МНОЖЕСТВА

- **Множество – это совокупность объектов произвольной природы, определенная некоторым правилом.**

если *a* является элементом множества *A*, то пишут $a \in A$

если же нет, то - $a \notin A$

Примеры:

- **Числовое множество**

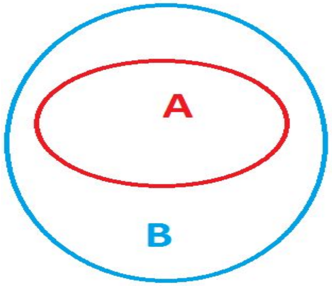
$$A = \{1; 3, 5\} \ (1 \in A,\ 2 \notin A)$$

- **Множество участников олимпиады по информатике**

- **Множество летающих крокодилов**

Подмножество

- Множество А является подмножеством множества В, если все элементы А принадлежат В.
- Запись: $A \subset B$
- **$A=\{1, 3, 5\} \subset B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$;**



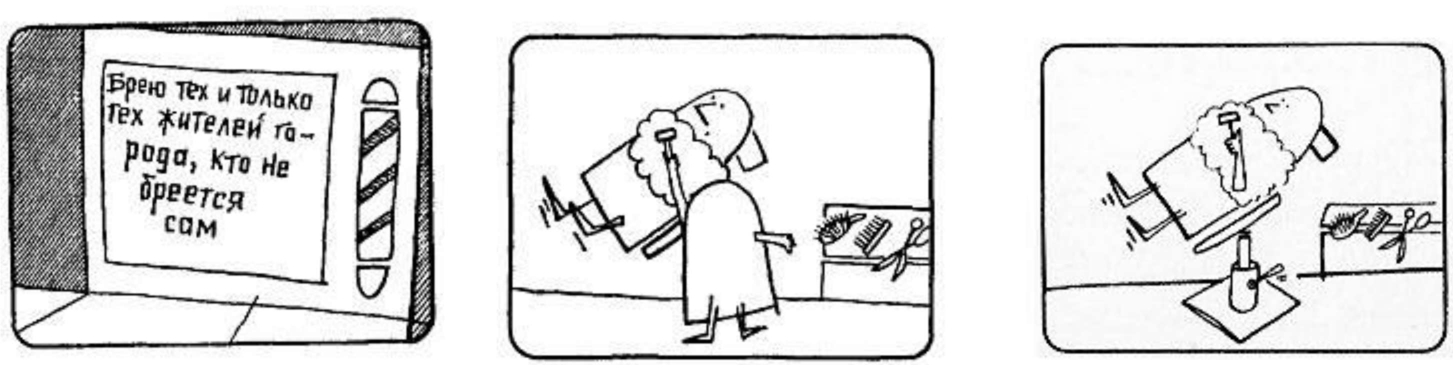
- Можно сказать также, что в А нет такого элемента, который не принадлежал бы множеству В.

Пустое множество –
МНОЖЕСТВО, В КОТОРОМ НЕТ ЭЛЕМЕНТОВ

$= \varnothing$

$\subset$

ПАРАДОКС БРАДОБРЕЯ



Так брить или не брить ему себя?!

От парадоксов надо избавляться!

Подход Г. Кантора –

«Наивная теория множеств»

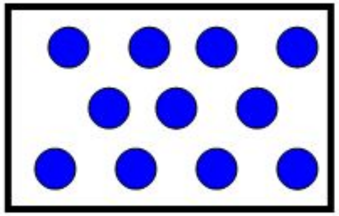
Разрешается работать со множествами, которые «встречаются в природе», а также со множествами, которые получаются из них разумными теоретико-множественными операциями.

Прежде, чем определять разумные теоретико-множественные операции, введем несколько символов.

Элементы логической символики

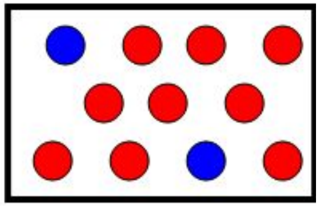
КВАНТОР ОБЩНОСТИ $\forall$ (любой, каждый, всякий)

$\forall$ (ЛЮБОЙ) КРУЖОЧЕК В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ - СИНИЙ

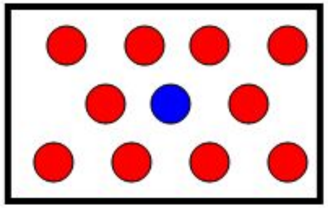


КВАНТОР СУЩЕСТВОВАНИЯ $\exists$ (существует, найдется)

В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ $\exists$ (СУЩЕСТВУЕТ) СИНИЙ КРУЖОЧЕК



В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ $\exists!$ (СУЩЕСТВУЕТ ЕДИНСТВЕННЫЙ) СИНИЙ КРУЖОЧЕК



Импликация
«СЛЕДОВАТЕЛЬНО»

Запись $A \Rightarrow B$ означает, что A влечет B или, что то же самое, B следует из A.

