

ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

§1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАРЯДОВ И ВЕЩЕСТВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА изучает поле, создаваемое неподвижными зарядами

ЗАРЯД – свойство материи

ЗАРЯДЫ

**ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ
И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ**

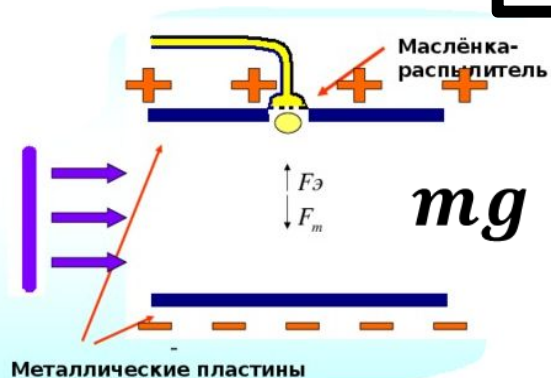
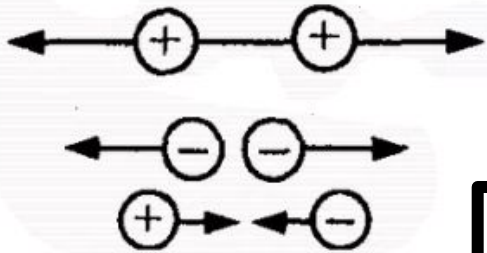
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ И КРАТНЫЕ
 $q = \pm Ne$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

**СВОБОДНЫЕ
И СВЯЗАННЫЕ**

ТОЧЕЧНЫЕ И РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ

$$mg = qE$$

Опыт Милликена



Если заряженные частицы свободны, то вещество проводит ток

ДИЭЛЕКТРИКИ (ИЗОЛЯТОРЫ)

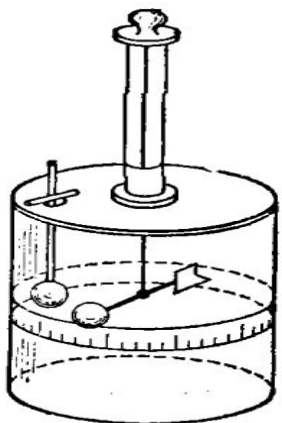
ПОЛУПРОВОДНИКИ

ПРОВОДНИКИ (Me, растворы, плазма)

Электрический заряд релятивистски инвариантен

Обнаружение зарядов – через их взаимодействие, взаимодействие

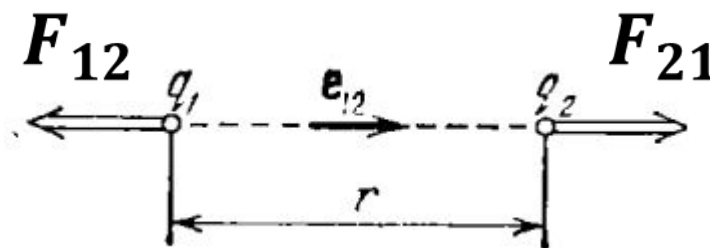
§2. ЗАКОН КУЛОНА. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЗАРЯДА



$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\mathbf{F}_{12} = -k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_{12}$$

$$\mathbf{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_{12}$$



$$\sum_{i=1}^N q_i = \text{const}$$

Закон сохранения

электрического заряда: суммарный заряд электрически изолированной системы не может изменяться

§3. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$$

$$\vec{E} \parallel \vec{F}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

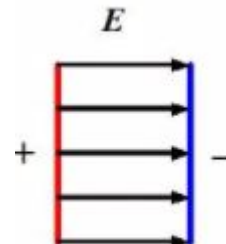
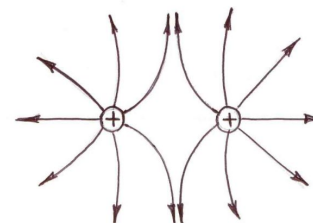
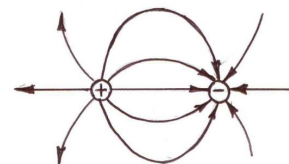
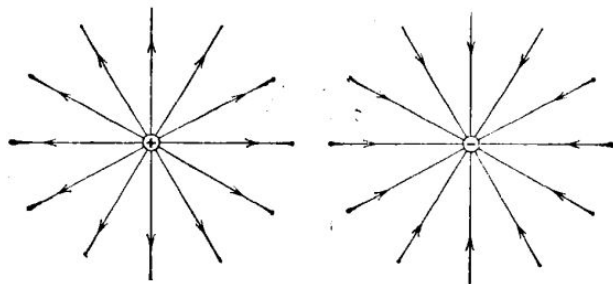
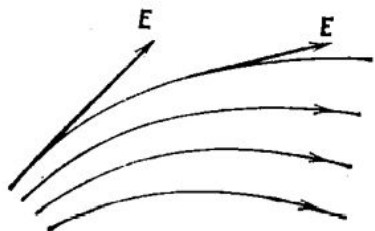
$\vec{E}$ - силовая характеристика поля

