Сумма цифр наименьшего натурального числа, которое нацело делится на 4, 6 и 7, равна

$\boxed{1}$ 15 $\boxed{2}$ 12 $\boxed{3}$ 8 $\boxed{4}$ 13 $\boxed{5}$ 18

$$НОК(4;6;7) = 12 \cdot 7 = 84$$

Корень уравнения $3^{(-2^x)} = 7$ равен

$\boxed{1}$ уравнение корней не имеет $\boxed{2}$ $\log_2 \log_3 7$ $\boxed{3}$ $\log_3 \log_2 7$

$\boxed{4}$ $-\log_3 \log_2 7$ $\boxed{5}$ $-\log_2 \log_3 7$

$$-2^x < 0 \;\Rightarrow\; 5^{-2^x} < 1 \;\Rightarrow$$

$\boxed{1}$ уравнение корней не имеет

Найти сумму целых решений неравенства $\sqrt{(x+6)(5-x)} < |x+6,3| + |x-5,7| - 12 + 2\sqrt{6}$

$\boxed{1}$ -6 $\boxed{2}$ -2 $\boxed{3}$ -3 $\boxed{4}$ 1 $\boxed{5}$ 2

ОДЗ :

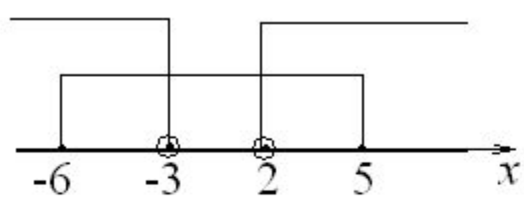
$-6 \le x \le 5$

тогда

$\sqrt{(x+6)(5-x)} < x + 6,3 - x + 5,7 - 12 + 2\sqrt{6}$

$-x^2 - x + 30 < 24$

$x^2 + x - 6 > 0$



$\Sigma = -6 - 5 - 4 + 3 + 4 + 5 = -3$

Бесконечное произведение $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[18]{2} \cdot \sqrt[54]{2} \cdot \ldots$ равно

$\boxed{1}$ $\sqrt[4]{8}$ $\boxed{2}$ $\sqrt[3]{16}$ $\boxed{3}$ $\sqrt[32]{16}$ $\boxed{4}$ $\sqrt[4]{32}$ $\boxed{5}$ $\sqrt{8}$

Искомое произведение – $2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\ldots}$. Показатель степени вычислим по формуле суммы членов бесконечно убывающей прогрессии $S = \dfrac{b_1}{1-q} = \dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} = \dfrac{3}{4}$ и произведение равно $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8}$.

Наибольший угол треугольника со сторонами 4, 10 и $2\sqrt{34}$ равен

$\boxed{1}$ $\arccos 0,25$ $\boxed{2}$ 60^o $\boxed{3}$ 120^o $\boxed{4}$ $180^o - \arccos 0,25$ $\boxed{5}$ $\arccos 0,4$

По теореме косинусов

$$4 \cdot 34 = 16 + 100 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = -\frac{20}{8 \cdot 10} = -0{,}25$$

$\boxed{4}$ $180^o - \arccos 0,25$

При условии ежегодного начисления дохода сумма пенсионного вклада Марьи Ивановны в банке за второй год хранения увеличилась на 1600 руб, а за четвертый год - на 3600 руб. На сколько рублей увеличится вклад пенсионерки за пятый год?

$\boxed{1}$ 7680 $\boxed{2}$ 4320 $\boxed{3}$ 8533,(3) $\boxed{4}$ 6860 $\boxed{5}$ 5400

$$\begin{cases} b_1q^2 - b_1q = 1600 \\ b_1q^4 - b_1q^3 = 3600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(q-1) = 1600 \\ b_1q^3(q-1) = 3600 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{3600}{1600} \Rightarrow q = \frac{3}{2}$$

$$b_1q^5 - b_1q^4 = b_1q^4(q-1) = b_1q^3(q-1)q = 3600 \cdot \frac{3}{2} = 5400$$

Значение $x^3 - 6x$ при $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ равно

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 6 $\boxed{5}$ 12

$$x^3 - 6x = (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^3 - 6x = 2 + 4 + 3 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot x - 6x = 6$$

