Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение
«Горшеченская средняя общеобразовательная школа имени Н.И.Жиронкина»

ИНДИВИДУЛЬНЫЙ ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПРОЕКТ

«ДЕСЯТЬ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ»

Автор работы

Красников Максим Павлович

Учащийся 9 «Б» класса

Научный руководитель:

Сукманова Вера Леонидовна ,

учитель математики

Горшечное 2020 г.

Цель проекта: изучение нестандартных способов решения квадратных уравнений.

Задачи:

1. Изучить сведения из истории решения квадратных уравнений.
2. Изложить десять способов решения квадратных уравнений.

Актуальность проекта: Уравнения в школьном курсе алгебры занимают ведущее место. На их изучение отводится времени больше, чем на любую другую тему. Уравнения не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники.

Методы исследования: дедукция, анализ

ВВЕДЕНИЕ

Математическое образование, получаемое в общеобразовательной школе, является важнейшим компонентом общего образования современного человека. Практически все, что окружает человека – это так или иначе связано с математикой. Поэтому решение многих практических задач сводится к решению различных видов уравнений, которые необходимо научиться решать.

Квадратные уравнения - это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств.

Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н. э. вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

$$x^2 + x = \frac{3}{4}; \quad x^2 - x = 14\frac{1}{2}.$$

В «Арифметике» Диофанта нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней. При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.


Различные способы решения квадратных уравнений
Разложение левой части уравнения на множители
Метод выделения полного квадрата
Метод коэффициентов
Решение квадратных уравнений по формуле
Решение уравнений с использованием теоремы Виета
Графическое решение квадратного уравнения
Решения квадратных уравнений способом «переброски»
Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки
Решение квадратных уравнений с помощью номограммы
Геометрический способ решения квадратных уравнений

1. СПОСОБ: Разложение левой части уравнения на множители

Решим уравнение x2 + 10x - 24 = 0.

Разложим левую часть на множители: x2 + 10x - 24 = =(x + 12)(x - 2).

Следовательно, (x + 12)(x - 2) = 0

Так как произведение равно нулю, то, один из его множителей равен нулю. Поэтому левая часть уравнения обращается нуль при x = 2, а также при x = - 12.

Это означает, что число 2 и - 12 являются корнями уравнения x2 + 10x - 24 = 0

Способы:

•Вынесение общего множителя за скобки;

•Использование формул сокращенного умножения;

•Способ группировки.

2. СПОСОБ: Метод выделения полного квадрата.

Решим уравнение x2 + 6x - 7 = 0.

Выделим в левой части полный квадрат.

Преобразуем теперь левую часть уравнения x2 + 6x - 7 = 0, прибавляя к ней и вычитая 9.

Имеем: x2 + 6x - 7 = =x2 + 2• x • 3 + 9 - 9 - 7 = = (x + 3)2 - 9 - 7 = (x + 3)2 - 16.

Таким образом, данное уравнение можно записать так: (x + 3)2 - 16 =0, (x + 3)2 = 16.

Следовательно, x + 3 - 4 = 0, или x + 3 = -4 x1 = 1,   x2 = -7.

3. Способ: Решение квадратных уравнений по формуле:

Умножим обе части уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$, a ? 0

на 4a и последовательно имеем:

$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$

$((2ax)^2 + 2ax * b + b^2) - b^2 + 4ac = 0,$

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac,$

$2ax + b = \pm$ v $b^2 - 4ac,$

$2ax = - b \pm$ v $b^2 - 4ac,$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

1) В случае положительного дискриминанта, т.е. при $b^2 - 4ac > 0$, уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два различных корня.

2)Если дискриминант равен нулю, т.е. b2 - 4ac = 0, то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет единственный корень,

3)Если дискриминант отрицателен, т. е. $b^2 - 4ac < 0$, уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.

Формула (1) корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ позволяет найти корни **любого** квадратного уравнения (если они есть), в том числе приведенного и неполного.