$q_{\text{пр}}$ - малый, точечный

Поле точечного заряда в СИ

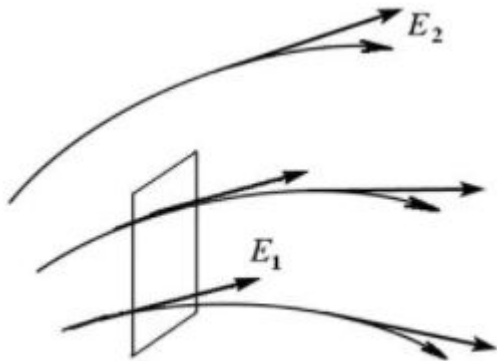
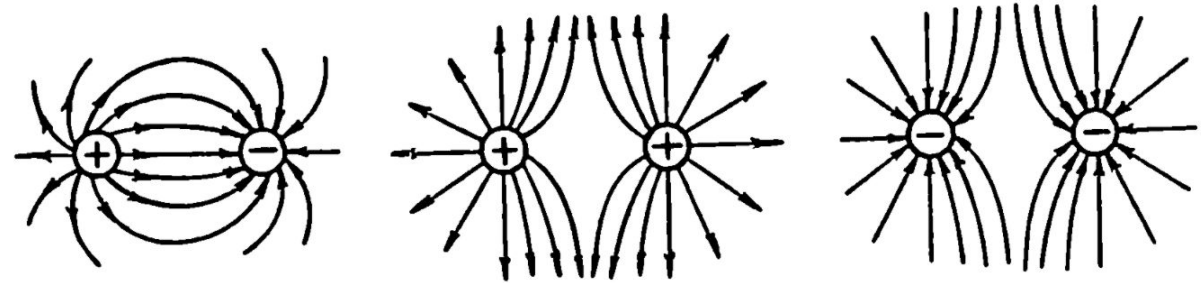
$$\vec{F} = q_{\text{пр}} \vec{E} \rightarrow \vec{F} = q \vec{E} \text{ - электрическая сила}$$

§4. СИЛОВЫЕ ЛИНИИ ПОЛЯ



Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора E , а густота линий, т. е. число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную линиям в данной точке, была бы пропорциональна модулю вектора E . Кроме того, этим линиям приписывают направление, совпадающее с направлением вектора E .

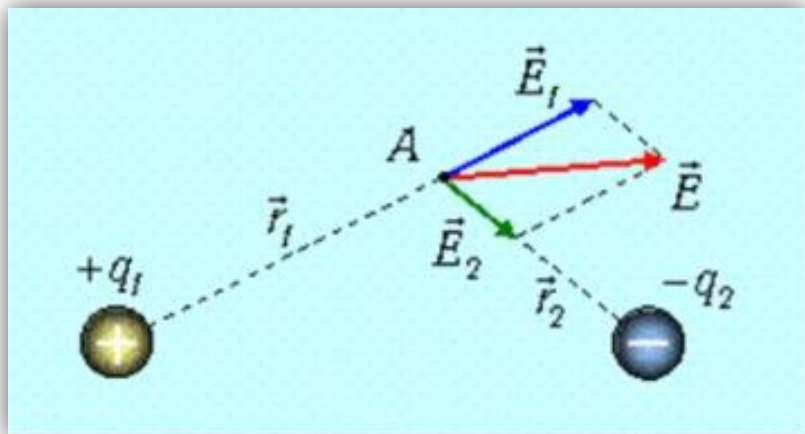
Все заряды есть источники поля – и свободные и связанные



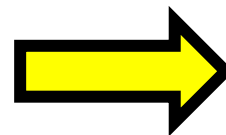
Линии электростатического поля не замкнуты, у них обязательно есть исток (или сток)