Наибольшее значение функции $y = (\cos^2 x - 4\cos x + 5)^{-1}$ равно

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 0,5 $\boxed{3}$ 0,1 $\boxed{4}$ 2 $\boxed{5}$ нет наибольшего значения

$$(\cos^2 x - 4\cos x + 4 + 1)^{-1} = \frac{1}{(\cos x - 2)^2 + 1}$$

$$-3 \le \cos x - 2 \le -1$$

$$1 \le (\cos x - 2)^2 \le 9$$

$$2 \le (\cos x - 2)^2 + 1 \le 10$$

$$\frac{1}{10} \le \frac{1}{(\cos x - 2)^2 + 1} \le \frac{1}{2}$$

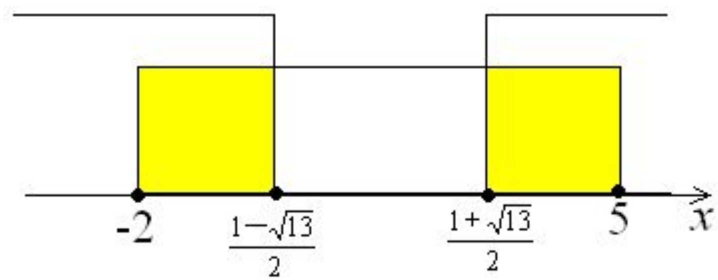
Сумма целых чисел из области определения функции $y = \sqrt{(x+2)(5-x)} + \sqrt{\log_2 (x+1)(x-2)}$ равна

$\boxed{1}$ 12 $\boxed{2}$ 14 $\boxed{3}$ 11 $\boxed{4}$ 15 $\boxed{5}$ 10

$$\begin{cases}(x+2)(5-x) \ge 0 \\ (x+1)(x-2) \ge 1\end{cases}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$



$$3 < \sqrt{13} < 4$$

$$2 < \frac{1+\sqrt{13}}{2} < 2{,}5 \qquad -1{,}5 < \frac{1-\sqrt{13}}{2} < -1$$

$$\Sigma = -2 + 3 + 4 + 5 = 10$$

Расстояние между нулями функции $y = 10^x - 5$ и $y = 2 - (0{,}1)^x$ равно

1	1	**2**	2	**3**	2,5	**4**	$\lg 2{,}5$	**5**	$\lg 6{,}25$

Нули функций найдем из уравнений $10^x - 5 = 0$ и $2 - (0{,}1)^x = 0 \Rightarrow$

$$x_1 = \lg 5\,,\ x_2 = \log_{0{,}1} 2 = \frac{\lg 2}{\lg 0{,}1} = -\lg 2\,.$$

Искомое расстояние $x_1 - x_2 = \lg 5 - (-\lg 2) = \lg 10 = 1$.

Произведение $\lg 5 \cdot \log_5 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_9 100$ равно

1	0,25	**2**	4	**3**	0,5	**4**	2	**5**	1

Перейдем в логарифмах к основанию 10 :

$$\lg 5 \cdot \frac{\lg 2}{\lg 5} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 4} \cdot \frac{\lg 100}{\lg 9} = \frac{\lg 2 \cdot \lg 3 \cdot 2}{2\lg 2 \cdot 2\lg 3} = 0{,}5 \, .$$

Все значения параметра a, при которых уравнение $(2x-a)\lg(x+2)=0$ имеет только один корень, образуют множество

1	$\{-2\}$	**2**	$(-\infty;-2]$	**3**	$(-\infty;-4]$
4	$(-\infty;-4]\cup\{-2\}$	**5**	$[-4;-2]$		

ОДЗ уравнения $x>-2$, корнями исходного уравнения являются $x_1=\dfrac{a}{2}$ и $x_2=-1$. Уравнение будет иметь один корень в двух случаях:

1) $x_1\notin$ ОДЗ; 2) $x_1=x_2$, т.е. $\dfrac{a}{2}\le -2$ или $a=-2$.

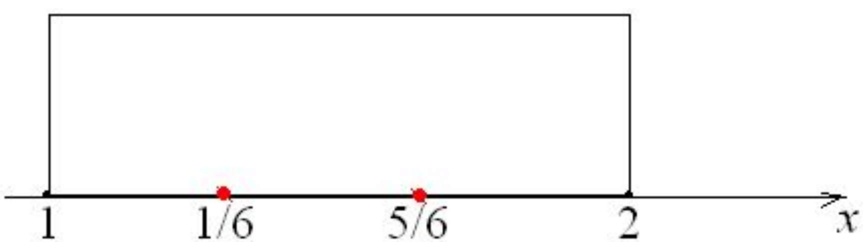
Ответ: $a\in(-\infty;-4]\cup\{-2\}$.

