ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Вопросы для повторения:

1. Дайте определение функции $y = \arcsin x$.Назовите ее область определения и область значения
2. Чему равен $arrc\sin(-x)$?
3. Сформулируйте определение арккосинуса числа.
4. Чему равен $arcc\cos(-x)$?
5. Дайте определение функции $y = arctgx$. Назовите область определения и область значения этой функции.
6. Чему равен $arctg(-x)$?
7. Дайте определение арккотангенса числа.
8. Чему равен ?

$$arcctg(-x)$$

Если не получается,смотри презентацию обратные тр.функции

Задание-1:

запишите в тетрадь,вычислите и проверьте себя на следующем слайде:

а) $\arccos\frac{1}{2}$	б) $arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$	в) $\arccos 1$	г) $\arccos(-1)$
д) $\arccos 0$	е) $-3arccos0$	ж) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$	з) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$
и) $2\arccos\frac{1}{2}$	к) $arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	л) $\arccos\frac{1}{2}$ - $arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$	м) $\arccos(-1)+$ $\arccos 0$
н) $\arccos(-\frac{1}{2})$	о) $arccos\left(sin\frac{\pi}{6}\right)$	п) $tg(arccos\frac{\sqrt{3}}{2})$	р) $ctg(\arccos 0)$

Проверь:

а) $\frac{\pi}{3}$	б) $\frac{\pi}{6}$	в) 0	г) π
д) $\frac{\pi}{2}$	е) $-\frac{3\pi}{2}$	ж) $\frac{5\pi}{6}$	з) $\frac{\pi}{4}$
и) $2\frac{\pi}{3}$	к) $\frac{3\pi}{4}$	л) $\frac{\pi}{6}$	м) $\frac{3}{2}\pi$
н) $\frac{2\pi}{3}$	о) $\frac{\pi}{3}$	п) $\frac{1}{\sqrt{3}}$	р) 0

1. Основные определения:

- Тригонометрическим уравнением называется уравнение, в котором переменная величина находится под знаком тригонометрической функции.
- Простейшими тригонометрическими уравнениями называются уравнения вида: $\sin x = m, |m| \le 1$; $\cos x = m, |m| \le 1$;

  $\operatorname{tg} x = m$, $\operatorname{ctg} x = m$, m-не ограничено.

2. Решение уравнений вида: sin x=m

$$x=(-1)^k \arcsin m+\pi k, k\in Z$$

$$1)\ \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x=(-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi k$$

$$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z$$

$$2)\ \sin 3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3x=(-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+\pi k$$

$$3x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3}+\pi k$$

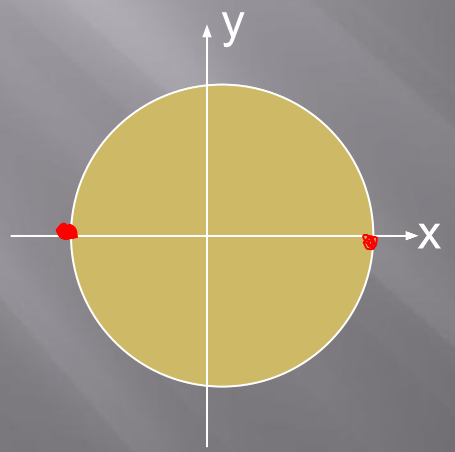
$$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{9}+\frac{\pi k}{3}, k\in Z$$