Они плавны, не имеют изломов, не разветвляются, не пересекаются

§4. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ



$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$



$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

При дискретном
распределении зарядов

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

При непрерывном
распределении зарядов

$$dq \rightarrow d\vec{E}$$

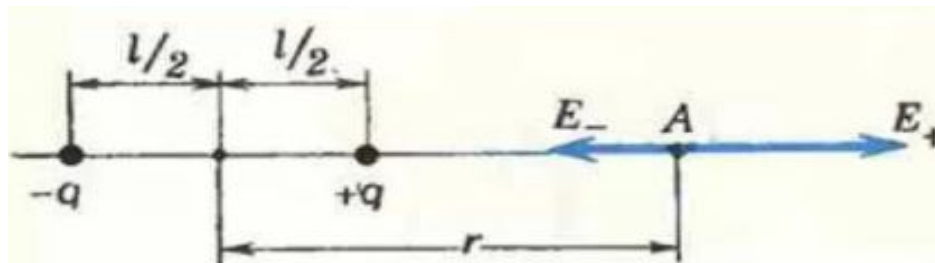
$\lambda = \frac{dq}{dl}$ - линейная плотность распределения заряда

$\sigma = \frac{dq}{dS}$ - поверхностная плотность распределения

$\rho = \frac{dq}{dV}$ - объемная плотность распределения

§5. ПОЛЕ ДИПОЛЯ

поле на оси



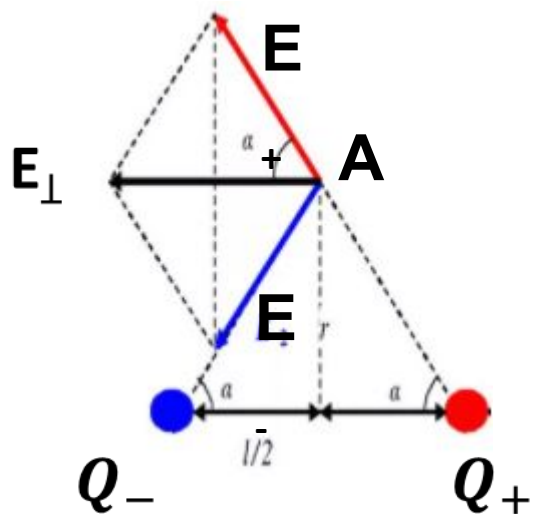
$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{(r - l/2)^2} - \frac{Q}{(r + l/2)^2} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r + l/2)^2 - (r - l/2)^2}{(r - l/2)^2 (r + l/2)^2}$$

$$E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(r + \frac{l}{2} + r - \frac{l}{2}\right) \left(r + \frac{l}{2} - r + \frac{l}{2}\right)}{r^4} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2rl}{r^4}$$

$$E_A = \frac{2Ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 r^3} = E_{\parallel}$$

$P = Ql$ — дипольный момент

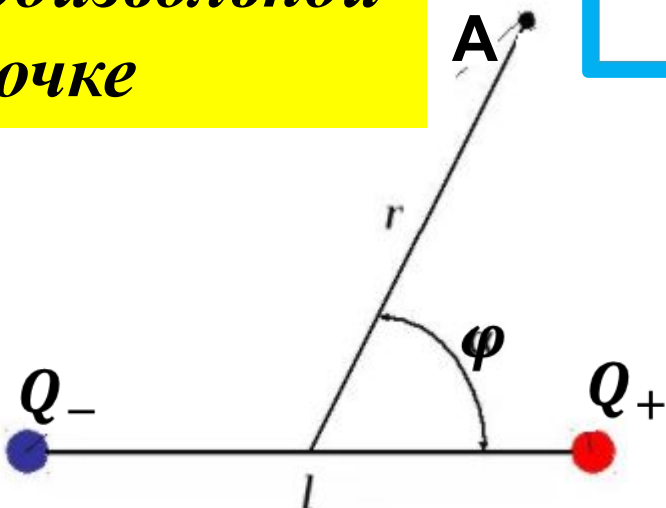
поле на перпендикуляре к оси



$$E_+ = E_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_{\perp} = 2E_+ \cos \alpha = \frac{E_+ l}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{l}{\left(r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

поле в произвольной точке



$$\frac{Q}{\epsilon_0 3\pi l} = \frac{l}{\epsilon_0 3\pi l} \frac{Q}{r^3} \approx E_{\perp}$$

