vec{a}(x_1;\ y_1;\ z_1)$ и $\vec{b}(x_2;\ y_2;\ z_2)$. Тогда скалярное произведение этих векторов равно $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Найти скалярное произведение векторов:

$|\vec{a}|$ = (5,1,3) и $|\vec{a}|$ = (4, 6,2)

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 5 ·4+1 · 6+3 ·2=32

Найти $\cos\alpha$

$\cos\alpha =$

(5 ·4+1 ·6+3 ·2) :($\sqrt{5^2 + 1^2 + 3^2}$ · ($\sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2}$ =

= 32:($\sqrt{35}$ · ($\sqrt{56}$ =32:(5,92 ·7,48=32:44,28)=0,7227

$\cos\alpha =$ 0,7227

Практическая часть

Вариант -1

Дано :векторы а(4,2,-1); в(3,8,1)

1)Найти координаты середины отрезка;

2)Найти длины векторов;

3) Найти cos L;

4) Найти скалярное произведение векторов.

Вариант -2

Дано: векторы а(2,-5,1,); (-6,3,2)

1)Найти координаты середины отрезка;

2) Найти длины векторов;

3) Найти cos L;

4) Найти скалярное произведение векторов.