Частные случаи:

$$1)\ \sin x = 0$$

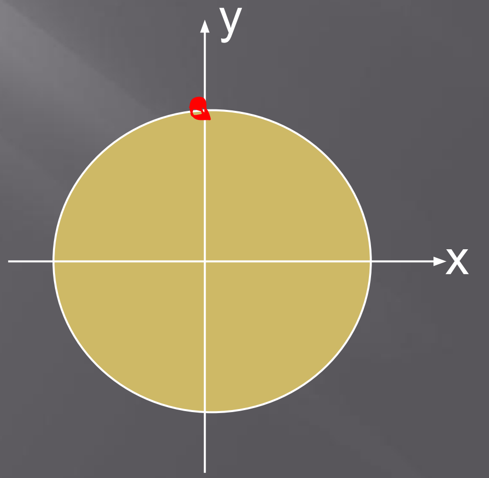
$$x = 0 + \pi k$$

$$x = \pi k, k \in Z$$



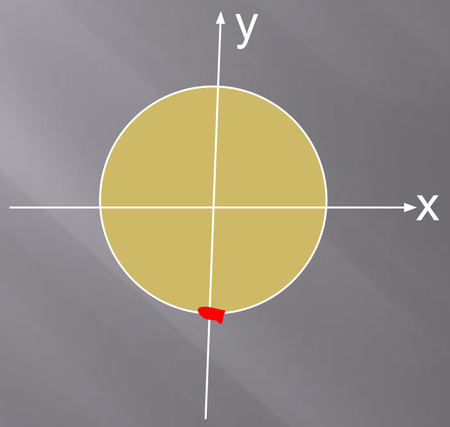
$$2)\ \sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$



$$3)\sin x=-1$$

$$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$$



$$4)\sin x=-m$$

$$x=(-1)^k \arcsin(-m)+\pi k$$

$$x=(-1)^k\cdot(-1)\arcsin m+\pi k$$

$$x=(-1)^{k+1}\arcsin m+\pi k, k\in Z$$

3.Решение уравнения вида:cos x=m

$$x = \pm \arccos m + 2\pi k, k \in Z$$

$$1)\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$$

$$2)\cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$3x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k$$

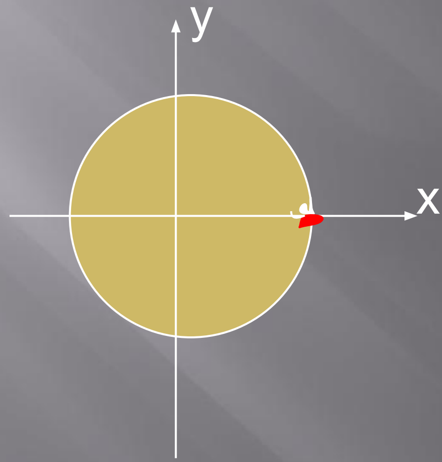
$$3x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$$

Частные случаи:

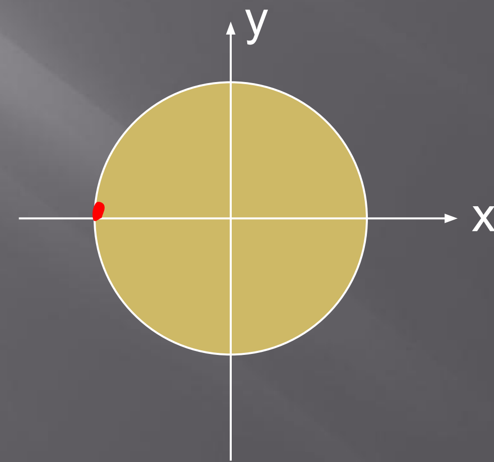
$1)\ \cos x = 1$

$x = 2\pi k, k \in Z$



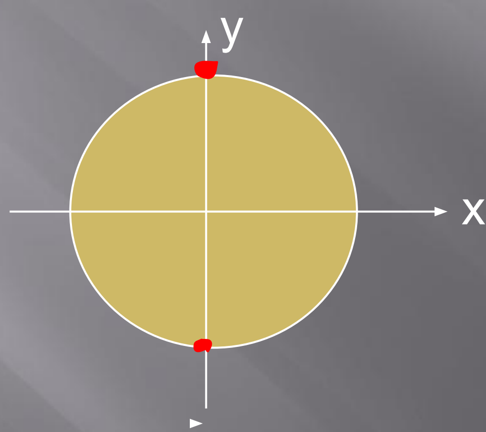
$2)\ \cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi k, k \in Z$



$$3)\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$



Пример:

$$\cos 3x = 1$$

$$3x = 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$$

4. Решение уравнений вида: tg x=m

$$x = \operatorname{arc}tgm + \pi k, k \in Z$$

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

1.cost = *a* , где |***a***| ≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)cost=0
t = π/2+πk, kЄZ