Сумма корней уравнения $\dfrac{\sin \pi x}{\sqrt{2+x-x^2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2+x-x^2}}$ равна

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 0 $\boxed{3}$ $-\dfrac{5}{3}$ $\boxed{4}$ $-\dfrac{11}{6}$ $\boxed{5}$ ∞

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$\pi x = \begin{cases} \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n \\ \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases}$$



$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

Укажите множество значений функции $y = \log_{x^2+\frac{1}{3}} 3$

$\boxed{1}$ $(0; +\infty)$	$\boxed{2}$ $(-\infty; -1] \bigcup (0; +\infty)$	$\boxed{3}$ $(-\infty; -1]$
$\boxed{4}$ $(-\infty; 0) \bigcup [1; +\infty)$		$\boxed{5}$ $(-\infty; -1]$

$$(x^2 + \frac{1}{3})^y = 3$$

$$\log_3(x^2 + \frac{1}{3}) = \frac{1}{y}$$

$$x = \pm\sqrt{3^{\frac{1}{y}} - 3^{-1}}$$

$$\frac{1}{y} \geq -1 \qquad \frac{1+y}{y} \geq 0 \qquad y \in (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$$

До кризиса фонд зарплаты учителей составлял 60% от всего бюджета школы. Во время кризиса бюджет школы уменьшился на 25%. На сколько % следует увеличить фонд зарплаты учителей, чтобы общие расходы на зарплату учителей (в рублях) остались прежними?

$\boxed{1}$ 15% $\boxed{2}$ 16% $\boxed{3}$ 25% $\boxed{4}$ 20% $\boxed{5}$ 8%

$$\frac{0{,}6B}{B-0{,}25B}\cdot 100\% - \frac{0{,}6B}{B}\cdot 100\% = 20\%$$

Если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}$, то угол α оканчивается в

$\boxed{1}$ I четверти $\boxed{2}$ II четверти $\boxed{3}$ III четверти $\boxed{4}$ IV четверти

$\boxed{5}$ однозначно четверть указать нельзя

$$\sin\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\pi/2}{1+\pi^2/16} > 0$$

$$\cos\alpha = \frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{1-\pi^2/16}{1+\pi^2/16} > 0$$

$\boxed{1}$ I четверти

Сумма всех значений x, при которых числа 9^x, $2\cdot 6^x$, $3\cdot 4^x$ являются последовательными членами арифметической прогрессии, равна

1 0 **2** $\log_{1,5} 3$ **3** $\log_{1,5} 4{,}5$ **4** $\log_{0,(6)} 3$ **5** таких x нет

По определению указанные числа составляют арифметическую прогрессию, если $2\cdot 6^x - 9^x = 3\cdot 4^x - 2\cdot 6^x \Rightarrow$

$$3\cdot\left(2^x\right)^2 - 4\cdot 2^x\cdot 3^x + \left(3^x\right)^2 = 0 : \left(2^x\right)^2 \Rightarrow \left(\left(\frac{3}{2}\right)^x\right)^2 - 4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x_1} = 3 \text{ и } \left(\frac{3}{2}\right)^{x_2} = 1 \Rightarrow x_1 = \log_{\frac{3}{2}} 3,\ x_2 = 0, \text{ ответ } \boxed{2}.$$

