ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

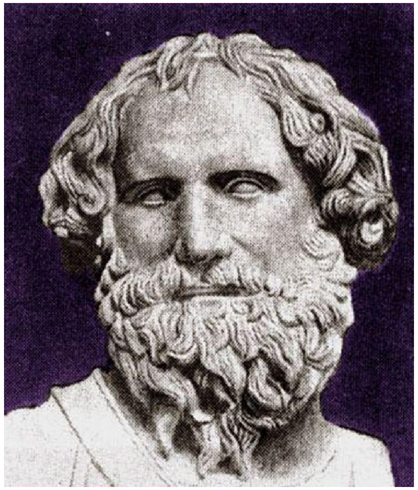
Лектор:

О.В.Бердюгина

2020 год

ПЛАН ЛЕКЦИИ

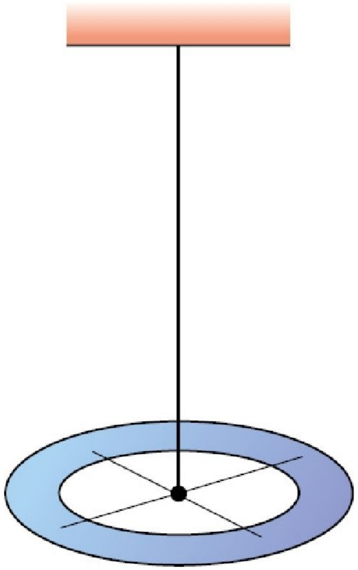
1. Основное понятие центра тяжести;
2. Центры тяжести простых геометрических фигур;
3. Способы определения координат центра тяжести тел сложной формы ;
4. Общая формула нахождения центра тяжести;
5. Виды встречающихся тел (деталей) в механике;
6. Формулы определения центров тяжести различных видов тел;
7. Алгоритм решения задач на определение центра тяжести;
8. Пример решения.



Понятие о центре тяжести было впервые изучено примерно 2200 лет назад греческим геометром Архимедом

Леонардо да Винчи сумел найти центр тяжести тетраэдра. Он же, размышлял об устойчивости итальянских "падающих" башен, в том числе Пизанской.

- **Центр тяжести**- геометрическая точка, которая может быть расположена в самом теле или вне тела (цилиндр с отверстием).
- В этой точке условно считают сосредоточенным вес всего тела.

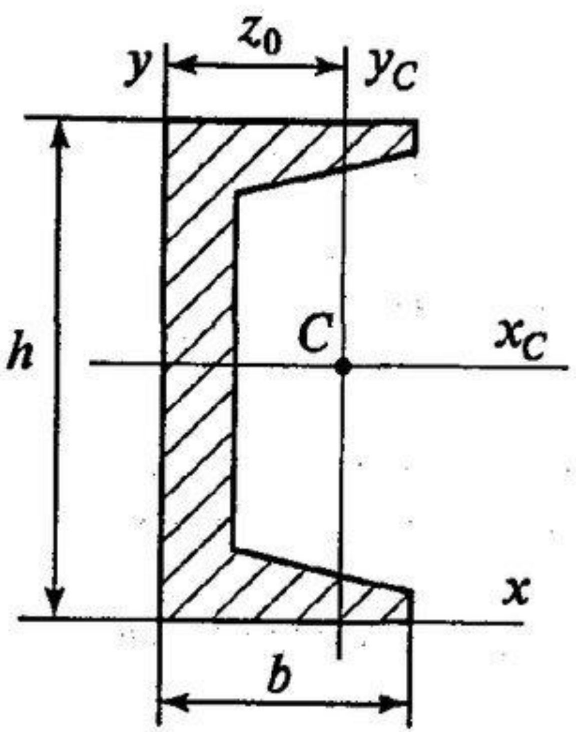


Центр тяжести может находиться и вне тела.