убывает быстрее, чем поле точечного заряда

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3\cos^2 \varphi + 1}$$

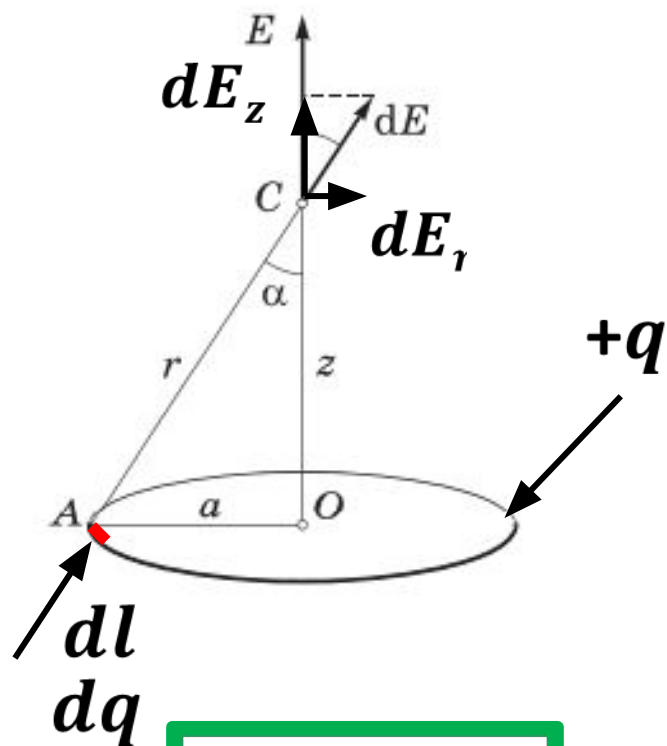
частные случаи:

$$\varphi = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

§6. ПОЛЕ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОГО КОЛЬЦА

Найти напряженность E электрического поля на оси равномерно заряженного зарядом $+q$ кольца как функцию расстояния z от его центра.



$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{q}{2\pi a}$$

$$dl \longrightarrow dq = \lambda dl$$

$$dq \longrightarrow dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(z^2 + a^2)}$$

$$\vec{E} = \int dE_z \vec{e}_z + \int dE_r \vec{e}_r \longrightarrow \vec{E} = \int dE_z \vec{e}_z$$

$$dE_z = dE \cos \alpha = dE \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}$$

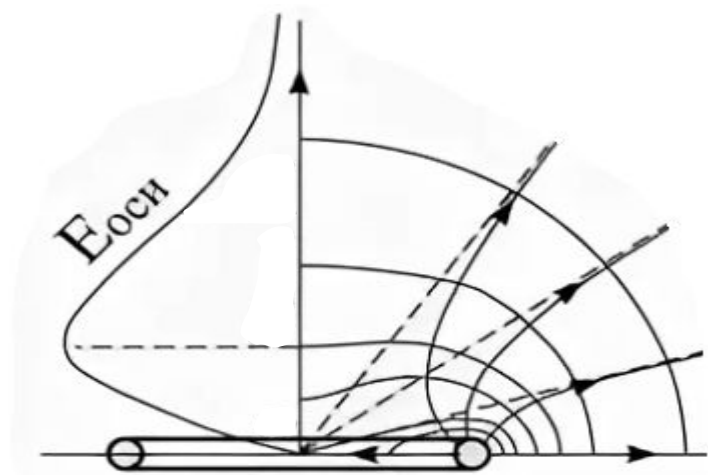
$$E = \int dE_z$$

$$E = \int_0^{2\pi a} \frac{z\lambda dl}{4\pi\epsilon_0(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z 2\pi a}{4\pi\epsilon_0(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{q}{2\pi a} = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

1) $z \rightarrow \infty \quad z \gg a \quad E \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} = \frac{A}{z^2}$ КАК ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА

2) $z \ll a \quad E \cong \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 a^3} = Az$ ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

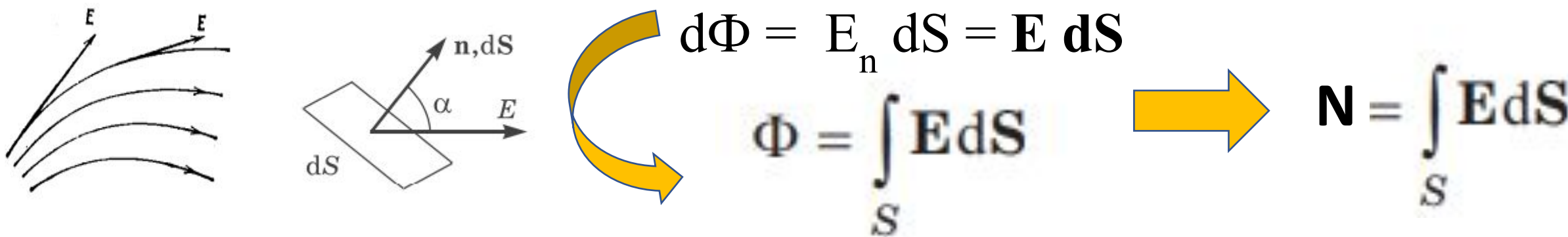


ДОЛЖЕН БЫТЬ ЭКСТРЕМУМ!