Наибольшее значение величины $x + y$ при условии $x^2 + y^2 \le 2x + 2y$ равно

$\boxed{1}$ 1	$\boxed{2}$ 2	$\boxed{3}$ 3	$\boxed{4}$ 4	$\boxed{5}$ 5

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \le 2$$

$$x + y = C$$

$$x^2 + (C-x)^2 - 2x - 2(C-x) = 0$$

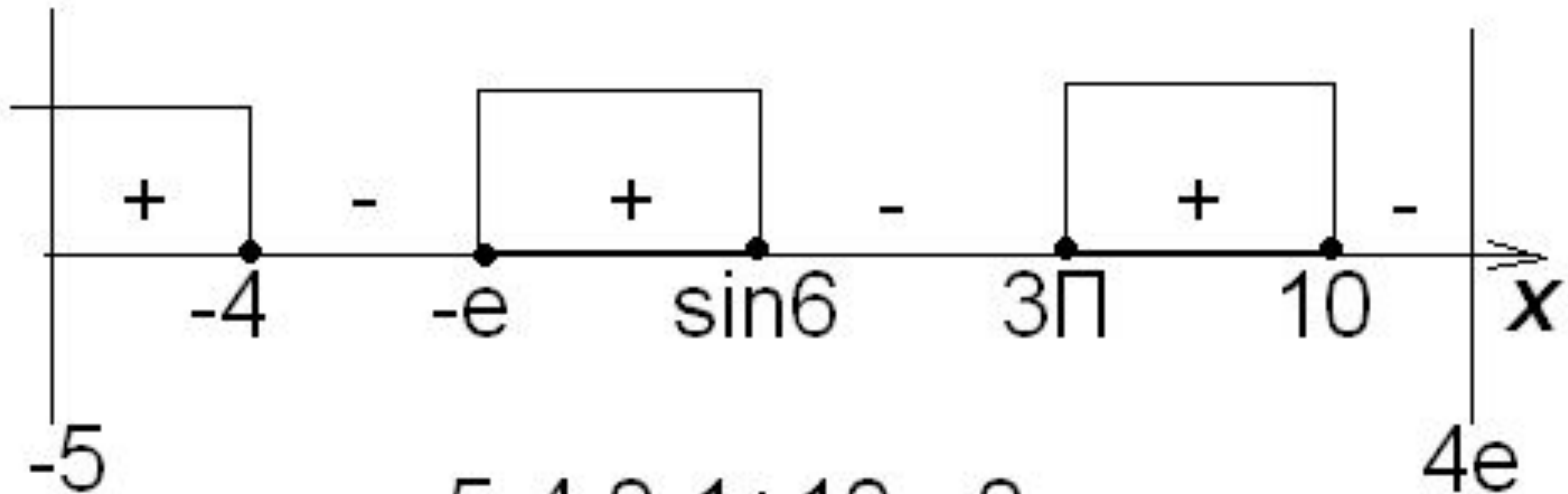
$$2x^2 - 2Cx + C^2 - 2C = 0$$

$$\frac{D}{4} = C^2 - 2C^2 + 4C = C^2 - 4C = C(C-4) = 0$$

$$x + y = C_{\max} = 4$$

Сумма целых решений неравенства $(x - \sin 6)(x+e)(x-3\pi)(x+4)(10-x) \geq 0$ на промежутке $x \in [-5; 4e)$ равна

