

**Складена
функція.
Її похідна**

Яку функцію називають складеною?

Аргументом якої є також
функція.

$$f(x) \longrightarrow f(g(x))$$

Зовнішня
функція

Внутрішня
функція

Виконайте усно

Укажіть $f(g(x))$, якщо:

а) $f(x) = x^3$ і $g(x) = \operatorname{tg}x$;

б) $f(x) = \operatorname{tg}x$ і $g(x) = x^3$;

в) $f(x) = 2x - 1$ і $g(x) = \operatorname{ctg}x$;

г) $f(x) = \operatorname{ctg}x$ і $g(x) = 2x - 1$.

$$\text{а) } f(g(x)) = (\operatorname{tg}x)^3$$

$$\text{б) } f(g(x)) = \operatorname{tg}(x^3)$$

$$\text{в) } f(g(x)) = 2\operatorname{ctg}x - 1$$

$$\text{г) } f(g(x)) = \operatorname{ctg}(2x - 1)$$

Укажіть $f(x)$ і $g(x)$, якщо:

а) $f(g(x)) = \sin(x^2 - 5)$;

б) $f(g(x)) = \sqrt{1 - x^3}$;

в) $f(g(x)) = (\operatorname{tg}x + 1)^5$.

а) $f(g(x)) = \sin(x^2 - 5)$

$$f(x) = \sin x \quad g(x) = x^2 - 5$$

б) $f(g(x)) = \sqrt{1 - x^3}$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = 1 - x^3$$

в) $f(g(x)) = (\operatorname{tg}x + 1)^5$

$$f(x) = x^5 \quad g(x) = \operatorname{tg}x + 1$$

Як знайти похідну складеної функції?

Слід перемножити похідну зовнішньої та похідну внутрішньої функції.

Сторінка 73, приклад! Самостійно!

Знайдіть похідну функції (318–324).

318. а) $y = (x + 3)^{20}$; б) $y = (2 - x)^7$; в) $y = (1 - x^3)^5$.

а) $y = (x + 3)^{20}$

$$f = u^{20} \quad f' = 20u^{19}$$

$$g = x + 3 \quad g' = 1$$

$$y' = 20(x + 3)^{19} \cdot 1$$

Знайдіть похідну функції (318–324).

318. а) $y = (x + 3)^{20}$; б) $y = (2 - x)^7$; в) $y = (1 - x^3)^5$.

$$\text{б) } y = (2 - x)^7$$

$$f = u^7 \quad f' = 7u^6$$

$$g = 2 - x \quad g' = -1$$

$$y' = 7(2 - x)^6 \cdot (-1)$$

$$y' = -7(2 - x)^6$$

Знайдіть похідну функції (318–324).

318. а) $y = (x + 3)^{20}$; б) $y = (2 - x)^7$; в) $y = (1 - x^3)^5$.

в) $y = (1 - x^3)^5$

$$f = u^5 \quad f' = 5u^4$$

$$g = 1 - x^3 \quad g' = -3x^2$$

$$y' = 5(1 - x^3)^4 \cdot (-3x^2)$$

$$y' = -15x^2(1 - x^3)^4$$

320. a) $y = \sin 4x$;

r) $y = \operatorname{tg} \frac{3x}{4}$;

$$y = \sin 4x$$

$$f = \sin u \quad f' = \cos u$$

$$g = 4x \quad g' = 4$$

$$y' = \cos 4x \cdot 4 = 4 \cos 4x$$

$$y = \operatorname{tg} \frac{3x}{4}$$

$$f = \operatorname{tgu} \quad f' = \frac{1}{\cos^2 u}$$

$$g = \frac{3x}{4} \quad g' = \frac{3}{4}$$

$$y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{3x}{4}} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4 \cos^2 \frac{3x}{4}}$$

Знайди похідну складеної функції:

$$1) f(x) = \sin 4x; \quad 2) f(x) = (5x - 1)^4.$$

Розв'язок:

$$1) (\sin 4x)' = \cos 4x \cdot (4x)' = 4 \cos 4x;$$

$$\begin{aligned} 2) \left((5x - 1)^4 \right)' &= 4(5x - 1)^3 \cdot (5x - 1)' \\ &= 4(5x - 1)^3 \cdot 5 = 20(5x - 1)^3. \end{aligned}$$

САМОСТІЙНО

Знайти похідну складеної функції

$$y = (3x^3 - 1)^5.$$

$$\begin{aligned} y = (3x^3 - 1)^5 & \text{ — складена функція } y = u^5, \text{ де } u = 3x^3 - 1, \text{ тоді} \\ y'_x &= y'_u \cdot u'_x, \cdot y' = (u^5)' \cdot (3x^3 - 1)' = 5u^4 \cdot 9x = 5(3x^3 - 1)^4 \cdot 9x = \\ &= 45x(3x^3 - 1)^4. \end{aligned}$$

Домашня робота

Знайти похідну функції

а) $y = 5(1 - 2x)^7$;

б) $y = (3 + x^2)^9$;

в) $y = (2x + 1)^5$.

а) $y = \sin 4x$;

б) $y = \operatorname{ctg} 2x$;

в) $y = \operatorname{tg} 3x$;

г) $y = \operatorname{tg} \frac{3x}{4}$;

г) $y = \sin \frac{x}{3}$;

д) $y = \cos \frac{2x}{3}$.