§7. ПОТОК ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ

ВЕКТОР E

Линии E проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора E , а густота линий, т. е. число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную линиям в данной точке, была бы пропорциональна модулю вектора E .


$$d\Phi = E_n dS = E dS$$
$$\Phi = \int_S \mathbf{E} dS$$
$$\mathbf{N} = \int_S \mathbf{E} dS$$

В случае замкнутой поверхности выбирается внешняя нормаль, то есть нормаль $\mathbf{n}$ направляется наружу области, охватываемой этой поверхностью

$$\Phi_a = \int_S \mathbf{a} dS = \int_S a_n dS$$

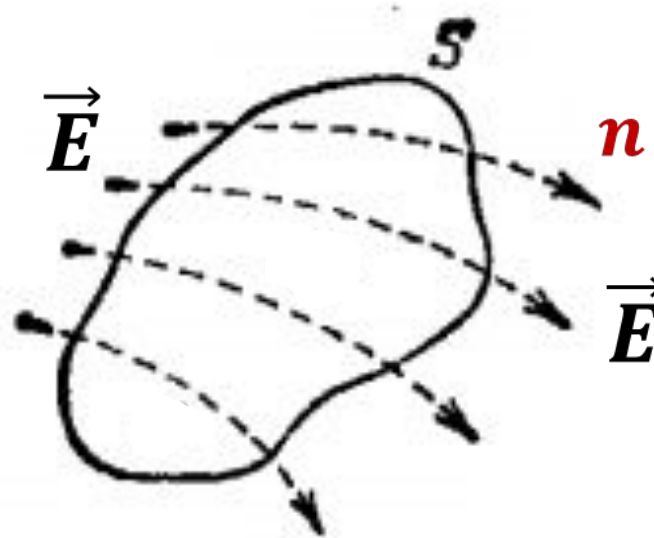
- для произвольного
векторного поля $\vec{a}$

Можно ввести

$$\oint \mathbf{E} dS$$

■ интеграл по замкнутой
поверхности

$$n < 0 \quad \phi < 0$$

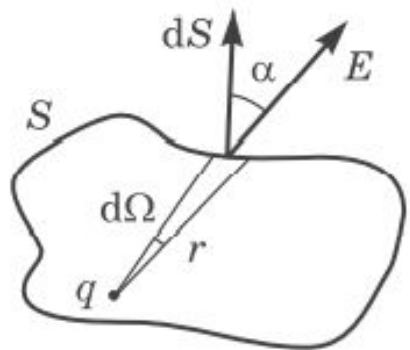


$$n > 0 \quad \phi > 0$$

§8. ТЕОРЕМА ГАУССА

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q_{\text{внутр}}$$

Поток вектора $\mathbf{E}$ сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов внутри этой поверхности, деленной на ϵ_0 .



Для точечного заряда q

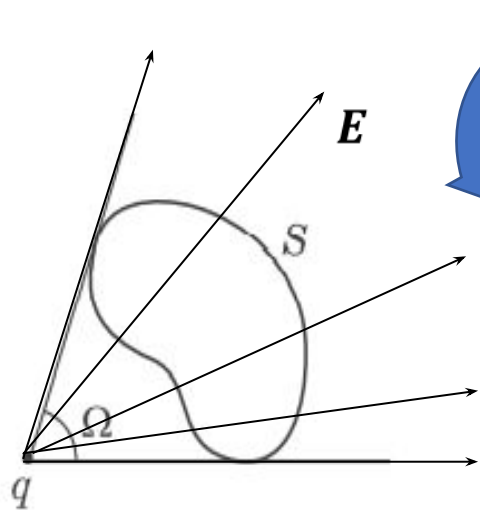
$$d\Phi = \mathbf{E} d\mathbf{S} = E dS \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dS \cos \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