определение

Положение центра тяжести некоторых фигур

6. **Швеллер**— в точке с координатами



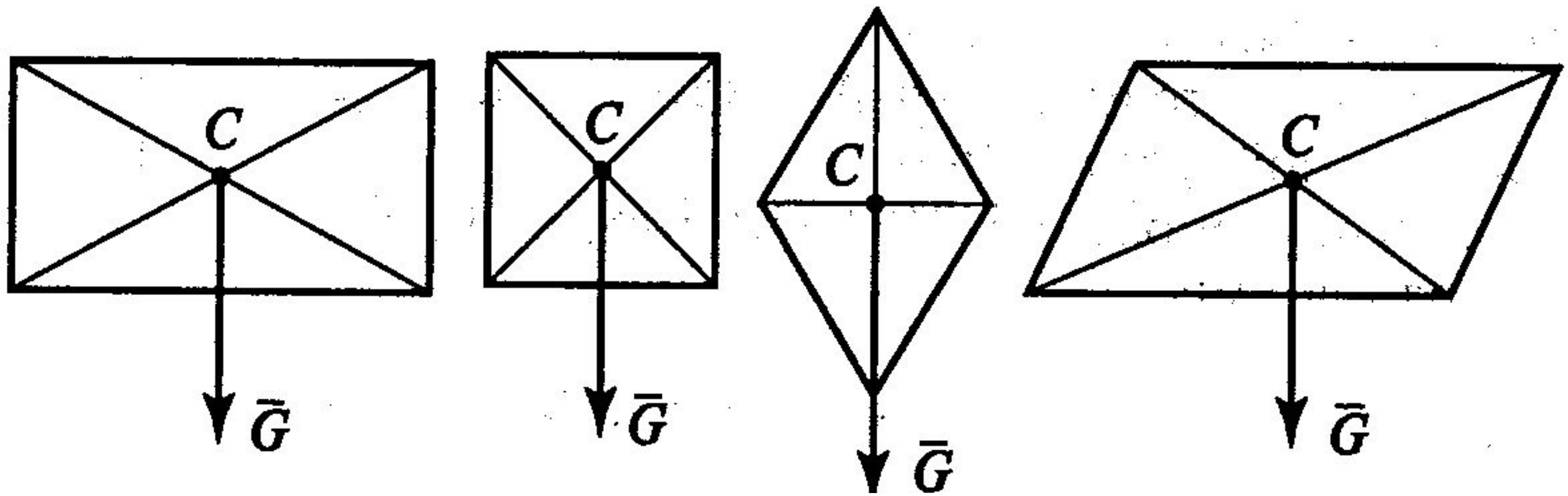
$$x_C = z_0, \quad y_C = h/2,$$

где h — высота швеллера;

z_0 — расстояние от центра тяжести и оси Ус до наружной грани стенки

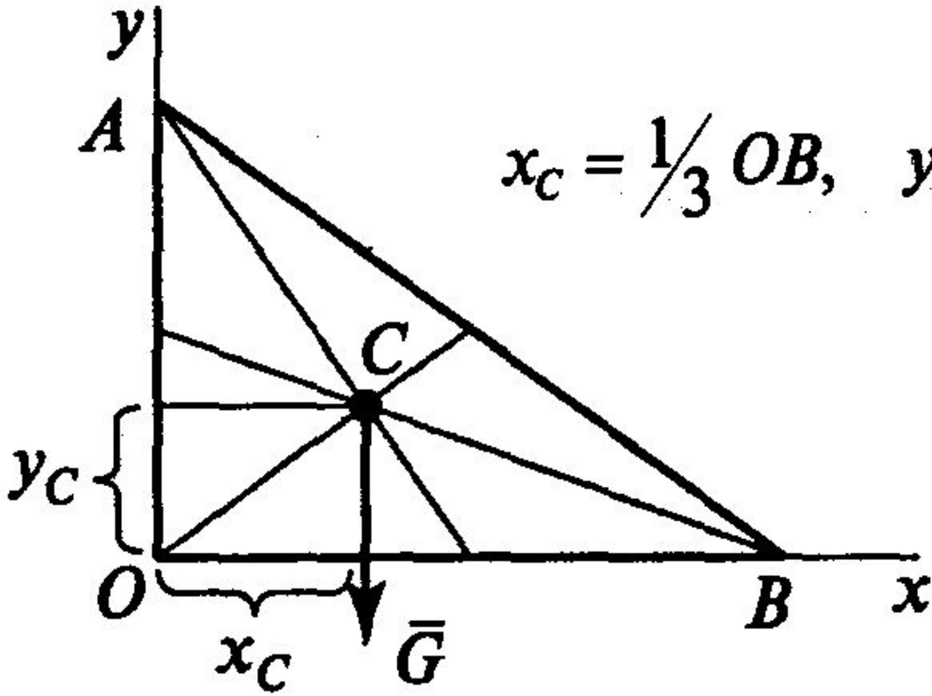
Положение центра тяжести некоторых фигур

1.**Симметричный четырёхугольник** (прямоугольник, квадрат, ромб, параллелограмм) - центр тяжести в точке пересечения диагоналей.

