

Лекция №2

ПЛАН

1. Уравнение пьезопроводности.
2. Внутренние и внешние граничные условия.
3. Основная задача линейной теории упругого режима.
4. Метод касательной
5. Метод Хорнера.
6. Влияние границ пласта на КВД.

Тема №1 - Уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{\vartheta}) = 0 \quad \vartheta = \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} \quad P = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\rho}{\rho_{\text{ат}}} P$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\mu t \beta \partial P}{k \partial t}$$

или

$$\nabla^2 P = \frac{1}{\chi} \frac{\partial P}{\partial t}$$

Уравнение пьезопроводности справедливо при следующих допущениях:

1. Процесс фильтрации и деформаций изотермический;
2. Режим пласта упругий, в пласте движется однородная ньютоновская жидкость по линейному закону фильтрации Дарси;
3. Пористая среда однородна и изотропна по проницаемости; предполагается, что при фильтрации отсутствует физико-химическое взаимодействие между пористой средой и флюидом;
4. Пористая среда и пластовый флюид упругие и их объемные деформации подчиняются линейному закону Гука, а именно, пористость и плотность жидкости линейно зависят от давления;
5. Силы инерции и гравитации не учитываются.

Тема №2 - Внутренние и внешние граничные условия

Внутренние граничные условия (на забое, на стенке скважины):

1.
$$q = \text{const} = v \cdot F = \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \cdot 2\pi r_c h = \text{const}, \quad (1.12),$$

2.
$$r \frac{\partial P}{\partial r} = 0, \text{ при } r = r_c. \quad (1.14)$$

3.
$$P(r_c, t) = P_c = \text{const}, \text{ при } r = r_c. \quad (1.15)$$

4.
$$P(r_c, t) = F_1(t), \text{ при } r = r_c. \quad (1.16)$$

5.
$$r \frac{\partial P}{\partial r} = F_2(t), \text{ при } r = r_c. \quad (1.17)$$

Возможны следующие из краевых условий, соответствующие физическим геолого-промысловым условиям залежи:

1.
$$\lim P(r,t) = P_k = \text{const}, \quad (1.18)$$

2.
$$\frac{\partial P(R_k, t)}{\partial r} = 0 \quad (1.19)$$

3.
$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial n} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{\partial P}{\partial n} = \text{const} \quad (1.21)$$

