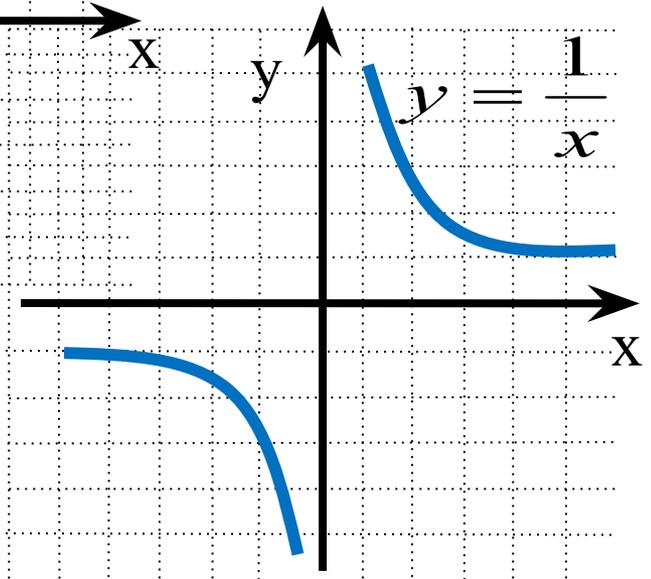
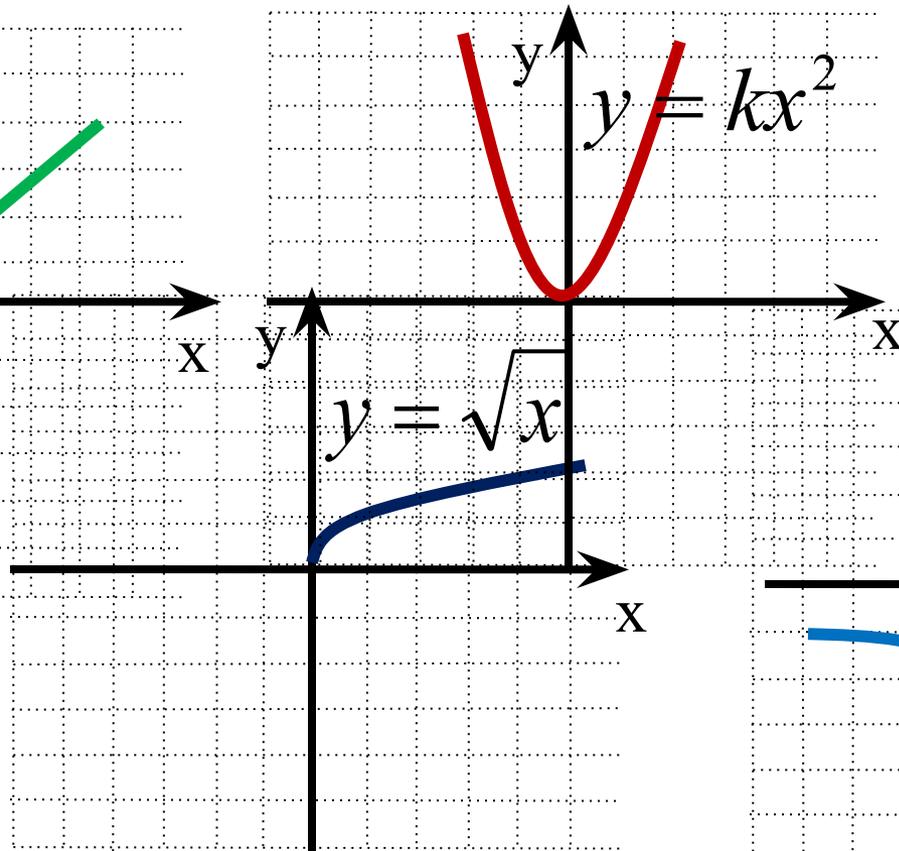
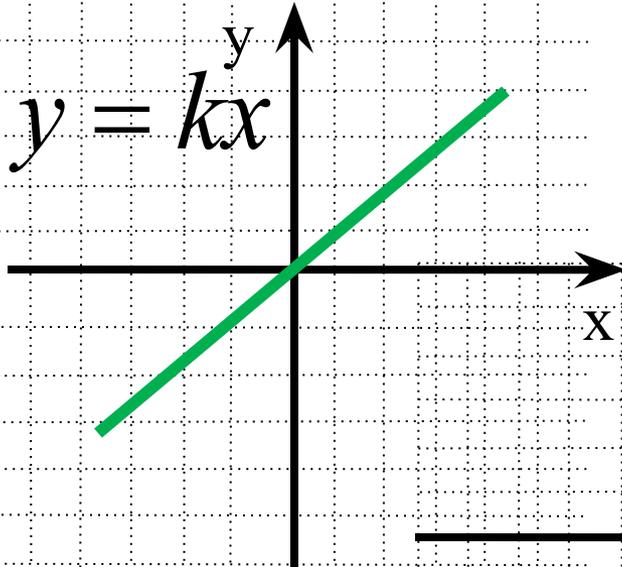