$\boxed{1}$ -2 $\boxed{2}$ 9 $\boxed{3}$ 11 $\boxed{4}$ -1 $\boxed{5}$ 23



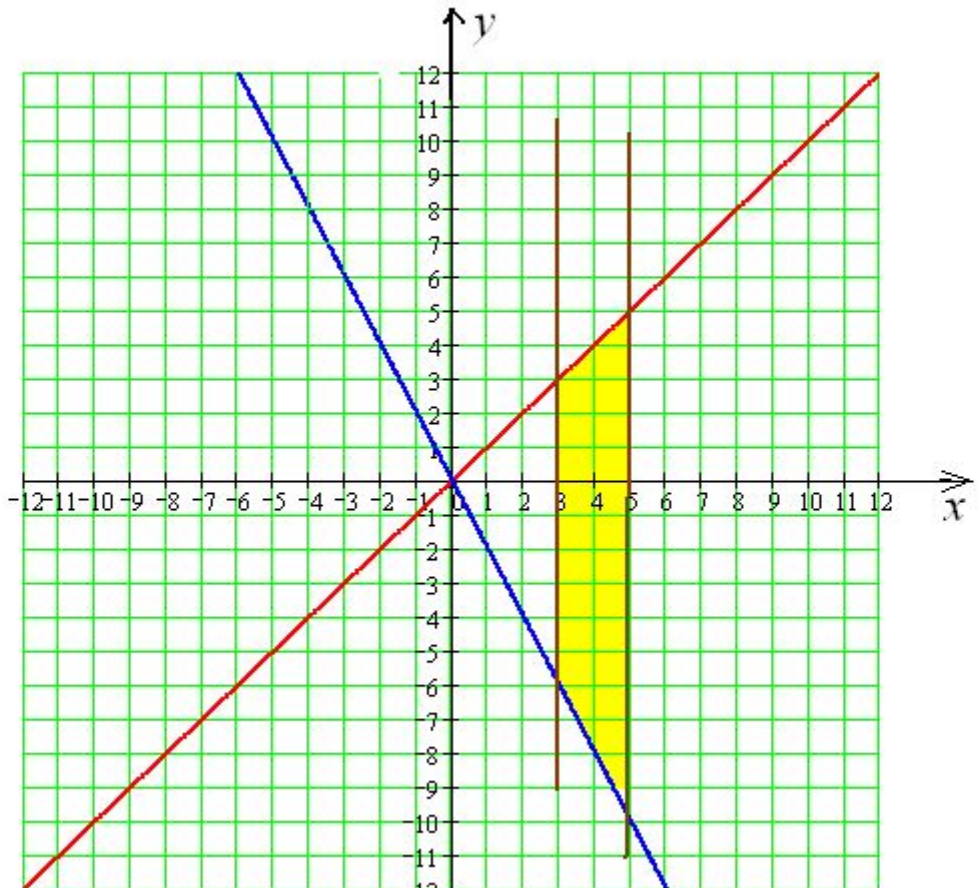
-5-4-2-1+10=-2

Площадь фигуры на плоскости (x, y), задаваемой условиями $y^2 + xy \le 2x^2$ и $x^2 - 8x + 15 \le 0$, равна

$\boxed{1}$ 20 $\boxed{2}$ 12 $\boxed{3}$ 24 $\boxed{4}$ 25 $\boxed{5}$ 3,5

$$\begin{cases} y^2 + xy - 2x^2 \le 0 \\ (x-3)(x-5) \le 0 \end{cases}$$

$$S = \frac{9+15}{2} \cdot 2 = 24$$



Уравнение $2^a \cdot 3^{|x|} = 31 + \cos x + |x|$ имеет нечетное количество корней при a равном

$\boxed{1}$ ни при каких a $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 5

Поскольку при замене x на −x уравнение не меняет вида, корни будут симметричны относительно 0, следовательно нечетное их количество будет лишь в случае когда x=0 также является корнем данного уравнения.

$$2^a \cdot 3^0 = 31 + \cos 0 + 0$$

$$2^a = 32$$

$$a = 5$$

Найдите количество различных действительных корней уравнения $f(x) = g(x)$, если $f(g(x)) = x$ и $f(x) = x^3 - 1,5x^2 + x + 0,5$

$\boxed{1}$ 0 $\boxed{2}$ 1 $\boxed{3}$ 2 $\boxed{4}$ 3 $\boxed{5}$ больше 3

$f(x) = x^3 - 1,5x^2 + x + 0,5$

Т.к. функция $f(x) = x^3 - 1,5x^2 + x + 0,5$ монотонна на всей числовой прямой ($y' = 3x^2 - 3x + 1,\ y' > 0$), то функция имеет обратную к ней.

Т.к. графики взаимнообратных функций симметричны относительно прямой $y = x$, то общие точки могут находиться только на этой прямой, следовательно, уравнение $f(x) = g(x)$ равносильно уравнению $f(x) = x$.

Решая данное уравнение, графически получаем, что оно имеет ровно 2 корня.