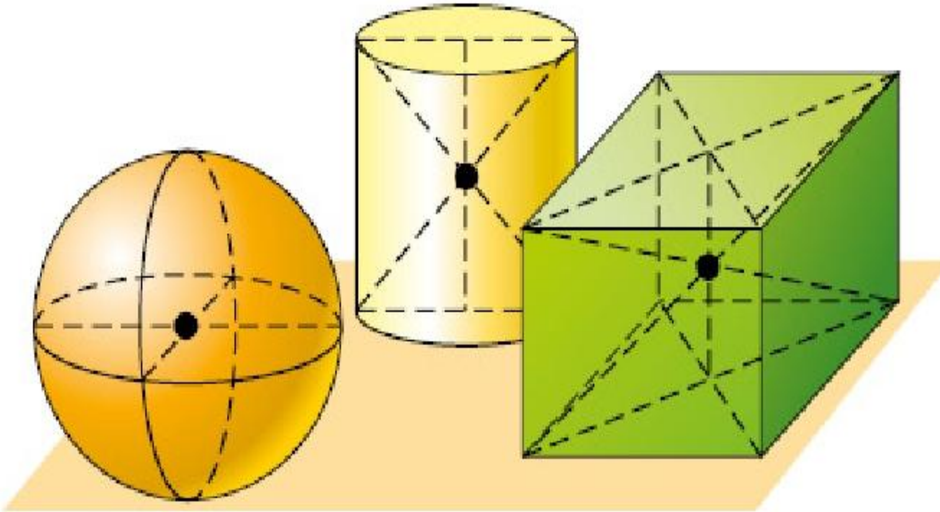


Положение центра тяжести некоторых фигур

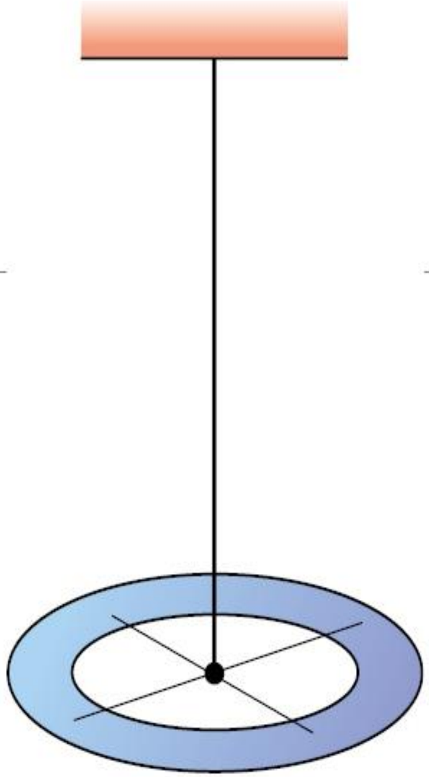
2. **Треугольник**- центр тяжести лежит на пересечении медиан (на расстоянии 1/3 высоты от каждого основания)



$$x_C = \tfrac{1}{3}\, OB, \quad y_C = \tfrac{1}{3}\, OA;$$



Центр тяжести шара лежит в его геометрическом центре, у цилиндра он находится на середине линии, соединяющей центры его оснований, у параллелепипеда — в точке пересечения диагоналей

