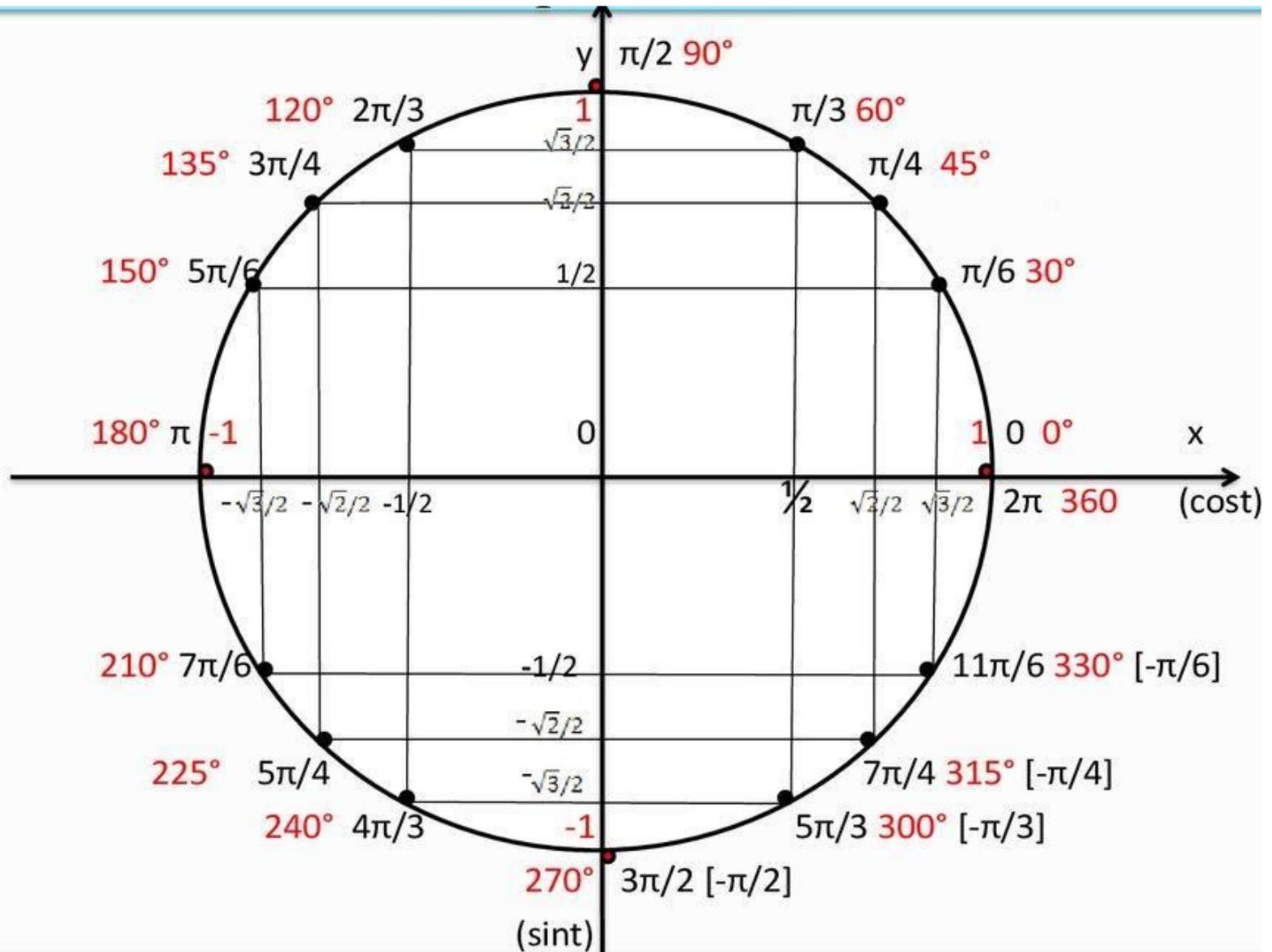


Справочные материалы

Тригонометрия

Числовая окружность



Числовая окружность

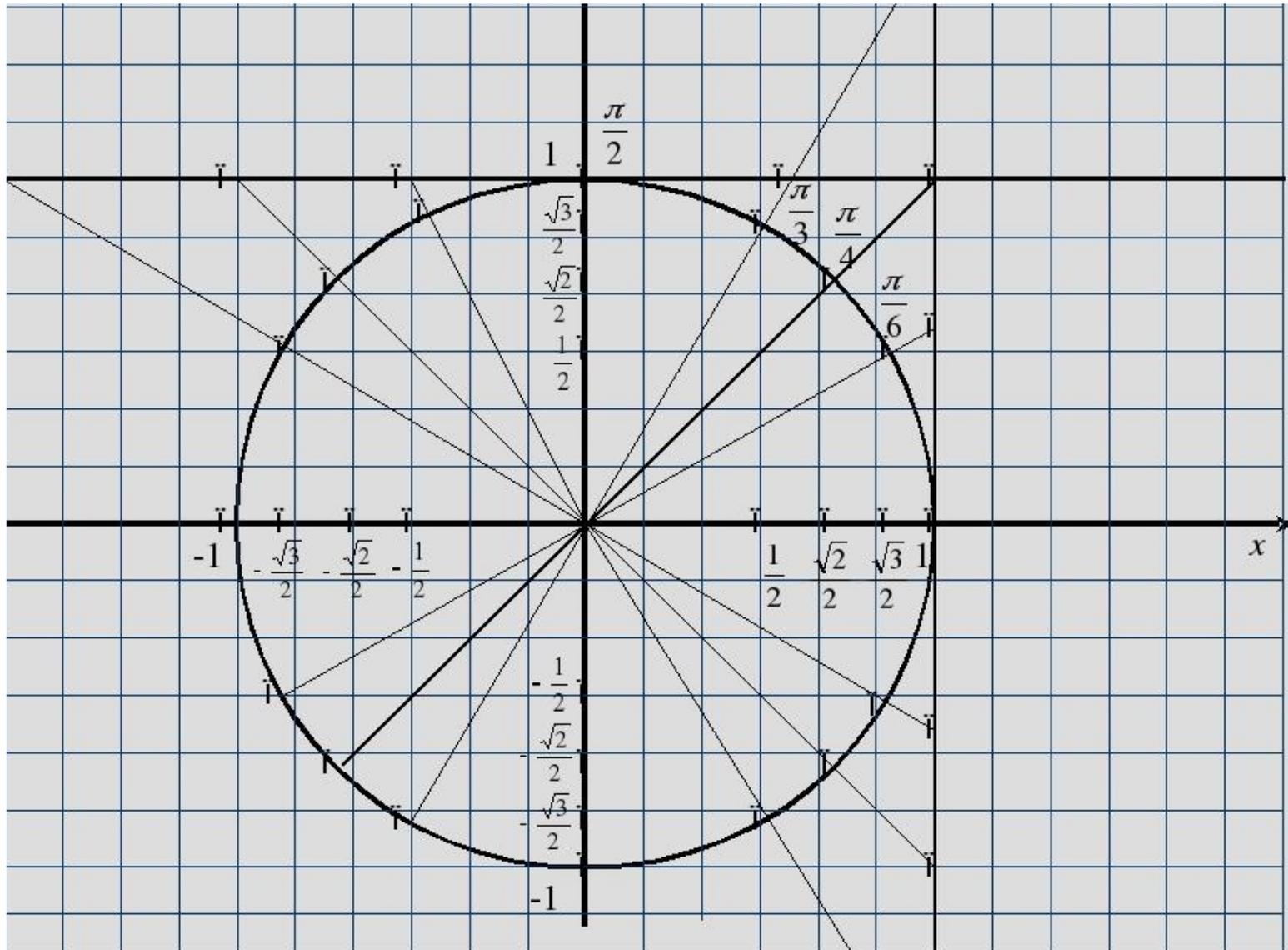


Таблица значений тригонометрических функций

Угол	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Функция	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	—	0	—

Основные формулы тригонометрии

<p><u>Тригонометрические тождества</u></p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	<p><u>Четность, нечетность</u></p> $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$	<p><u>Формулы двойного угла</u></p> $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
<p><u>Формулы сложения и вычитания</u></p> $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$	<p><u>Тангенс и котангенс</u></p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	<p><u>Формулы половинного угла</u></p> $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$ $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$
<p><u>Формулы суммы и разности синусов и косинусов</u></p> $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$	<p><u>Формулы приведения</u></p> <p><u>Правило:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ЧЕТВЕРТЬ Смотрим на угол и определяем в какой четверти он находится. 2) ЗНАК Определяем знак функции в данной четверти. 3) ФУНКЦИЯ Если приведение через «рабочие» углы ($\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$), то функция меняется на кофункцию. Если приведение через «спящие» углы ($\pi, 2\pi, 3\pi$), то функция не меняется. 	

Основные тригонометрические тождества

$$1. \sin^2 t + \cos^2 t = 1 \quad , 1 - \sin^2 t = \cos^2 t$$

$$1 - \cos^2 t = \sin^2 t$$

$$2. \operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$3. \operatorname{ctg} t = \frac{\cos t}{\sin t}$$

$$4. \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$

$$5. \operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$6. \operatorname{ctg}^2 t + 1 = \frac{1}{\sin^2 t}$$

$$7. \sin(-t) = -\sin t$$

$$8. \operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t$$

$$9. \operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t$$

$$10. \cos(-t) = \cos t$$

Формулы сложения

$$1. \sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$$

$$2. \cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$3. \sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$$

$$4. \cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$tg(x + y) = \frac{tgx + tgy}{1 - tgx \cdot tgy}$$

5.

$$tgt(x - y) = \frac{tgx - tgy}{1 + tgx \cdot tgy}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

Формулы суммы и разности

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Формулы произведения

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta))$$