4.
$$P(R_k, t) = P_k = \text{const} \quad (1.22)$$

5.
$$\frac{\partial P}{\partial n} = F_3(t). \quad (1.23)$$

Тема №3 - Основная задача линейной теории упругого режима

Граничные условия

$$P(r,t)=P_k, \text{ при } t=0,$$

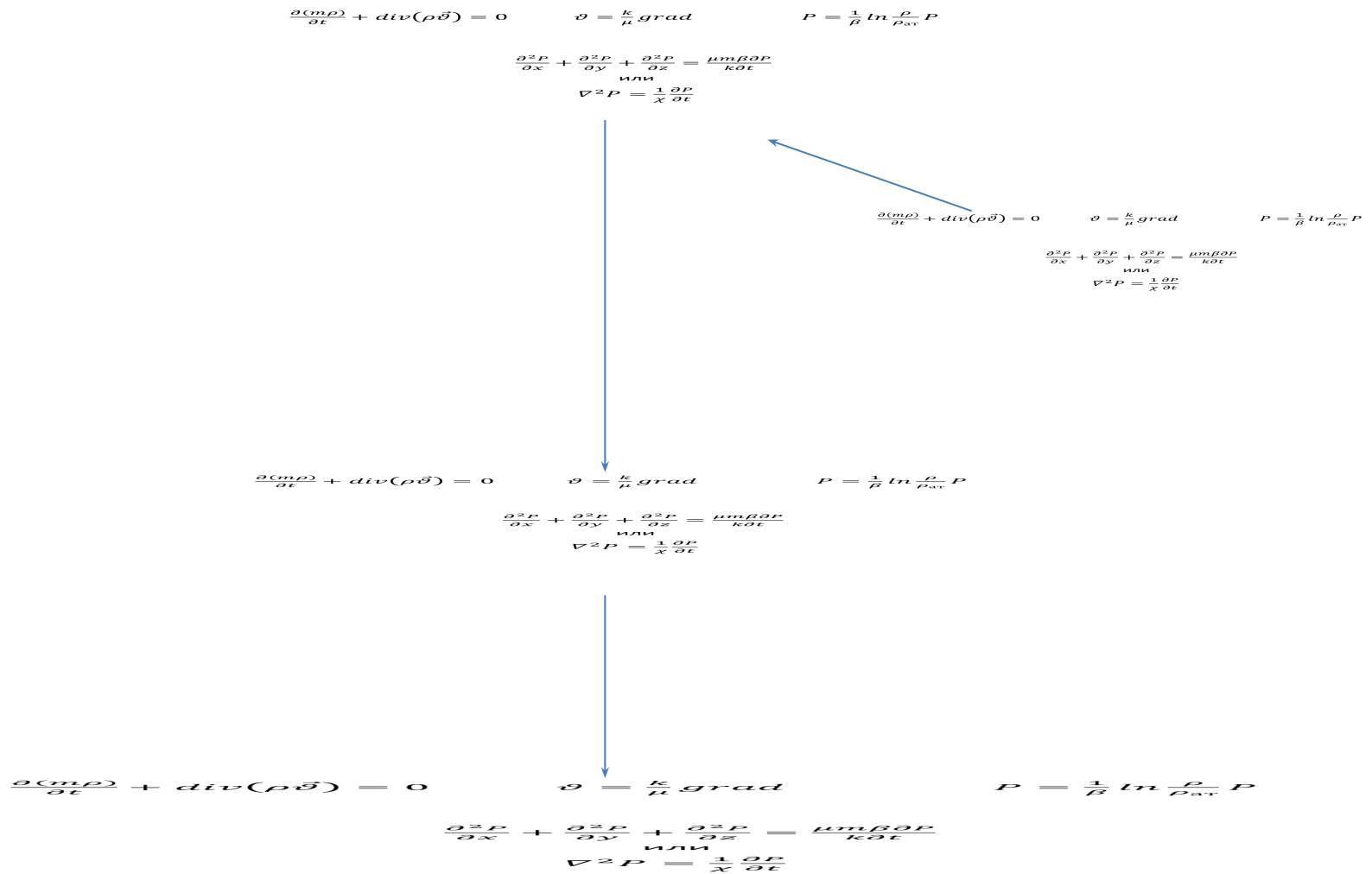
$$P(r,t)=P_k, \text{ при } r \rightarrow \infty,$$

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r \rightarrow 0} = \text{const}, \text{ при } r \rightarrow 0 \text{ и } t > 0, \quad (1.24)$$

или

$$\left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r \rightarrow 0} = \frac{q\mu}{2\pi kh} = \text{const}.$$

Решение уравнения пьезопроводности имеет вид:



Тема №4 - Метод касательной

Простейший способ оценки параметров пласта по фактическим данным замеренных КПД-КВД схематически заключается в следующем:

1) фактическая КПД-КВД строится в полулогарифмических координатах;
2) по нанесенным точкам находится (выделяется) прямолинейный участок графика (в простейшем случае «на глаз» проводится прямолинейная касательная для точек в поздние

моменты времени - по последним точкам; по методу наименьших квадратов с последовательным отбрасыванием начальных точек и определением коэффициентов корреляции или с помощью более сложных процедур линейного и нелинейного регрессионного анализа и др.). Этот пункт вызывает неопределенность в итоговых результатах;

3) затем по прямолинейному участку графика определяются численные значения его уклона i и отрезка A ;

4) полагая, что фактическая КПД-КВД соответствует МПФС, описываемой уравнением (1.28), принимают

$$i = 0,1832 \frac{q\mu}{kh}, \quad (1.30)$$

$$A = i \cdot \lg \frac{2,25 \alpha}{r^2}; \quad (1.30a)$$

5) из этих соотношений по найденным i и A находят (оценивают) гидропроводность:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{\vartheta}) = 0 \quad \vartheta = \frac{k}{\mu} \text{grad} \quad P = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\rho}{\rho_{\text{ат}}} P \quad \frac{kh}{\mu} = 0,1832 \frac{q}{i} \quad (1.31)$$