4. СПОСОБ: Решение уравнений с использованием теоремы Виета.

Как известно, приведенное квадратное уравнение имеет вид x2+ px + c = 0. (1) Его корни удовлетворяют теореме Виета, которая при а =1 имеет вид x1; x2= q, x1+ x2 = - p

Отсюда можно сделать следующие выводы (по коэффициентам p и q можно предсказать знаки корней). Если (q > 0), то уравнение имеет два одинаковых по знаку корня и это зависти от второго коэффициента p.

Если р < 0, то оба корня отрицательны. Если р < 0, то оба корня положительны

5. СПОСОБ: Решение уравнений способом «переброски».

При этом способе коэффициент а умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его называют способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат

Решим уравнение 2х2 – 11х + 15 = 0. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение у2 – 11у + 30 = 0. Согласно теореме Виета у = 5, у =6, то x1 = 5/2, x = 6/2 Ответ: 2,5; 3.

6. СПОСОБ: Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Пусть дано квадратное уравнение ах2 + bх + с = 0, где а ≠ 0.

Если, а+ b + с = 0 , то $x_1=1$, $x_2=c/a$

Если b = a + c, то $x_1=-1$, $x_2=-c/a$

1978х2-1984х+6=0

$X_1=1$, $x_2=6/1978$

319х2+1988х+1669=0

$X_1=-1$, $X_2=-1669/319$

7. СПОСОБ: Графическое решение квадратного уравнения

Преобразуем уравнение х2 + px + q = 0 х2= - px - q. Построим графики зависимости у = х2 и у = - px - q. График первой зависимости - парабола, проходящая через начало координат. График второй зависимости - прямая (рис.1). Возможны следующие случаи:

Прямая и парабола могут касаться (только одна общая точка), т.е. уравнение имеет одно решение

Прямая и парабола не имеют общих точек, т.е. квадратное уравнение не имеет корней.

Прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, абсциссы точек пересечения являются корнями квадратного уравнения;

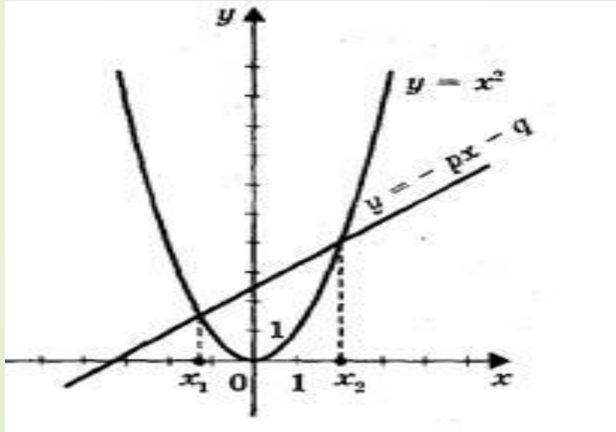


Рис. 1

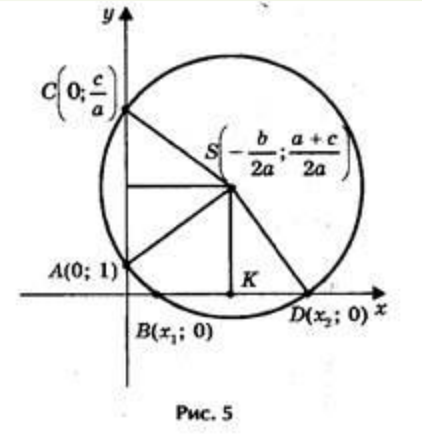
8. СПОСОБ: Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

ax2 + bx + c =0 Итак: 1) построим точки (центр окружности

2) и A(0; 1); 2) проведем окружность с радиусом SA;

3) абсциссы точек пересечения этой окружности с осью Ох являются корнями исходного квадратного уравнения. При этом возможны три случая.

