

*Полиномы от нескольких
переменных*

Нахождение НОД

Определения

Содержанием p (обозначаемое $\text{cont}(p)$) называется НОД всех его коэффициентов.

Если содержание полинома равно единице, то полином называется примитивным.

Примитивная часть полинома p , обозначаемая $\text{pp}(p)$, определяется так:
 $\text{pp}(p) = p / \text{cont}(p)$.

Лемма (Гаусса)

Пусть p и q – два полинома из кольца $K[x]$. Тогда

$$\text{cont}(p \cdot q) = \text{cont}(p) \cdot \text{cont}(q),$$
$$\text{pp}(p \cdot q) = \text{pp}(p) \cdot \text{pp}(q).$$

Следствие

Пусть p и q – два полинома из кольца $K[x]$.

Тогда

$$\text{cont НОД}(p, q) = \text{НОД}(\text{cont}(p), \text{cont}(q)),$$

$$\text{pp}(\text{НОД}(p, q)) = \text{НОД}(\text{pp}(p), \text{pp}(q)).$$

$$\text{НОД}(p, q) = \text{НОД}(\text{pp}(p), \text{pp}(q)) \cdot$$

$$\cdot \text{НОД}(\text{cont}(p), \text{cont}(q)).$$

Алгоритм

- алг Главный;
- алг НОД (a,b,r)
- если r=0 то НОД (a,b,0)=1
- иначе ac:=содержание (a,r);
- ar:=a/ac;
- bc:=содержание (b,r);
- br:=b/bc;
- d:=Евклид(ar, br, r)
- d:=содержание(d,r),
- dr:=d/dc;
- Выход dr * НОД(ac, bc,r-1);

-
- алг содержание (A,r);
 - $i=0$;
 - Результат:=коэфф(A,xr,i);
 - Цикл пока Результат1 и $i < \text{степень}(A,xr)$
 - $i=i+1$;
 - Результат:=НОД(Результат, коэфф(A,xr,i),r-1);
 - Выход Результат
 - {Главная часть}
 - ввод (A,B,r);
 - вывод (НОД(A,B,r));

Операторы, встречающиеся в алгоритме:

- содержание (a,r) – определяет содержание полинома по переменной с номером r ; это будет полином от переменных x_1, \dots, x_m
- a_p - примитивная часть полинома a ; это будет полином от переменных x_1, \dots, x_m ,
- Евклид (a_p, b_p, r) – алгоритм Евклида применяется к полиномам a_p и b_p по переменной с номером r ;
- коэфф (a, x_r, i) – выбирает в полиноме A коэффициент при x_r^i ;
- степень (A, x_r) – максимальная степень, в которой переменная x_r встречается в полиноме A .