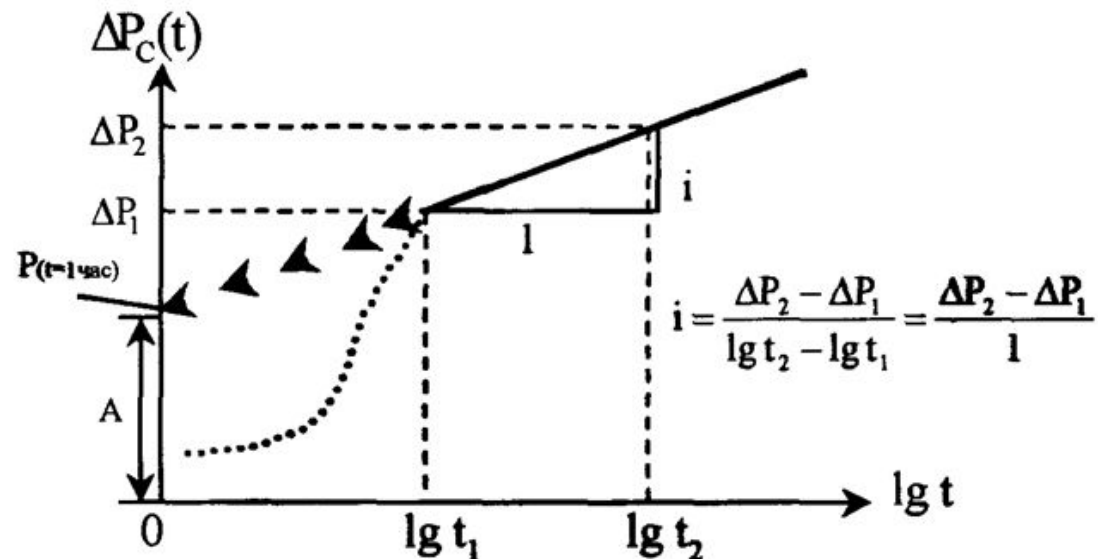
и комплексный параметр –

$$\frac{\alpha}{r_c^2} = \frac{1}{2,25} \cdot 10^{\frac{A}{i}}; \quad (1.32)$$

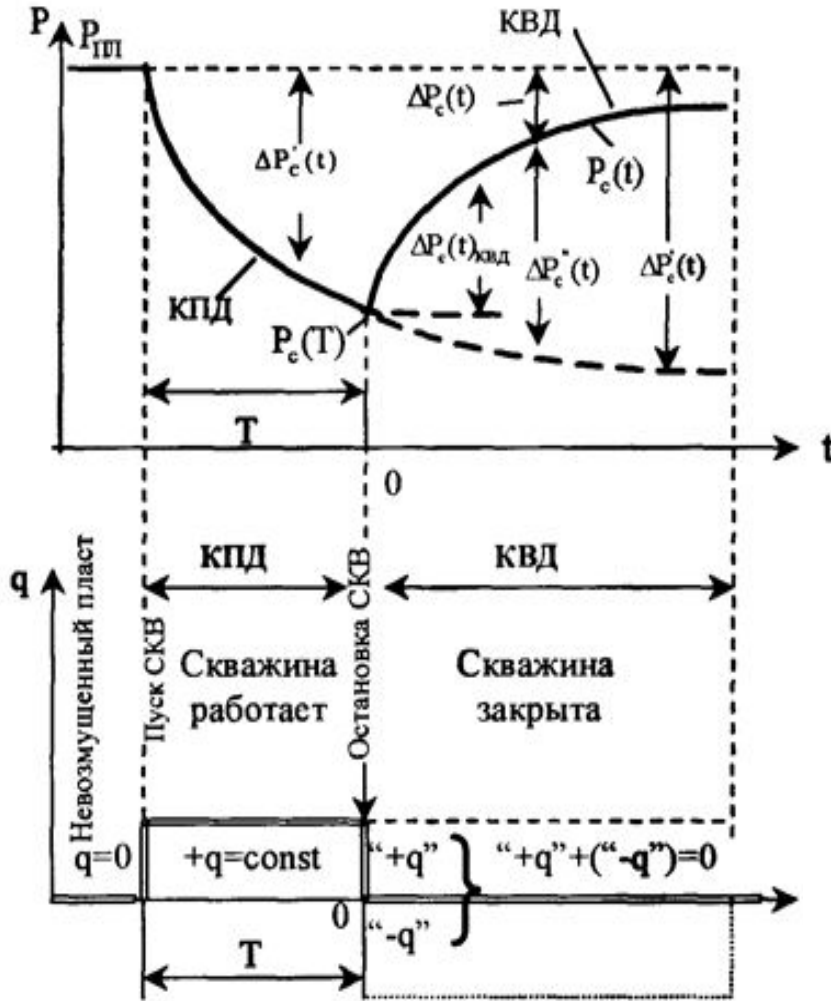
$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\mu\tau\beta\partial P}{k\partial t}$$

или

$$\nabla^2 P = \frac{1}{\chi} \frac{\partial P}{\partial t}$$



Тема №5 - Метод Хорнера



$$\Delta P_c(t) = P_{\text{пл}} - P_c(t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{2,25 \alpha}{r_c^2} + \ln t \right)$$

$$\Delta P_c'(t) = P_{\text{пл}} - P_c(t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{2,25 \alpha}{r_c^2} + \ln(T+t) \right] \quad (1.33)$$