$\frac{dS_n}{r^2} = d\Omega$ — телесный угол

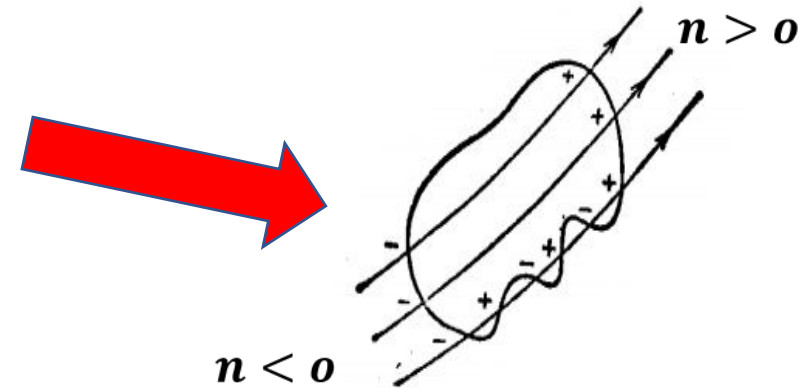
$$\Phi = N = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Для сферы вокруг точечного заряда: $\Phi_E = \oint E_n dS = ES = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

Для морщинистой поверхности:



Если заряд q расположен вне замкнутой поверхности S , то поток вектора E через нее равен нулю



Если $\Phi_E = 0$, то внутри зарядов НЕТ

Пусть зарядов **внутри** S несколько: $q_1 \ q_2 \dots q_n$ $\Rightarrow E = E_1 + E_2 + \dots$

$$\oint E dS = \oint (E_1 + E_2 + \dots) dS = \oint E_1 dS + \oint E_2 dS + \dots = \underbrace{\Phi_1}_{\frac{q_1}{\epsilon_0}} + \underbrace{\Phi_2}_{\frac{q_2}{\epsilon_0}} + \dots = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma q_i$$

$$\Phi_E = \oint_S E dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i$$

- для дискретного распределения зарядов (заряды любые – свободные и связанные, главное – внутри поверхности)

При непрерывном распределении зарядов

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

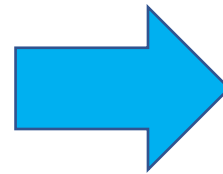


$$q_{\text{внутр}} = \int \rho dV$$



$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \oint dq = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$$

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q_{\text{внутр}}$$

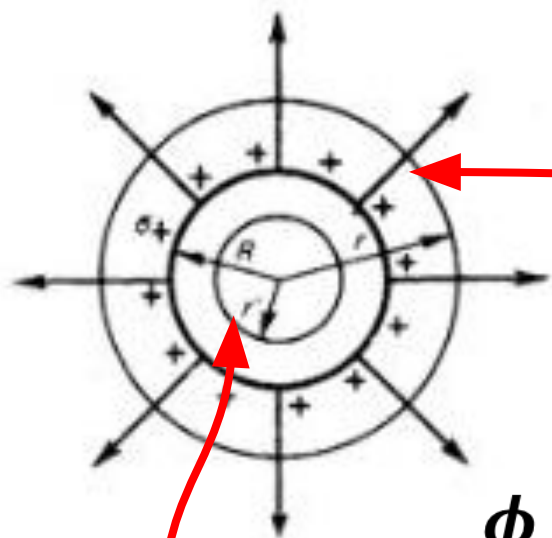


$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$$

Если передвинуть заряды внутри поверхности, то поле $\mathbf{E}$ изменится всюду, в частности, и на поверхности S , а поток вектора $\mathbf{E}$ через эту поверхность останется прежним!

§9. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ГАУССА

§9а. Поле равномерно заряженной по поверхности сферы



R q

$\sigma = \frac{dq}{dS}$ поверхностная плотность заряда

$r > R$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \oint E dS = E \cdot S_{\text{сф}} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\Phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sim \frac{1}{r^2}$$