# *Исследование функций на монотонность.*



**Постройте при  $k > 0$  графики  
следующих функций:**

$$y = kx \quad y = \sqrt{x} \quad y = kx^2 \quad y = \frac{1}{x}$$



## **Свойства числовых неравенств.**

**Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ .**

**Если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$ .**

**Если  $a > b$  и  $t > 0$ , то  $at > bt$ ;  
если  $a > b$  и  $t < 0$ , то  $at < bt$ .**

**Если  $a > b$  и  $c > d$ , то  $a + c > b + d$ .**

**Если  $a, b, c, d$  – положительные числа и  
 $a > b, c > d$ , то  $ac > bd$ .**

**Если  $a$  и  $b$  – неотрицательные  
числа и  $a > b$ , то  $a^n > b^n$ , где  
 $n$  – любое натуральное число.**

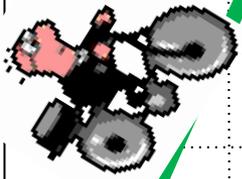
y



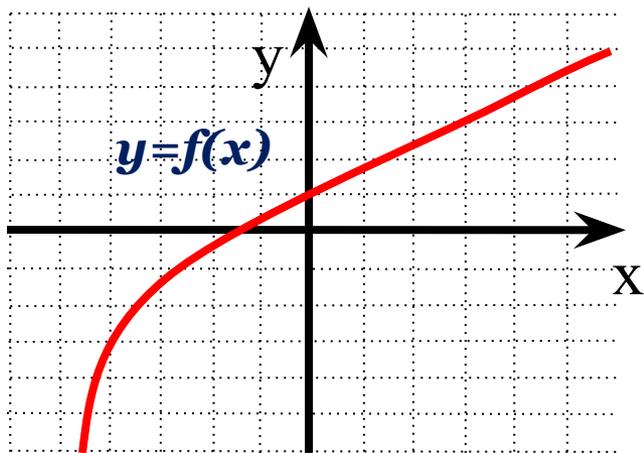
возрастает

убывает

возрастает