$f(x) = x$

$x^3 - 1,5x^2 + x + 0,5 = x$

$x^3 - 1,5x^2 + 0,5 = 0$

Построим график функции $y = x^3 - 1,5x^2 + 0,5$

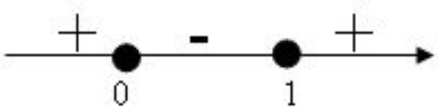
$y'(x) = 3x^2 - 3x$

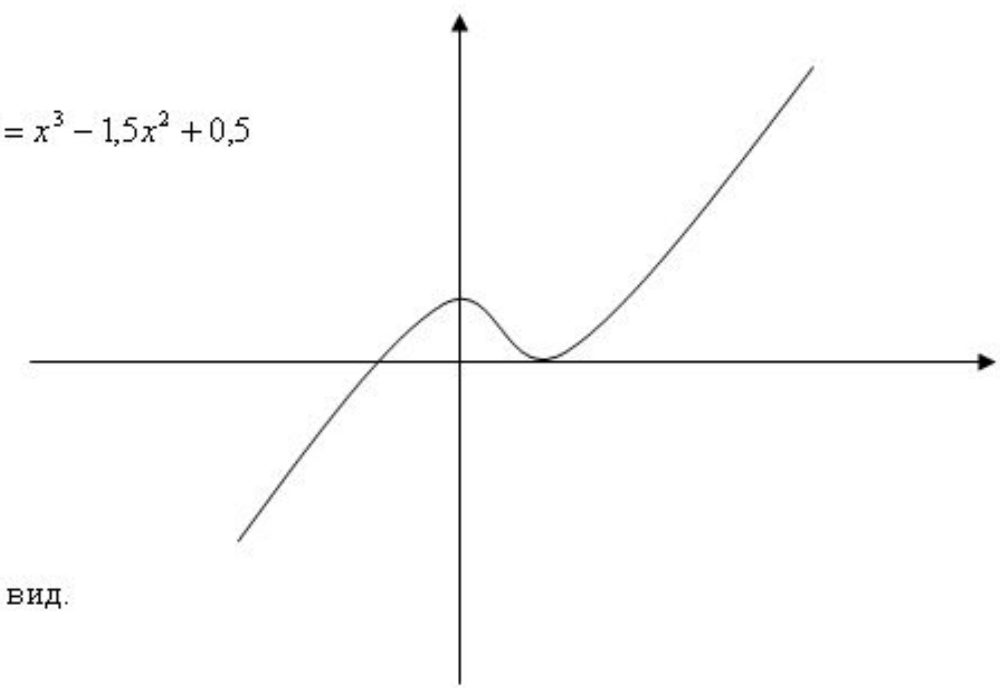
$3x^2 - 3x = 0$

$x = 0,\ x = 1$

$y(0) = 0,5$

$y(1) = 0$





Таким образом, график имеет вид.
Уравнение имеет 2 корня.

Числа $a = \log_5 11$, $b = 1{,}5$ и $c = \log_2 3$ удовлетворяют соотношению

1	$a < b < c$	**2**	$a < c < b$	**3**	$b < a < c$
4	$b > a > c$	**5**	$a > c > b$		

Сравним a, b и c:

$$a \vee b \;\Rightarrow\; \log_5 11 \vee \frac{3}{2} \;\Rightarrow\; 2\log_5 11 \vee 3 \;\Rightarrow\; \log_5 121 < 3 = \log_5 125, \text{ т.е. } a < b;$$

$$b \vee c \;\Rightarrow\; \frac{3}{2} \vee \log_2 3 \;\Rightarrow\; 3 \vee 2\log_2 3 \;\Rightarrow\; 3 = \log_2 8 < \log_2 3^2, \text{ т.е. } b < c \;\Rightarrow\; a < b < c.$$

Укажите множество значений функции $y = 3\sin(x-\alpha) + 4\cos(x-\alpha)$ на отрезке $x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{2}{3}\pi]$ при $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$

$\boxed{1}$ $[\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}]$ $\boxed{2}$ $[\frac{5}{2}; 5]$ $\boxed{3}$ $[-7; 7]$ $\boxed{4}$ $[-\frac{7}{2}; \frac{7\sqrt{3}}{2}]$ $\boxed{5}$ $[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$

$$\alpha = arctg\frac{4}{3} = \arcsin\frac{4}{5} = \arccos\frac{3}{5}$$

$$y = 3\sin(x-\alpha) + 4\cos(x-\alpha) = 5(\frac{3}{5}\sin(x-\alpha) + \frac{4}{5}\cos(x-\alpha)) =$$
$$= 5(\cos\alpha\sin(x-\alpha) + \sin\alpha\cos(x-\alpha)) = 5\sin x$$

$$x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}] \Rightarrow \sin x \in [\frac{1}{2}; 1] \Rightarrow 5\sin x \in [\frac{5}{2}; 5]$$

Уравнение $|2x + a - 2| = |x - 2a - 5|$ имеет два различных корня, равноудаленных от $x = 1$ при a равном

$\boxed{1}$ 1 $\quad$ $\boxed{2}$ -1 $\quad$ $\boxed{3}$ 2 $\quad$ $\boxed{4}$ 4 $\quad$ $\boxed{5}$ 5

1) $2x + a - 2 = x - 2a - 5$

$x_1 = -3a - 3$

2) $2x + a - 2 = -x + 2a + 5$

$$x_2 = \frac{a+7}{3}$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 1 \Rightarrow 2 = -3a - 3 + \frac{a+7}{3} \Rightarrow a = -1$$

Сумма корней уравнения $(x)^{\frac{x+\log_2 12}{\log_2 x}} = 4^x + 32$ равна

$\boxed{1}$ 25	$\boxed{2}$ 2	$\boxed{3}$ 3	$\boxed{4}$ 16	$\boxed{5}$ 5

$$\left(x^{\frac{1}{\log_2 x}}\right)^{x+\log_2 12} = \left(x^{\log_x 2}\right)^{x+\log_2 12} = 2^x \cdot 2^{\log_2 12} = 12 \cdot 2^x$$