A

ЖИВОТНОЕ - ЗАЯЦ

A – достаточное условие для B

$\Rightarrow$

B

У ЖИВОТНОГО - КОРОТКИЙ ХВОСТ

B – необходимое условие для A

Если одновременно верны утверждения $A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow A$, то пишут $A \Leftrightarrow B$ (A равносильно B) и A называется *необходимым и достаточным условием* для B (а B для A).

A

Русское название птицы – СЕРАЯ ВОРОНА

$\Leftrightarrow$

B

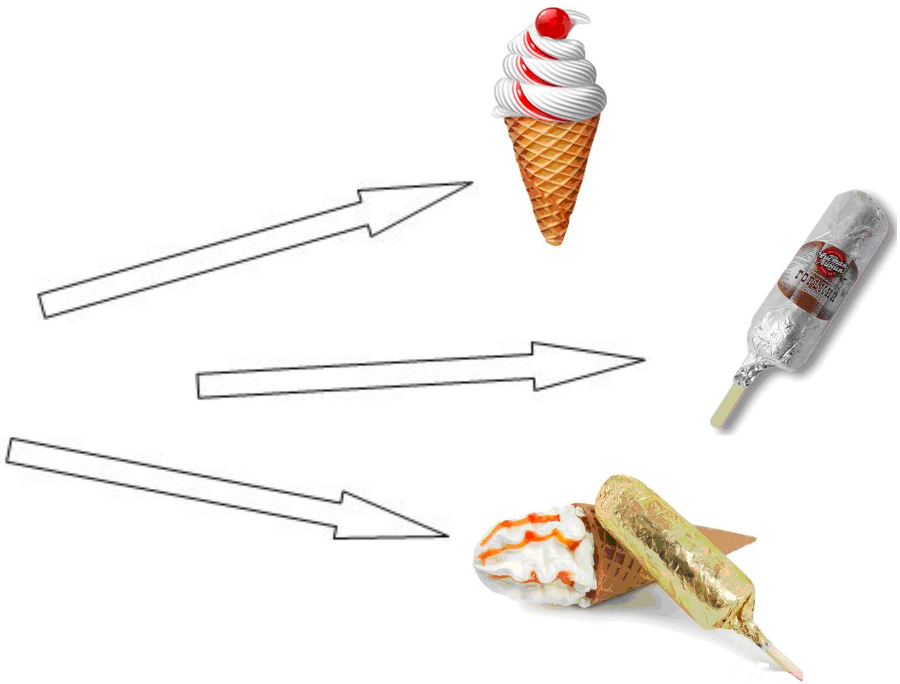
Латинское название птицы – CORVUS CORNIX

Дизъюнкция ∨ «и/или»