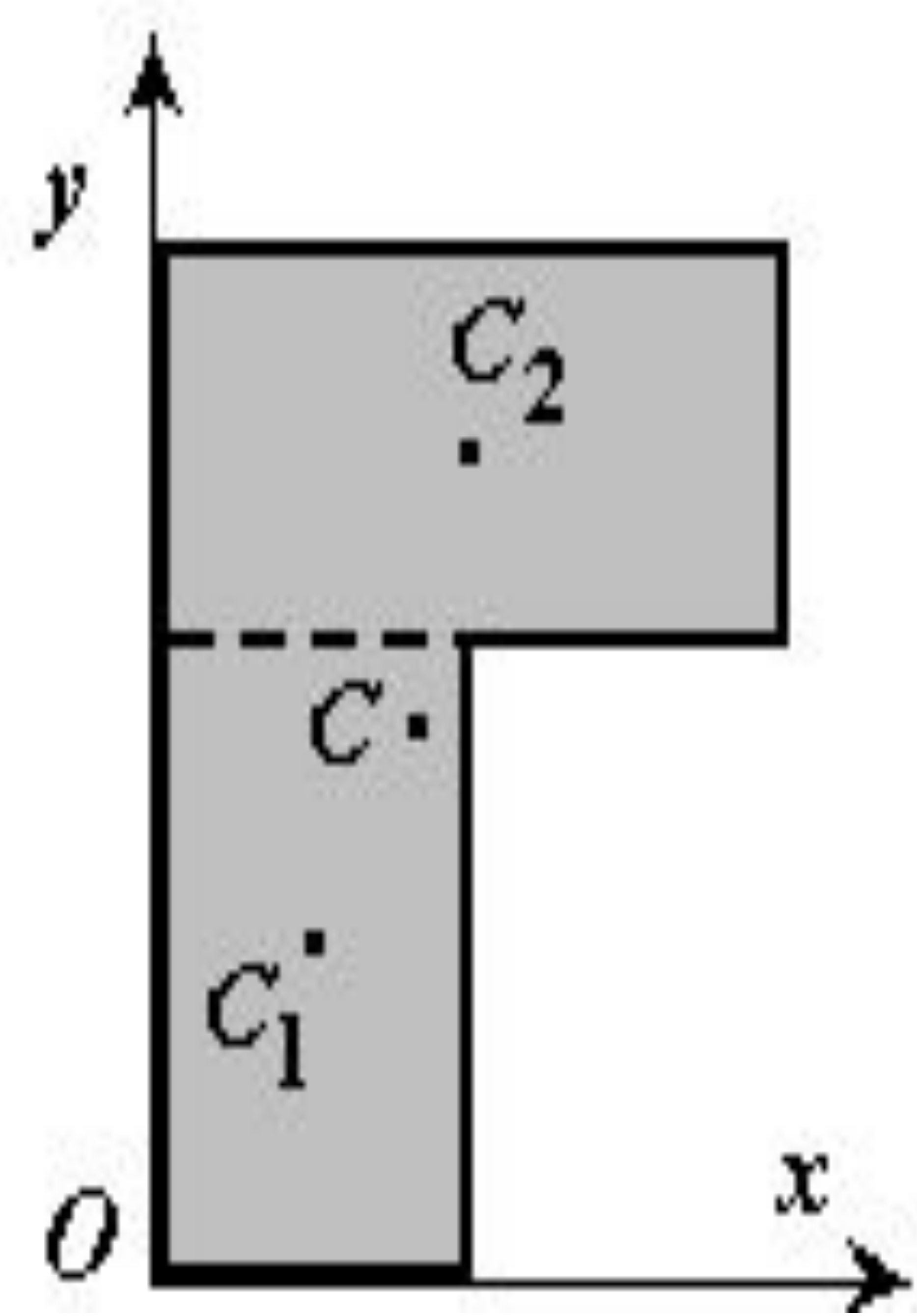


Центр тяжести может находиться и вне тела.

У кольца он лежит на пересечении диаметров

Способы определения координат центра тяжести тел сложной формы.

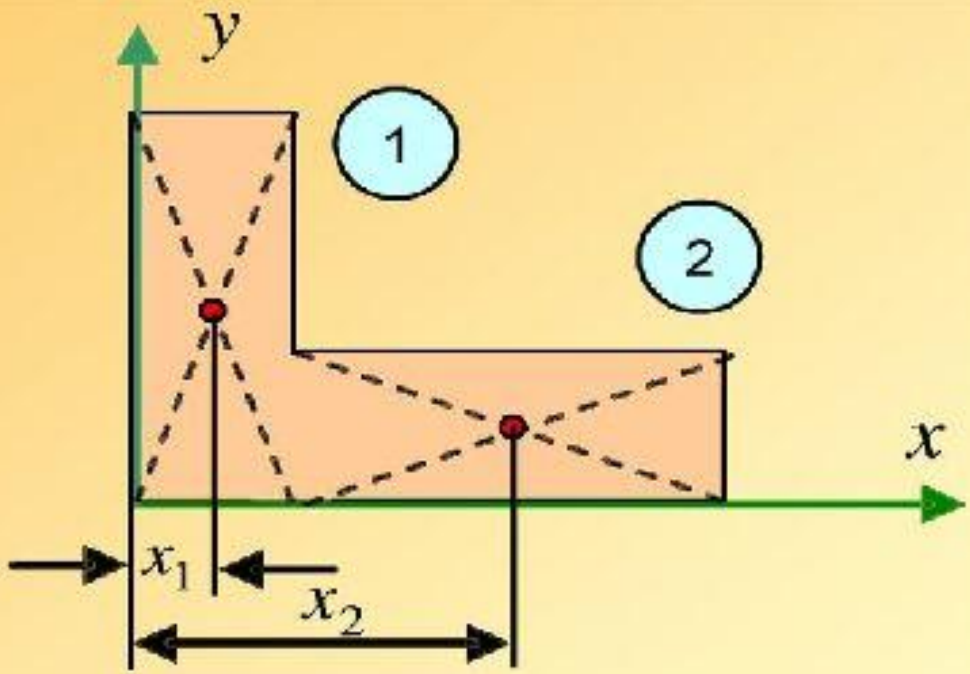
1. Разбиение. Тело, сложнойформы, разбивается на части, представляющие простые геометрические формы , для каждой из которых положение центра тяжести и площадь известны.
2. Метод отрицательных площадей. Частный случай способа разбиения. Он применяется к телам, имеющим вырезы, пазы, отверстия. Площади этих фигур необходимо брать со знаком МИНУС - .
3. Симметрия. Если однородное тело имеет ось или центр симметрии, то его центр тяжести лежит соответственно на оси симметрии или в центре симметрии.