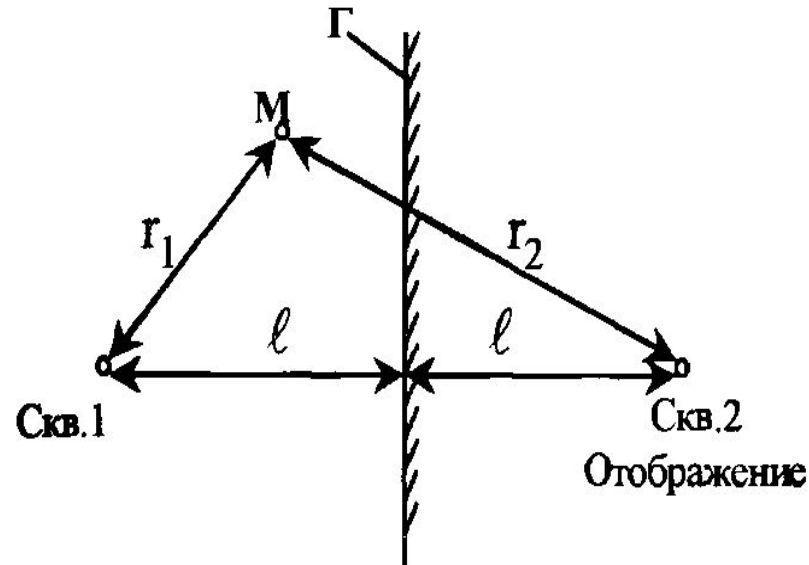
$$\Delta P_c''(t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{2,25 \alpha}{r_c^2} + \ln t \right), \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_c(t) = P_{\text{пл}} - P_c(t) &= \Delta P_c'(t) - \Delta P_c''(t) = \\ &= \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{2,25 \alpha (T+t)}{r_c^2} - \ln \frac{2,25 \alpha t}{r_c^2} \right] \end{aligned} \quad (1.35)$$

или

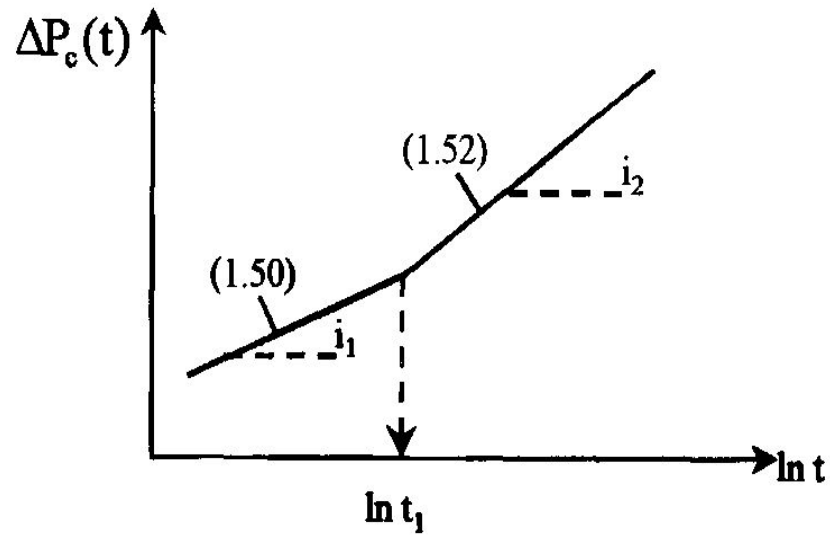
$$\begin{aligned} P_c(t) &= P_{\text{пл}} - \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{T+t}{t} = \\ &= P_{\text{пл}} - i \cdot \ln \frac{T+t}{t} = P_{\text{пл}} + i \cdot \ln \frac{t}{T+t}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Тема №6 - Влияние границ пласта на КВД



$$\Delta P(r_1; t) = \Delta P_1 + \Delta P_2 \equiv P_k - P(r_1; t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r_1^2}{4\alpha t}\right) \right] +$$

$$+ \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r_2^2}{4\alpha t}\right) \right]. \quad (1.48)$$



$$i_1 = \frac{q\mu}{4\pi kh}, \quad (1.53)$$

$$i_2 = \frac{q\mu}{2\pi kh}. \quad (1.54)$$

$$l = 0,75\sqrt{\alpha t_1}. \quad (1.55)$$