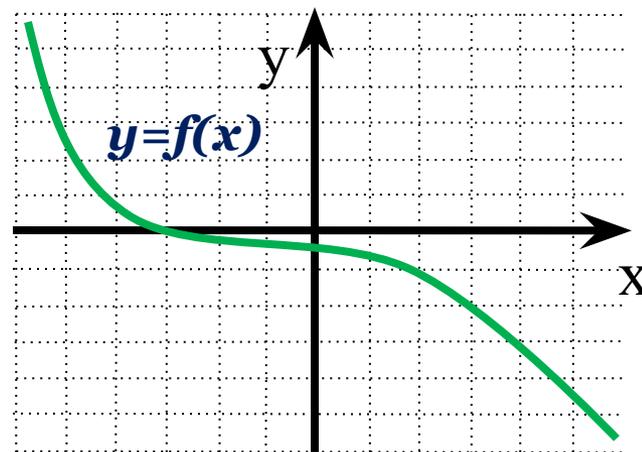


**По графикам определите какая перед вами функция: возрастающая или убывающая.**



**$y=f(x)$  – возрастающая функция**

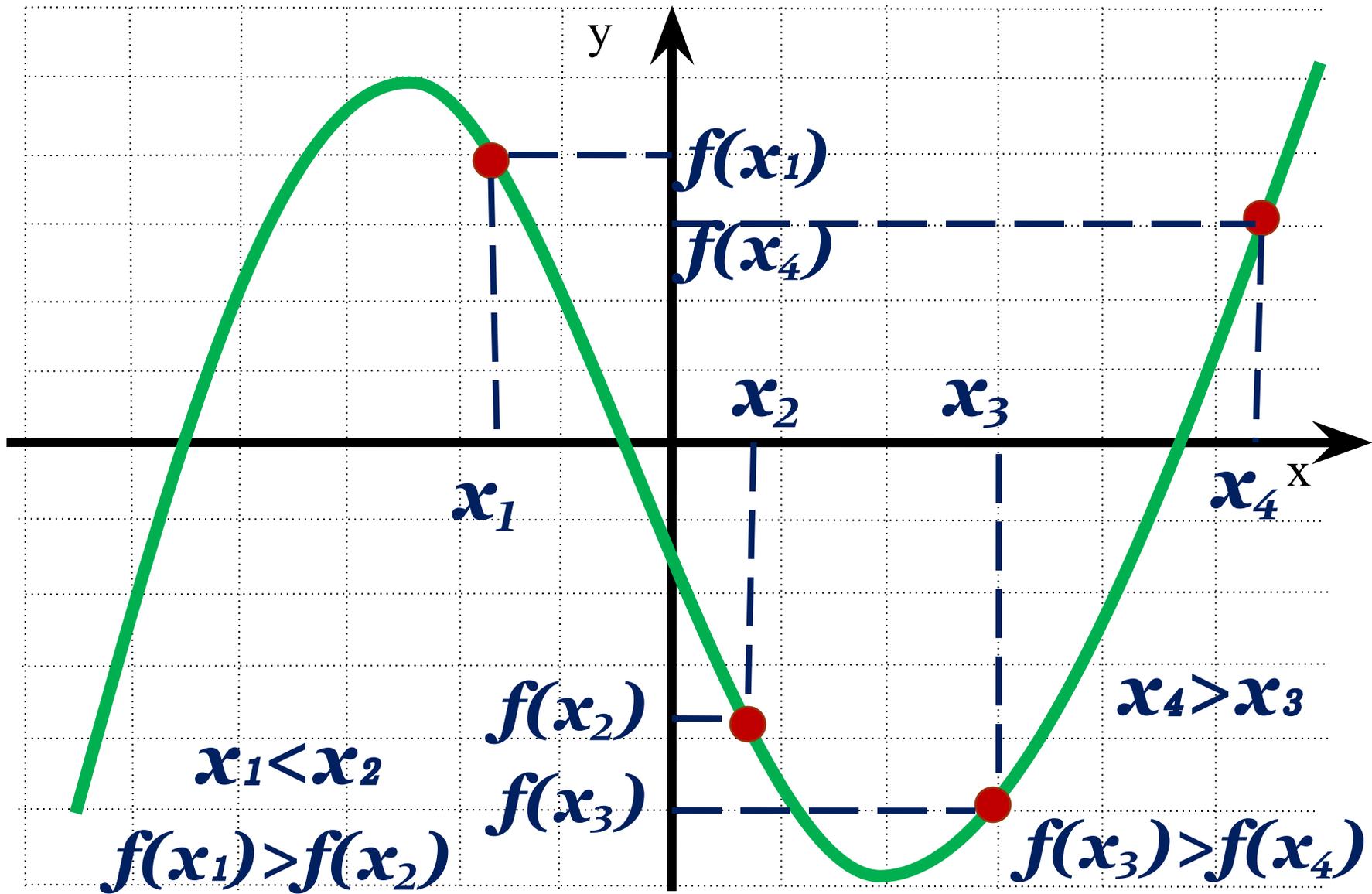
**$y=f(x)$  – убывающая функция**



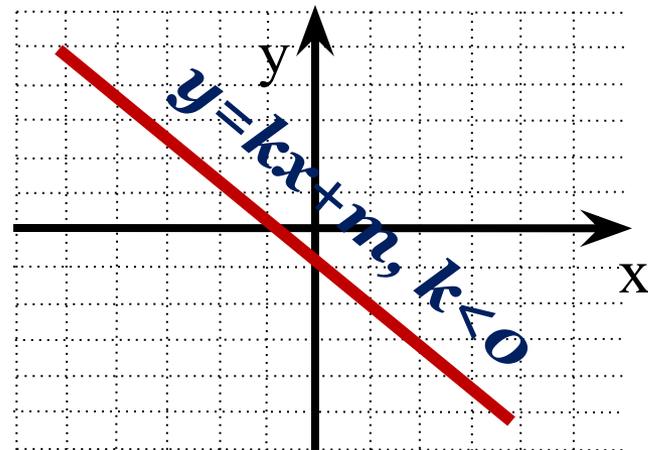
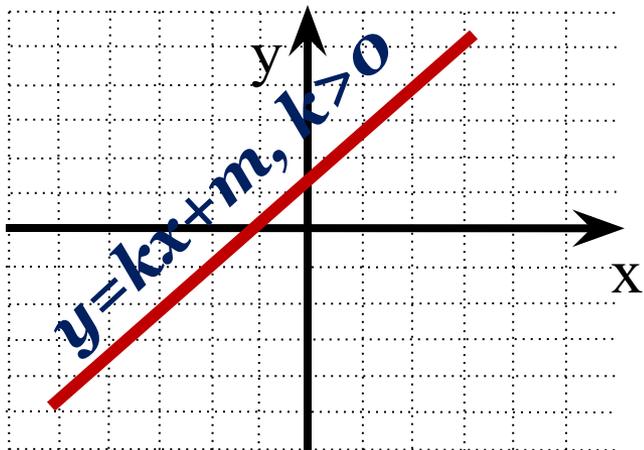
## Определения понятий возрастания и убывания функций.

**Определение 1.** Функцию  $y=f(x)$  называют **функцией возрастающей** на промежутке  $X$ , если из **аргумента** соответствует **большее значение** неравенства  $x_1 < x_2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  - любые точки из **промежутка  $X$** , следует неравенство  $f(x_1) < f(x_2)$ .

**Определение 1.** Функцию  $y=f(x)$  называют **функцией убывающей** на промежутке  $X$ , если из **аргумента** соответствует **меньшее значение** неравенства  $x_1 < x_2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  - любые точки из **промежутка  $X$** , следует неравенство  $f(x_1) > f(x_2)$ .



# Линейная функция $y=kx+t$ .



Если  $k>0$ , то функция возрастает на всей числовой прямой.

Если  $k<0$ , то функция убывает на всей числовой прямой.

## **Доказательство:**

Пусть  $f(x)=kx+m$ .

Если  $x_1 < x_2$  и  $k > 0$ , то  $kx_1 < kx_2$  (свойство 3).

Если  $kx_1 < kx_2$ , то  $kx_1+m < kx_2+m$  (свойство 2).

Значит  $f(x_1) < f(x_2)$ .

Из неравенства  $x_1 < x_2$  следует, что  $f(x_1) < f(x_2)$ .

Это означает, что функция  $f(x)=kx+m$

**возрастает.**

Если  $x_1 < x_2$  и  $k < 0$ , то  $kx_1 > kx_2$  (свойство 3).

Если  $kx_1 > kx_2$ , то  $kx_1+m > kx_2+m$  (свойство 2).

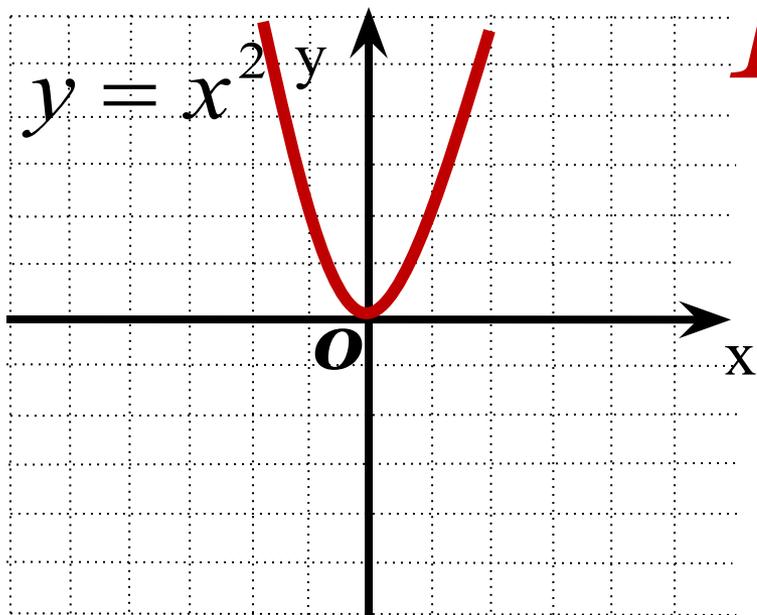
Значит  $f(x_1) > f(x_2)$ .