Разбиение

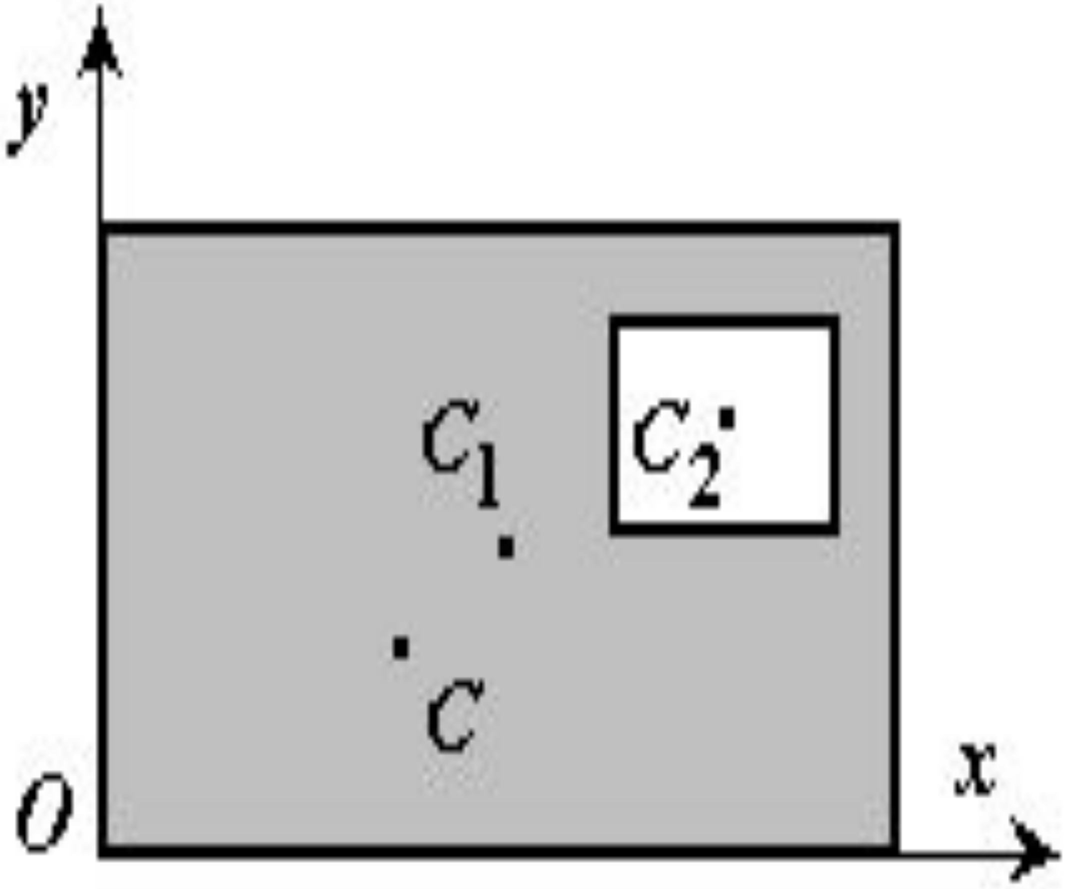
Тело разбивается на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести и площадь известны.

1. Метод разбиения – сложная фигура разбивается на совокупность простых фигур, для которых известны положения центра тяжести или легко определяются:



$$x_C = \frac{\sum x_i S_i}{\sum S_i} = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2}$$

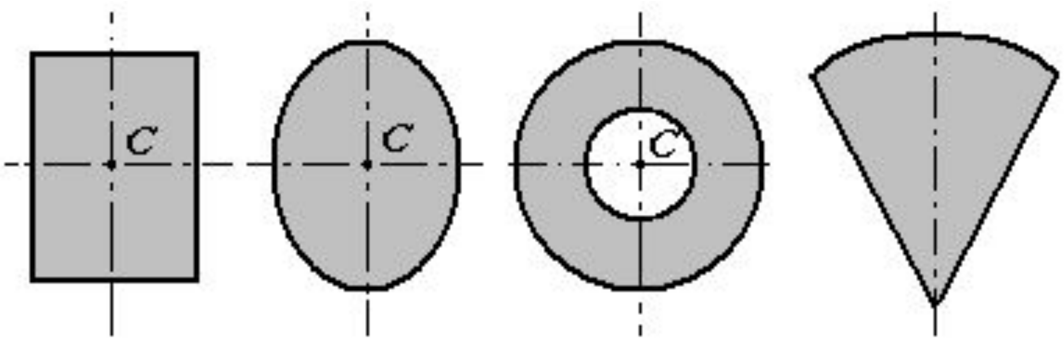
Метод отрицательных площадей



Тело в виде пластинки с вырезом представляют комбинацией сплошной пластинки (без выреза) с площадью S_1 и площади вырезанной части S_2 ., у которой площадь берётся со знаком **минус.**

Метод симметрии

Центр тяжести тел, имеющих ось симметрии



Если однородное тело имеет ось или центр симметрии , то его центр тяжести лежит соответственно на оси симметрии или в центре симметрии.

Однородное твердое тело можно разбить на конечное число частей простейшей геометрической формы, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести однородного тела определяются по формулам:

$$X_c = \frac{\sum (G_k \cdot X_k)}{G}; \quad Y_c = \frac{\sum (G_k \cdot Y_k)}{G}; \quad Z_c = \frac{\sum (G_k \cdot Z_k)}{G}.$$