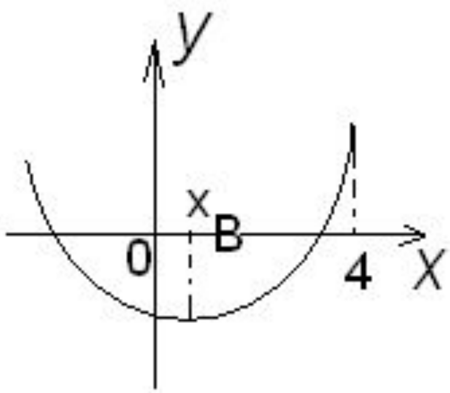
$$(2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$$

$$2^x = 4 \quad 2^x = 8$$

$$x = 2 \qquad x = 3$$

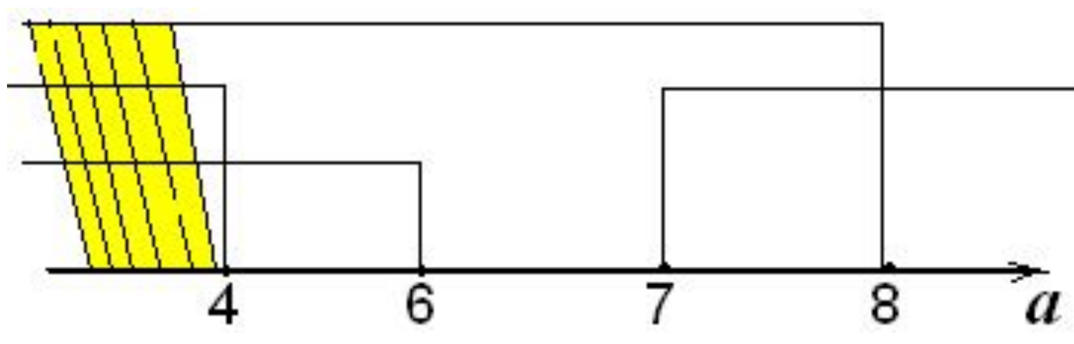
Указать все a, при которых больший корень уравнения $x^2-(2a-4)x+a^2-3a-4=0$ меньше 4.

$\boxed{1}$ таких a нет $\boxed{2}$ $a>2$ $\boxed{3}$ $a>\frac{1}{4}$ $\boxed{4}$ $a<4$ $\boxed{5}$ $5<a<6$



$$\begin{cases} \frac{D}{4}\ge 0 \\ -\frac{b}{2a}<4 \\ f(4)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-2)^2-a^2+3a+4\ge 0 \\ a-2<4 \\ 16-4(2a-4)+a^2-3a-4>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+8\ge 0 \\ a<6 \\ a^2-11a+28>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\le 8 \\ a<6 \\ (a-4)(a-7)>0 \end{cases}$$



Система уравнений $\begin{cases} \sin(x+y)=0 \\ x^2+y^2=a^2 \end{cases}$ имеет меньше четырех решений при всех положительных значениях параметра a, принадлежащих множеству

$\boxed{1}$ таких a нет $\boxed{2}$ $(0;\pi)$ $\boxed{3}$ $(\frac{\pi}{2};\sqrt{2}\pi)$ $\boxed{4}$ $(\frac{\pi}{\sqrt{2}};+\infty)$ $\boxed{5}$ $(0;\frac{\pi}{\sqrt{2}})$