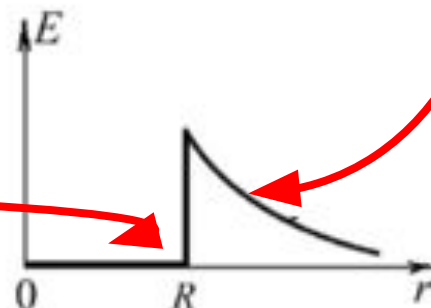
$r < R$

$q = 0$

$\Phi = 0$

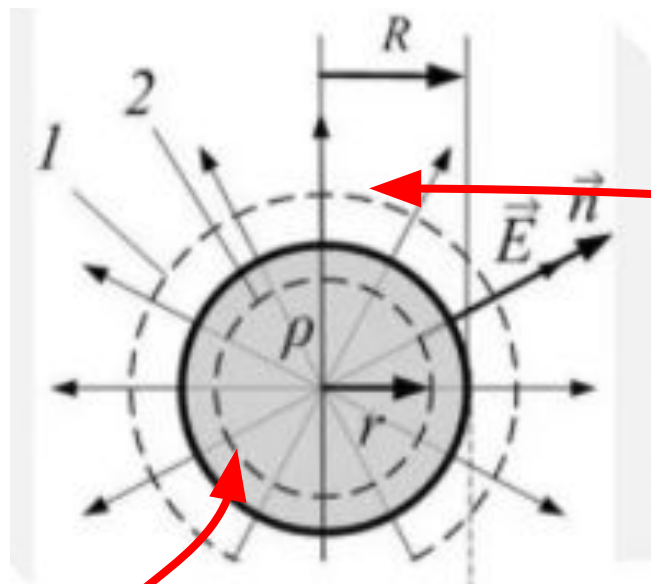
$E = 0$

Внутри поля нет



Убывает как поле точечного заряда

§9б. Поле равномерно заряженного по объёму шара



R q

$\rho = \frac{dq}{dV}$ объёмная плотность заряда

$r > R$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2} \sim \frac{1}{r^2}$$

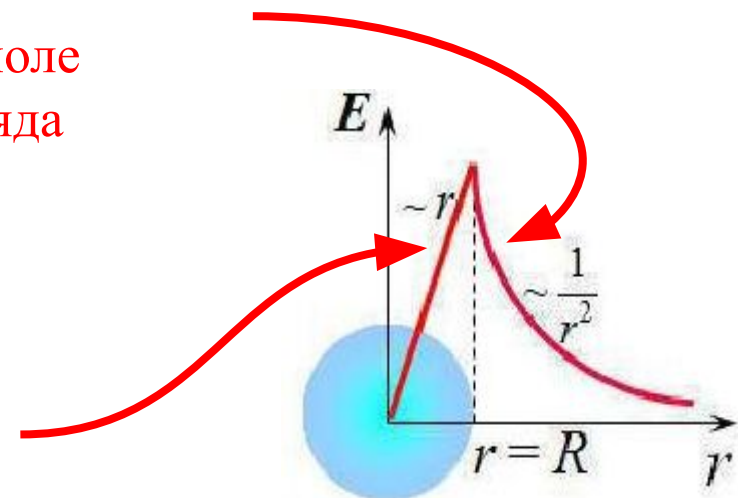
Убывает как поле точечного заряда

$r < R$

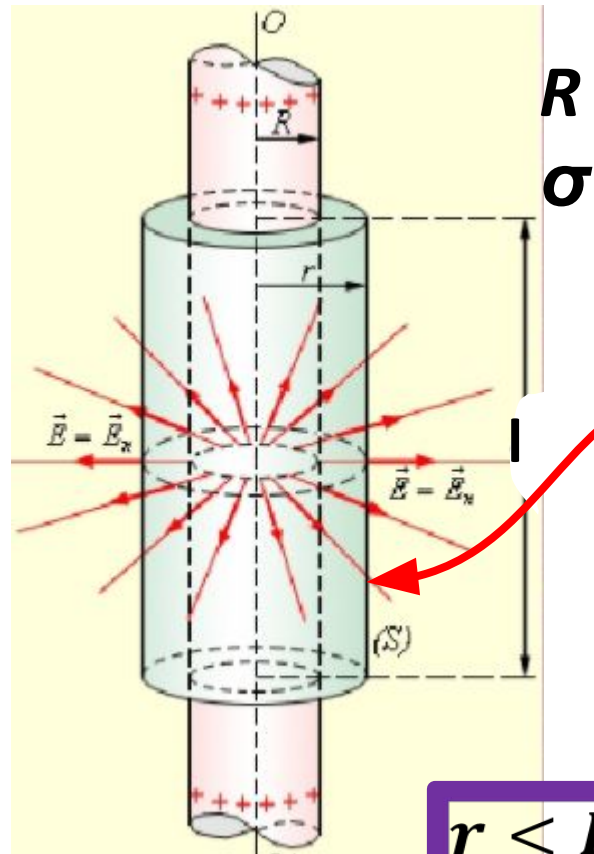
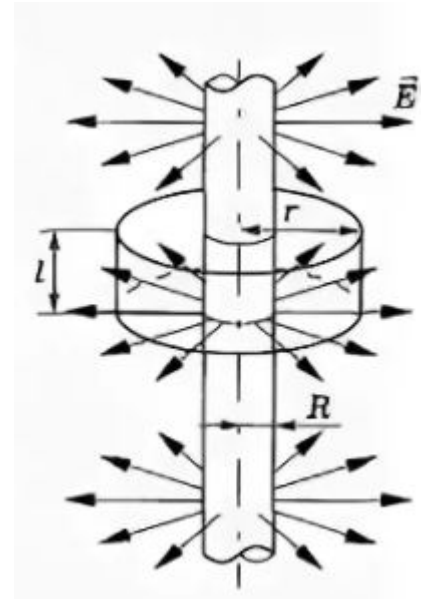
$$E \cdot 4\pi r^2 = \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right)_{\text{внутри сферы } r}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \sim r$$