Где

G- вес тела,

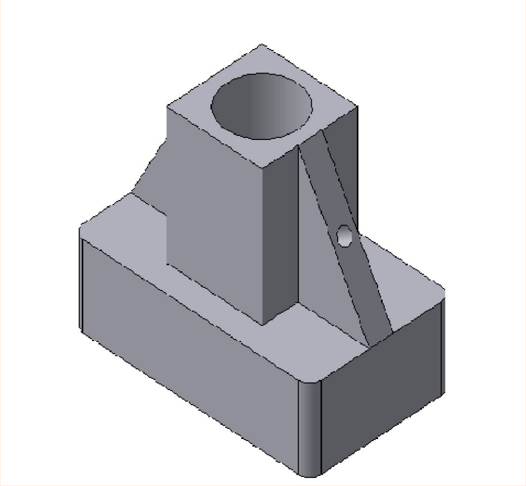
$G_к$- вес отдельных частей тела,

$X_к$, $У_к$, $Z_к$ – координаты этих частиц,

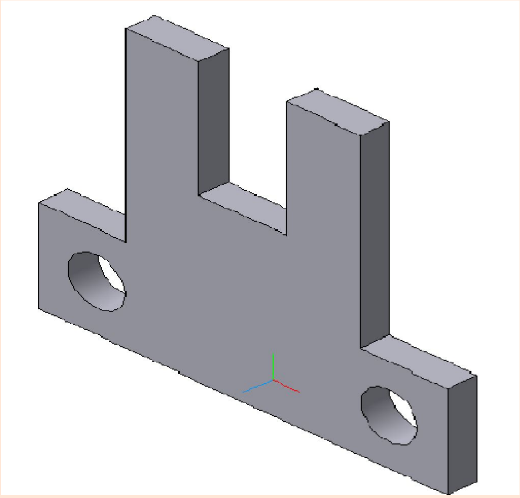
($G_к \cdot X_к$), ($G_к \cdot У_к$), ($G_к \cdot Z_к$) – статические моменты частей детали относительно осей

Виды встречающихся деталей

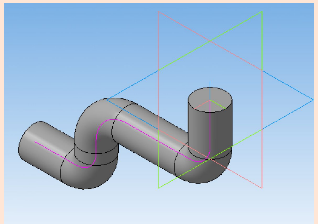
<u>ОБЪЁМНЫЕ ТЕЛА</u>

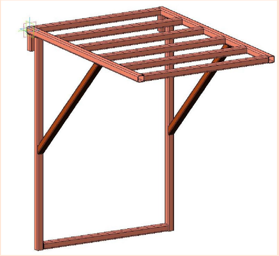


<u>ПЛАСТИНЫ</u>



<u>СТЕРЖНЕВЫЕ</u>





ОБЪЁМНЫЕ ТЕЛА

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k V_k}{\sum_{k=1}^{n} V_k}\ ;\ y_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k V_k}{\sum_{k=1}^{n} V_k}\ ;\ z_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} z_k V_k}{\sum_{k=1}^{n} V_k}\ ,$$

ПЛАСТИНЫ

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k S_k}{\sum_{k=1}^{n} S_k}\ ;\ y_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k S_k}{\sum_{k=1}^{n} S_k}\ ;\ z_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} z_k S_k}{\sum_{k=1}^{n} S_k}\ ,$$

СТЕРЖНЕВЫЕ

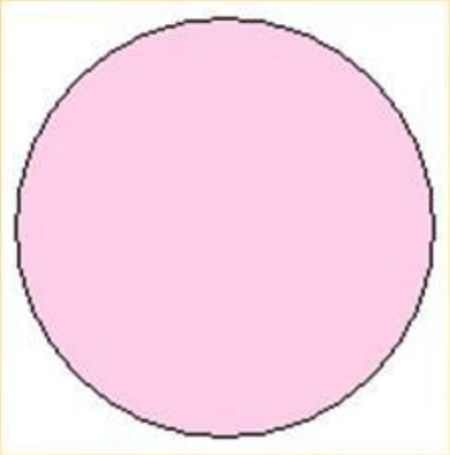
$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k L_k}{\sum_{k=1}^{n} L_k}\ ;\ y_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k L_k}{\sum_{k=1}^{n} L_k}\ ;\ z_C = \frac{\sum_{k=1}^{n} z_k L_k}{\sum_{k=1}^{n} L_k}\ .$$

Где V_k , S_k ,L_k - соответственно объёмы, площади и длины частей, на которые разбито данное тело, а x_k , y_k ,z_k – координаты центров тяжести этих частей.

Площади

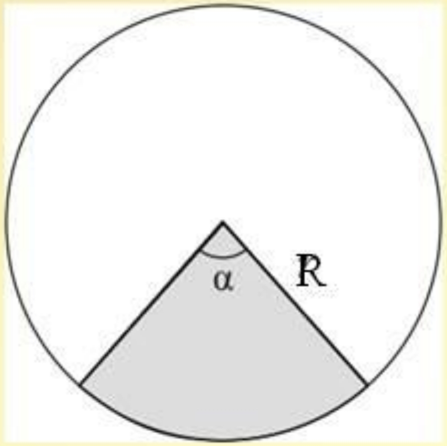
Площадь S круга радиуса R

$$S = \pi R^2$$



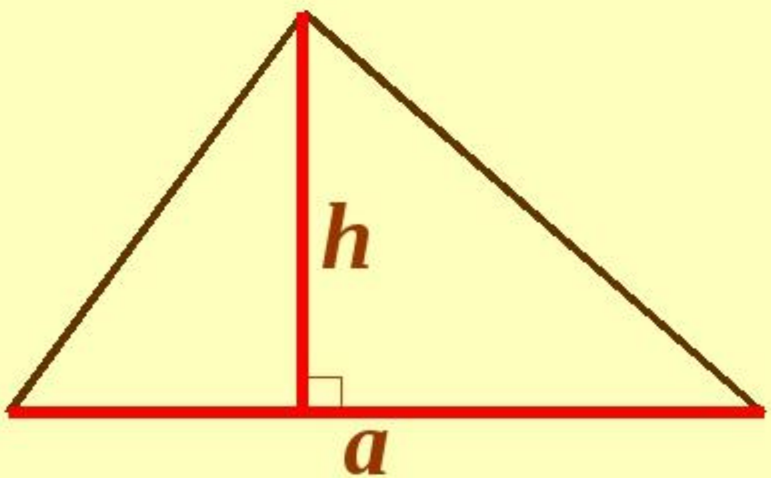
Площадь S сектора радиуса R с центральным углом в α