Я КУПЛЮ

∨

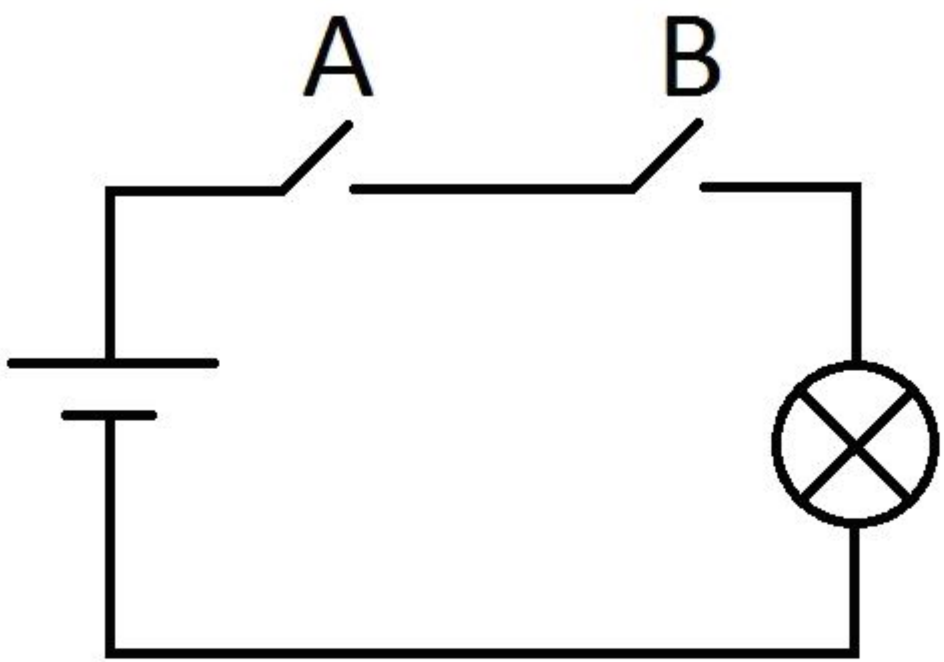
ПРАВИЛЬНЫЕ ВАРИАНТЫ



Конъюнкция $\wedge$ «и»

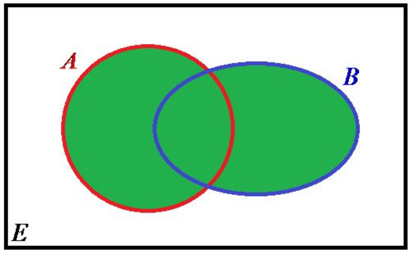
Лампа будет гореть только в случае, когда оба контакта замкнуты:

$$A \wedge B$$



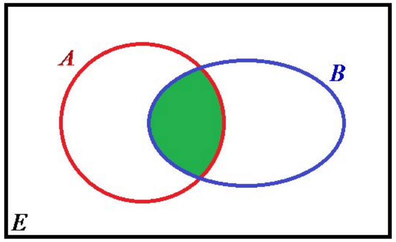
Операции над множествами

- Объединение



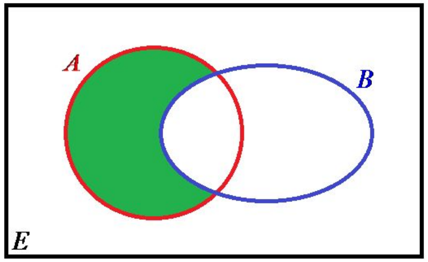
$$x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B)$$

- Пересечение



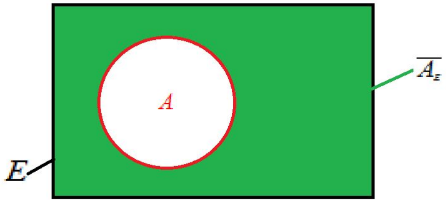
$$x \in A \cap B \Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B)$$

- Разность



$$x \in A \backslash B \Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B)$$

- Дополнение

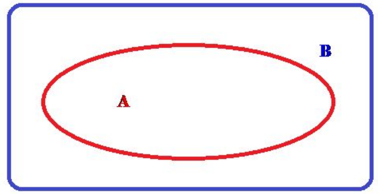


$$x \in \overline{A}_E \Leftrightarrow x \notin A$$

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИЙ

$1.\ A \cup A = A \quad 2.\ A \cap A = A \quad 3.\ A \cup B = B \cup A \quad 4.\ A \cap B = B \cap A$

$5.\ A \subset B \Rightarrow \begin{matrix} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{matrix}$



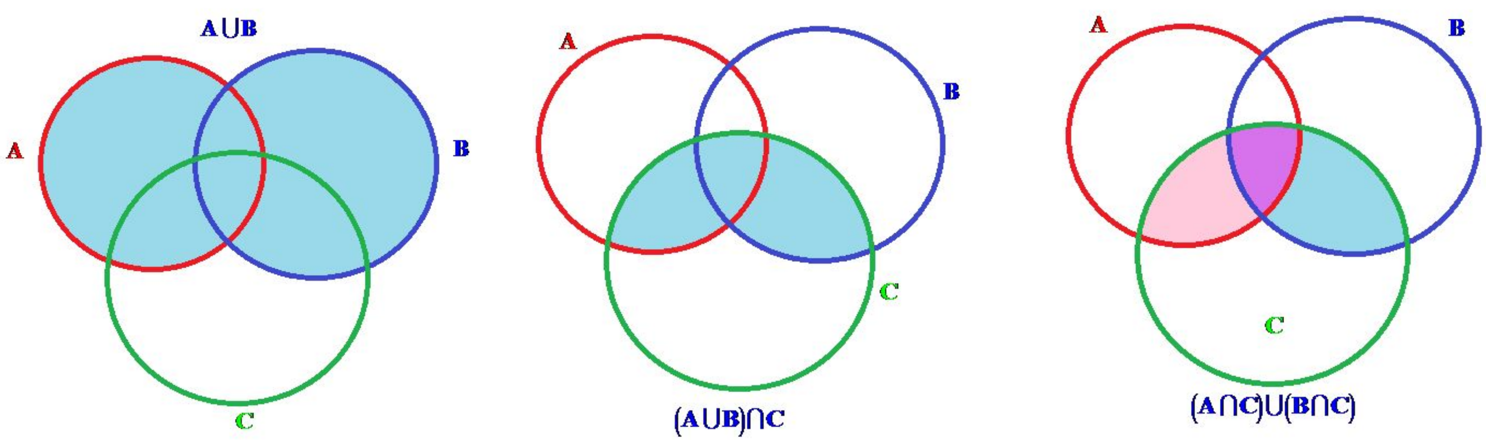
$6.\ A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$