§9в. Поле бесконечного поверхностно заряженного цилиндра

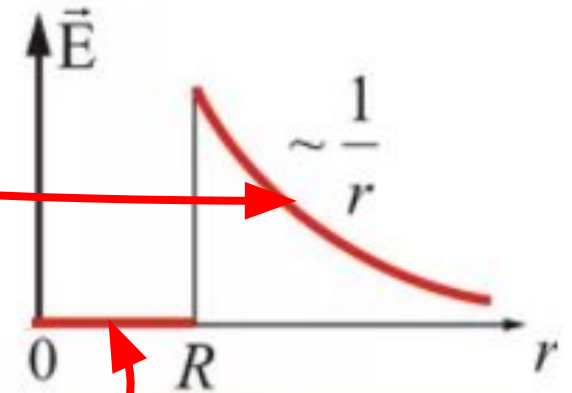


$$\sigma = \frac{dq}{dS} \text{ поверхностная}$$

$$\text{плотность заряда}$$

$$E \cdot 2\pi r l = 2\pi R l \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

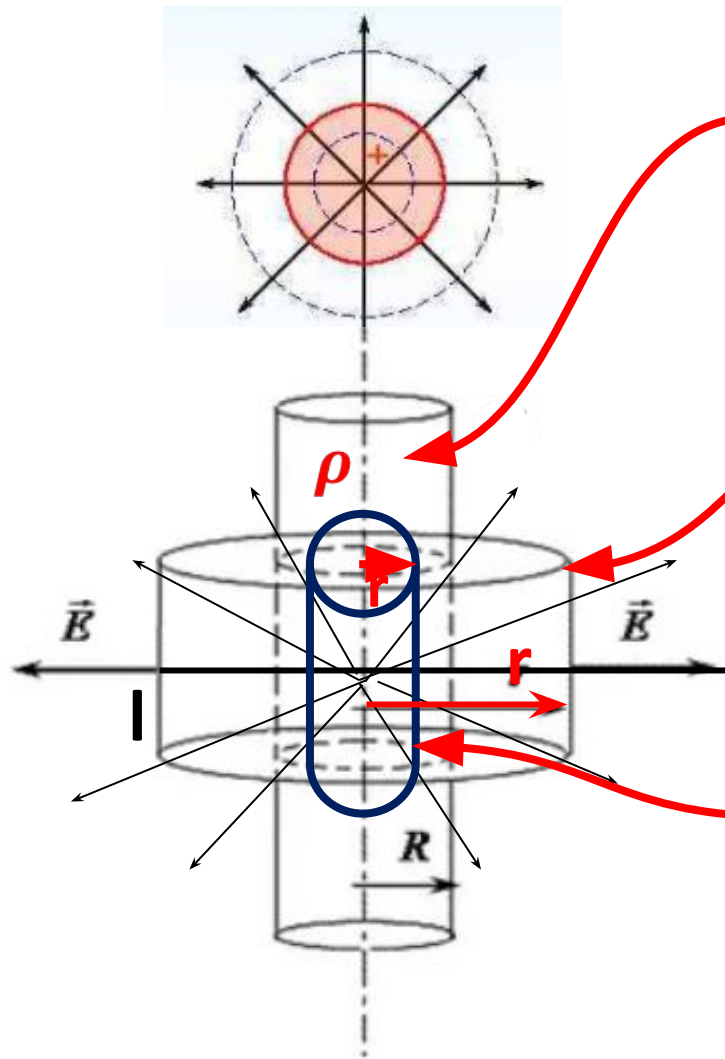
$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} \sim \frac{1}{r}$$



$$q = 0 \quad \Phi = 0 \quad E = 0$$

Внутри поля нет

§9г. Поле бесконечного объёмно заряженного цилиндра



$\rho = \frac{dq}{dV}$ объёмная плотность заряда

$$r > R$$

$$E \cdot 2\pi r l = \pi R^2 l \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2r\epsilon_0} \sim \frac{1}{r}$$

$$r < R$$

$$E \cdot 2\pi r l = \pi r^2 l \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \sim r$$