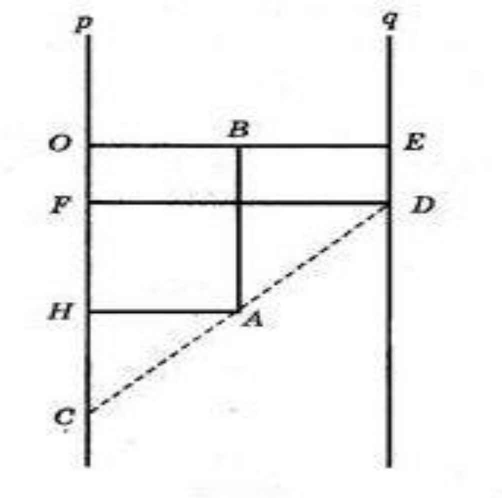
1) Окружность пересекает ось Ох в двух точках B(x1;0) и D(x2; 0), где x1 и x2 - корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.
2) Окружность касается оси Ох в точке B(x1; 0), где x1 - корень квадратного уравнения.
3) Окружность не имеет общих точек с осью абсцисс (рис.6,в), в этом случае уравнение не имеет решения2)окружность касается оси Ох в точке B(x1; 0), где x1 - корень квадратного уравнения.
4) Окружность не имеет общих точек с осью абсцисс (рис.5,в), в этом случае уравнение не имеет решения



9. СПОСОБ: Решение квадратных уравнений с помощью номограммы

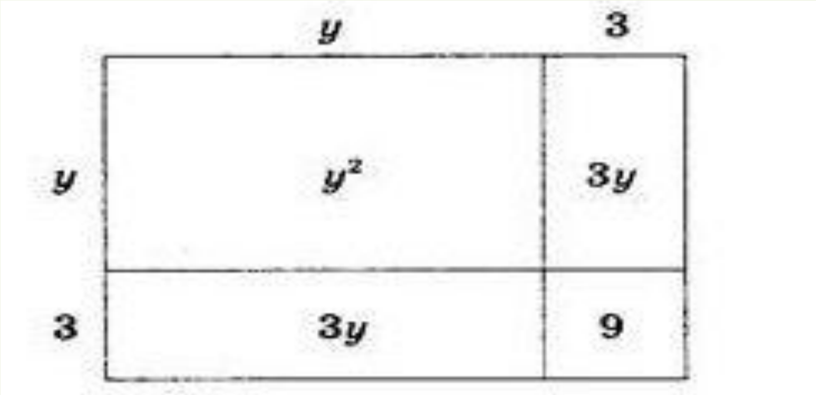
Таблица XXII. с.83 (см. Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы. - М., Просвещение, 1990).

Номограмма для решения уравнения z2 + pz + q = 0. Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения. Криволинейная шкала номограммы построена по формулам: z2+ pz + q = 0, причем буква z означает метку любой точки криволинейной шкалы.



10. СПОСОБ: Геометрический способ решения квадратных уравнений

Как древние греки решали уравнение у2 + 6у – 16 = 0. Решение представлено на рисунке, где у2 + 6у = 16, или у2 + 6 у + 9 = 16 + 9. Выражения у2 + 6у + 9 и 16 + 9 геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное уравнение у2 + 6у – 16 + 9 – 9 = 0 – одно и то же уравнение. Откуда и получаем, что у + 3 = + 5 и у + 3 = – 5, или у =2, у2= –8



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения своей работы я считаю, что с поставленной целью и задачами я справил, мне удалось обобщить и систематизировать изученный материал по выше указанной теме. Способов решения квадратных уравнений очень много. Я нашёл 10 способов решения квадратных уравнений. Нужно отметить, что не все они удобны для решения, но каждый из них по-своему уникален. Некоторые способы решения помогают сэкономить время, что немаловажно при решении заданий на контрольных работах и экзаменах.

Подводя итоги, можно сделать вывод: квадратные уравнения играют огромную роль в математике. Эти знания могут пригодиться нам на протяжении всей жизни.