$7.\ A \cup B = B \Rightarrow A \subset B$

$8.\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \qquad 9.\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

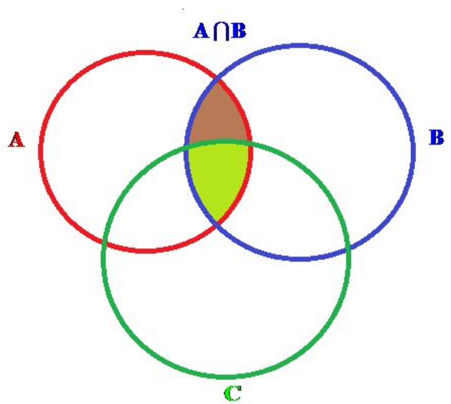
I ЗАКОН ДИСТРИБУТИВНОСТИ ДЛЯ ОПЕРАЦИЙ

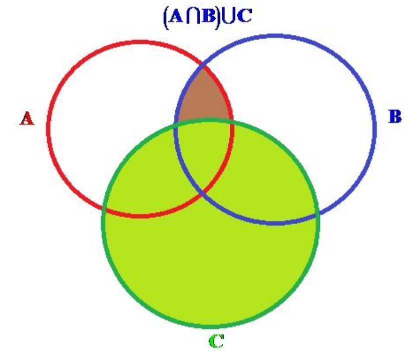
$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

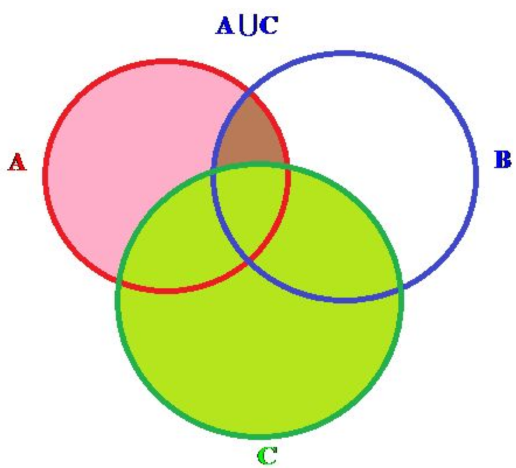


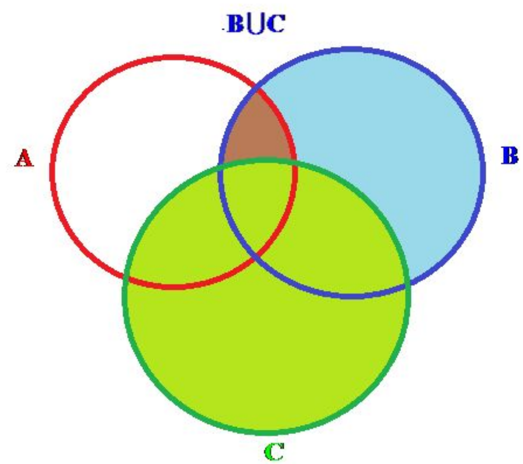
II ЗАКОН ДИСТРИБУТИВНОСТИ ДЛЯ ОПЕРАЦИЙ

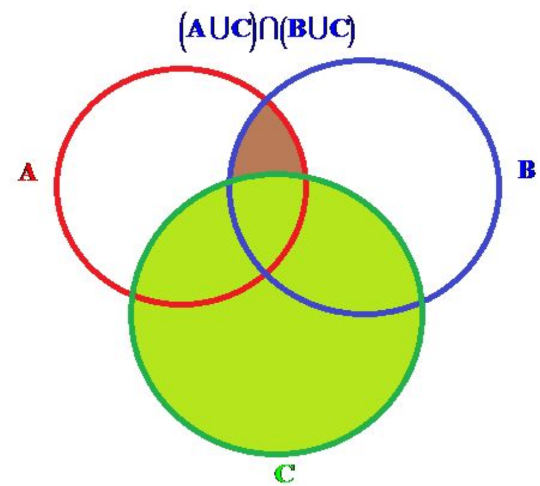
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$