$$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$$



Площадь треугольника

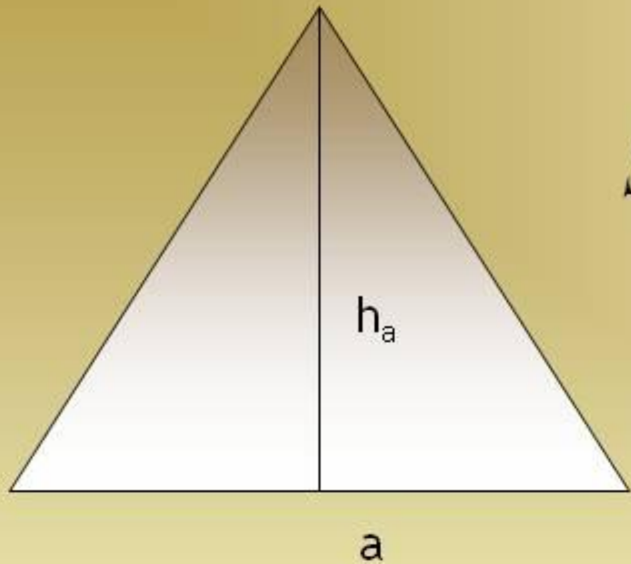
Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.



$$S = \frac{1}{2}ah$$

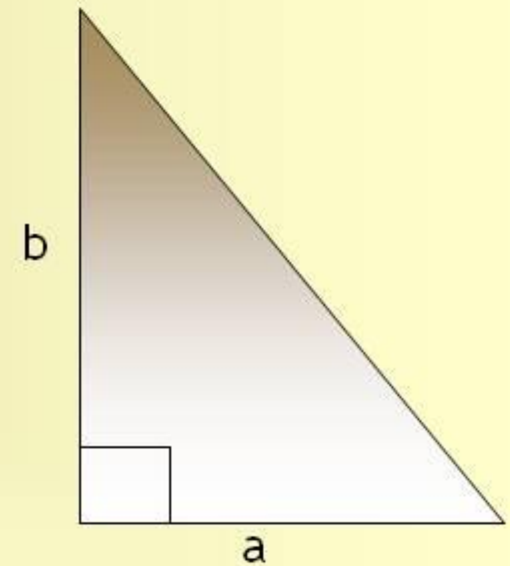
Содержание

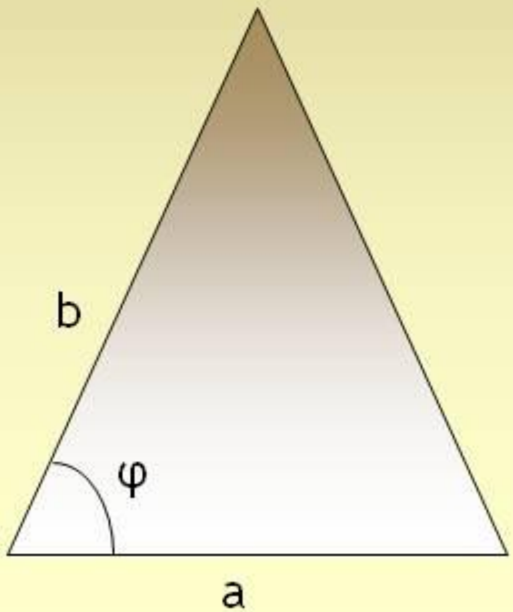
Площадь треугольника



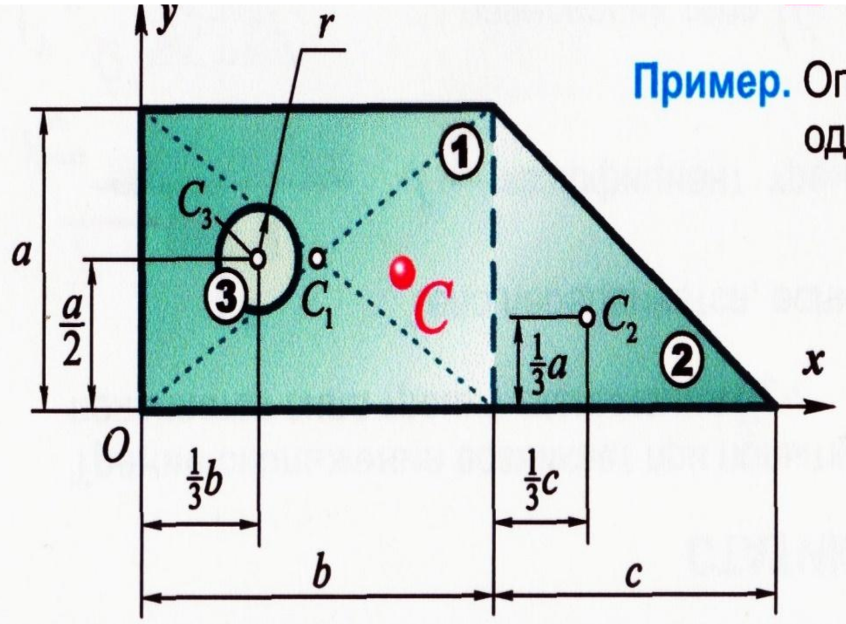
$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab$$