$$x+y=\pi n$$

$$y=-x+\pi n$$

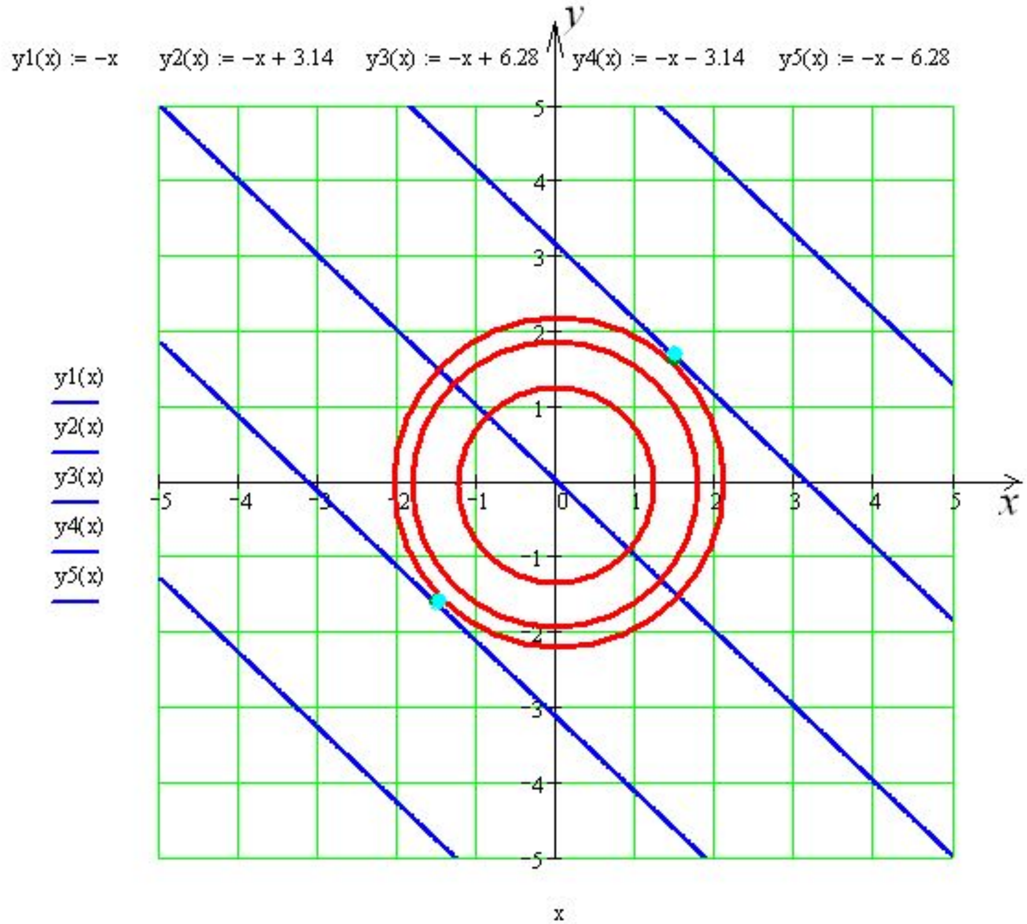
$$x^2+(-x+\pi)^2-a^2=0$$

$$2x^2-2\pi x+\pi^2-a^2=0$$

$$\frac{D}{4}=\pi^2-2(\pi^2-a^2)=-\pi^2+2a^2=0$$

$$a^2=\frac{\pi^2}{2}$$

$\boxed{5}$ $(0;\frac{\pi}{\sqrt{2}})$



Произведение корней уравнения $x^{\log_4 7} = 49 \cdot 8^{\log_x 4}$ равно

$\boxed{1}$ 49 $\boxed{2}$ 16 $\boxed{3}$ 36 $\boxed{4}$ 25 $\boxed{5}$ $\log_7 4$

$$\log_4 x^{\log_4 7} = \log_4(49 \cdot 8^{\log_x 4})$$

$$\log_4 7 \cdot \log_4 x = \log_4 49 + \log_x 4 \cdot \log_4 8 \quad |\bullet\ \log_7 4 \cdot \log_4 x$$

$$\log_4^2 x - 2\log_4 x - \log_4 8 = 0$$

$$\log_4(x_1 \cdot x_2) = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 16$$

Сумма всех различных целочисленных значений a, при которых уравнение $(x-a)^2 = 196\sin(\arcsin x)$ имеет единственный корень, равна

$\boxed{1}$ 29 $\boxed{2}$ 25 $\boxed{3}$ 21 $\boxed{4}$ 17 $\boxed{5}$ 13

$$\sin(\arcsin x) = x, \ |x| \le 1$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 196x \quad (x \ge 0 \text{ по смыслу})$$

$$f(x) = x^2 - 2(a+98)x + a^2 = 0$$

Поскольку корень уравнения $0 \le x \le 1$

$$\begin{cases} f(0)\cdot f(1) \le 0 \\ \dfrac{D}{4} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2\cdot(a^2 - 2a - 195) \le 0 \\ (a+98)^2 - a^2 \ge 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2\cdot(a+13)(a-15) \le 0 \\ 98(2a+98) \ge 0 \end{cases}$$

$$a \in [-13;15]$$

$$\sum a = -13 - 12 - 11 ... + 13 + 14 + 15 = 29$$