2)cost=1
t = 0+2πk, kЄZ

3)cost = -1
t = π+2πk, kЄZ

2.sint = *a*, *где* | *a* |≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = arcsin\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - arcsin\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = (-1)^k arcsin\,\boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)sint=0
t = 0+πk, kЄZ

2)sint=1
t = π/2+2πk, kЄZ

3)sint = - 1
t = - π/2+2πk, kЄZ

3. tgt = *a*, *a*ЄR

t = arctg ***a*** + πk, kЄZ

4. ctgt = *a*, *a*ЄR

t = arcctg ***a*** + πk, kЄZ

Какие из данных уравнений не имеют корней?

а)$\sin x = -0{,}44$

б)$\cos x \neq 5$

в)$\mathrm{ctg}\, x = -8$

г)$\mathrm{ctg}\, x = 0$

а)$\cos x = -0{,}33$

б)$\sin x \neq 4$

в)$\mathrm{tg}\, x = -10$

г)$\mathrm{tg}\, x = 0$

Решите и проверьте себя

1) $\mathrm{tg}2x = -1$

2) $\cos(x+\pi/3) = ½$

3) $\sin(\pi - x/3) = 0$

Решение простейших уравнений

1) **$tg2x = -1$**

$2x = arctg(-1) + \pi k,\ k \in Z$

$2x = -\pi/4 + \pi k,\ k \in Z$

$x = -\pi/8 + \pi k/2,\ k \in Z$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2,\ k \in Z$.

2) **$\cos(x+\pi/3) = ½$**

$x+\pi/3 = \pm\arccos 1/2 + 2\pi k,\ k \in Z$

$x+\pi/3 = \pm\pi/3 + 2\pi k,\ k \in Z$

$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k \in Z$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k \in Z$

3) **$\sin(\pi - x/3) = 0$**

упростим по формулам приведения

$\sin(x/3) = 0$

частный случай

$x/3 = \pi k,\ k \in Z$

$x = 3\pi k,\ k \in Z.$

Ответ: $3\pi k,\ k \in Z$.

4

$$\sin\left(4x+\frac{3\pi}{2}\right)=0$$

Примеры уравнений.

$$\sin\left(4x+\frac{3\pi}{2}\right)=0$$

Уравнение уже имеет простейший вид $t=\left(4x+\frac{3\pi}{2}\right)$, однако можно применить формулы приведения и упростить его.

$$-\cos 4x=0$$

t

$$\cos 4x=0$$

Это частный вид уравнения cos t=a

a=0

t

$$4x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

Разделим обе части на 4.

Ответ: $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

Примеры уравнений.

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

Уравнение переносом слагаемого и делением обеих частей легко сводится к простейшему.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$ **им обе части на 4.**

$$x = \pm\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Ответ: $x = \pm\dfrac{\pi}{16} + \dfrac{\pi k}{2}$

- 6

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t=\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$

Это частный вид
уравнения cos t=a
a=o

$$\frac{\pi}{3}-3x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{6}+\pi k \quad \Big| \div(-3)$$

$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$$

Ответ: $x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$

- 7

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Уравнение уже имеет простейший вид $t=\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$, **однако, можно использовать четность функции cos, применить формулы приведения и упростить его.**

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x=(-1)^k\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi k$$

$$2x=(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k \quad \Big| \div 2$$

$$x=(-1)^k\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$$

Ответ: $x=(-1)^k\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{1}{2}$$

$$-2\cos x = 0$$

$$-\sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{x}{4} = 3$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos(-x) = -1$$

$$\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1$$