$$S = \frac{1}{2} ab \sin \varphi$$

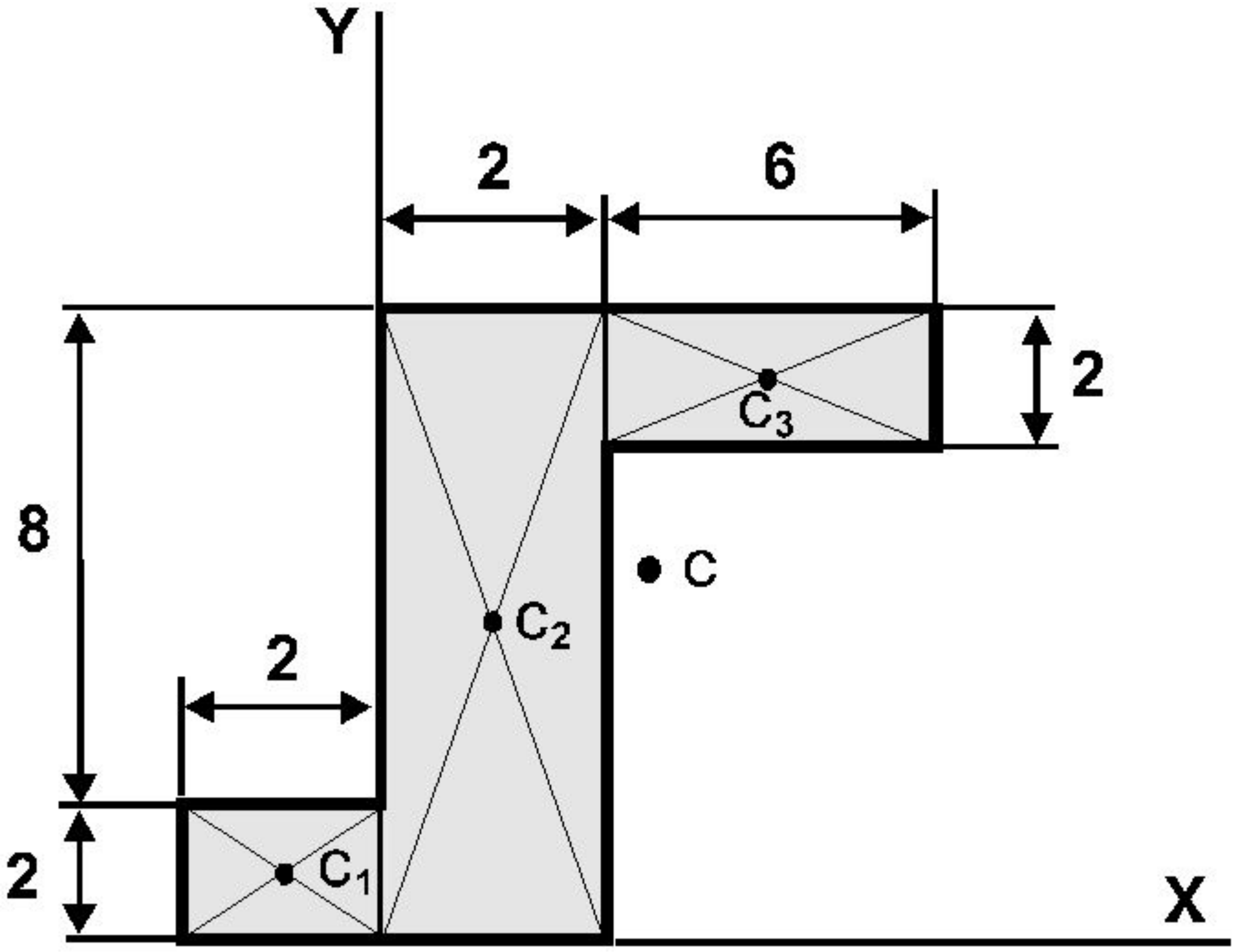


Пример. Определить положение центра тяжести однородной пластины с отверстием радиуса r.

$$x_C=\frac{a\cdot b\cdot\frac{b}{2}+\frac{1}{2}ac\left(b+\frac{c}{3}\right)-\pi r^2\cdot\frac{b}{3}}{a\cdot b+\frac{1}{2}a\cdot c-\pi r^2};$$

$$y_C=\frac{a\cdot b\cdot\frac{a}{2}+\frac{1}{2}a\cdot c\cdot\frac{a}{3}-\pi r^2\frac{a}{2}}{a\cdot b+\frac{1}{2}a\cdot c-\pi r^2}.$$

Площадь круга как отверстия взята со знаком «–».



Y
2
6
2
8
C
C2
2
C3
2
C1
X