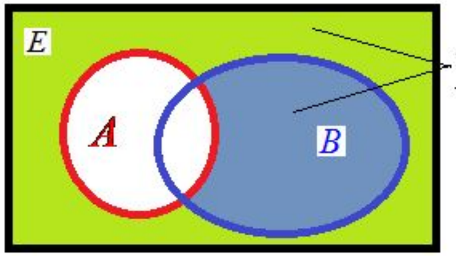






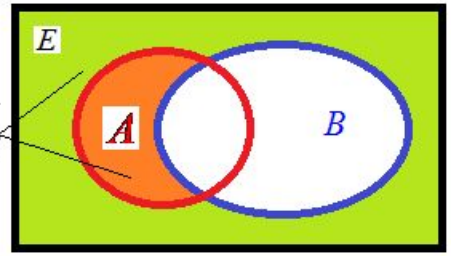


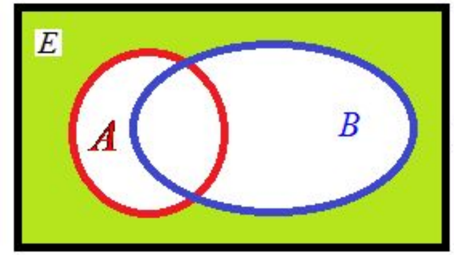
КОЕ-ЧТО ИЗ СВОЙСТВ ДОПОЛНЕНИЙ



$\overline{A}_E$

$\overline{B}_E$

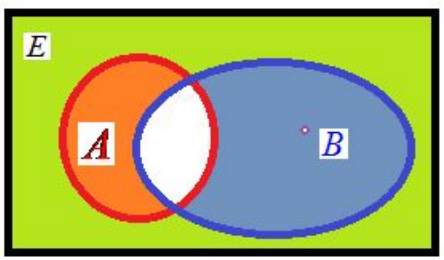




$\overline{A}_E \cap \overline{B}_E$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A}_E \cap \overline{B}_E$$

$\overline{A}_E \cup \overline{B}_E$



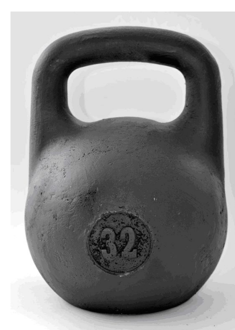
$$\overline{A \cap B} = \overline{A}_E \cup \overline{B}_E$$

Задача. докажите эти свойства аналитически.

Мощность множества

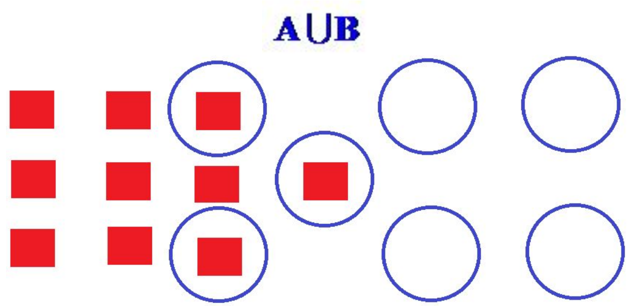
- Мощность конечного множества А – число его элементов m(A).
- $m(\varnothing) = 0$

m  = m  = 5

m  $>$ m 

КОЕ-ЧТО ИЗ СВОЙСТВ МОЩНОСТИ МНОЖЕСТВА

$$\mathbf{m}(\mathbf{A}\cup\mathbf{B})=\mathbf{mA}+\mathbf{mB}-\mathbf{m}(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})$$



ЗАДАЧА. ДОКАЖИТЕ, ЧТО

$$\mathbf{m}(\mathbf{A}\cup\mathbf{B}\cup\mathbf{C})=\mathbf{mA}+\mathbf{mB}+\mathbf{mC}-\mathbf{m}(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})-\mathbf{m}(\mathbf{A}\cap\mathbf{C})-\mathbf{m}(\mathbf{B}\cap\mathbf{C})+\mathbf{m}(\mathbf{A}\cap\mathbf{B}\cap\mathbf{C})$$

А МОЖНО СРАВНИВАТЬ МОЩНОСТИ БЕСКОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ?

Можно. Например, мощность множества целых чисел меньше мощности множества действительных чисел.

Ну это даже мне понятно!:-)

А вот на отрезке

точек столько же, как и в квадрате. 

Но это тема для отдельной беседы.