Из неравенства  $x_1 < x_2$  следует, что  $f(x_1) > f(x_2)$ .

Это означает, что функция  $f(x)=kx+m$

**убывает.**

# Функция $y=x^2$ .



- I** 1)  $y=x^2, x \in [0, +\infty), 0 \leq x_1 < x_2$   
2)  $x_1^2 < x_2^2$  (свойство б), т.е.  
 $f(x_1) < f(x_2)$   
3)  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

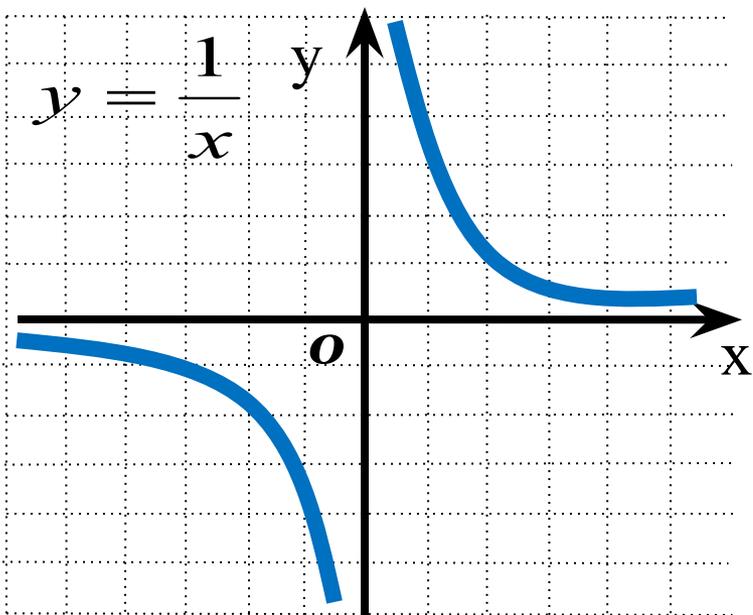
 **значит на луче**  
 **$[0, +\infty)$  функция возрастает.**

- II** 1)  $y=x^2, x \in (-\infty; 0], x_1 < x_2 \leq 0$

2)  $x_1 < x_2$ , тогда  $-x_1 > -x_2$  (свойство 3)  
 $(-x_1)^2 > (-x_2)^2$  (свойство б), т.е.  $x_1^2 > x_2^2$ ,  
значит  $f(x_1) > f(x_2)$ .

3)  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$   **значит на луче**  
 **$(-\infty; 0]$  функция убывает.**

# Функция $y=1/x$ .



**I** 1)  $y=1/x$ ,  $x \in (0; +\infty)$ ,  $0 < x_1 < x_2$

2) Если  $x_1 < x_2$ , то  $1/x_1 > 1/x_2$ ,  
т.е.  $f(x_1) > f(x_2)$ .

3)  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



**Значит на луче**  
 **$(0; +\infty)$  функция убывает.**

**II** 1)  $y=1/x$ ,  $x \in (-\infty; 0)$ ,  $x_1 < x_2 < 0$ .

2) Если  $x_1 < x_2$ , тогда  $-x_1 > -x_2$ , поэтому  $1/-x_1 < 1/-x_2$ .

Откуда получаем  $1/x_1 > 1/x_2$ , т.е.  $f(x_1) > f(x_2)$ .

3)  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



**Значит на луче**  
 **$(-\infty; 0)$  функция убывает.**

**Термины**  
**«возрастающая**  
**функция»,**  
**«убывающая**  
**функция»**  
**объединяют**  
**общим названием**  
**монотонная**  
**функция.**

**Исследование**  
**функции на**  
**возрастание и**  
**убывание называют**  
**исследование**  
**функции на**  
**монотонность.**

## Исследовать на монотонность

I вариант

1.  $f(x) = 2x + 3$

2.  $f(x) = 2x^2 \quad (x > 0)$

3.  $f(x) = \frac{2}{x}$

4.  $f(x) = \sqrt{x}$

II вариант

1.  $f(x) = 5 - 4x$

2.  $f(x) = -x^2 \quad (x > 0)$

3.  $f(x) = \frac{-3}{x}$

4.  $f(x) = -\sqrt{x}$

# Домашнее задание

1. №32.6 в,г
2. №32.7 в,г
3. №32.8 в,г
4. №32.9 б,г