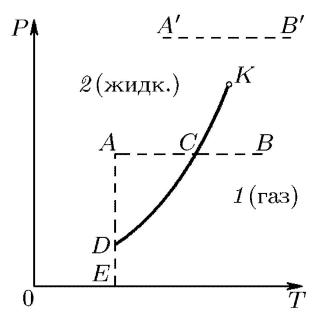
# ЯВЛЕ-НИЯ ПЕРЕ-НОСА

#### Проверочная работа

Определить удельную теплоемкость водяного пара вдоль кривой равновесия жидкости и ее насыщенного пара (т. е. для процесса, при котором жидкость все время находится в равновесии со своим паром) при изменении температуры вблизи точки кипения при нормальном давлении. Пар считать идеальным газом. Удельная теплота

парообразования воды L.



#### Проверочная работа

Определить удельную теплоемкость водяного пара вдоль кривой равновесия жидкости и ее насыщенного пара (т. е. для процесса, при котором жидкость все время находится в равновесии со своим паром) при изменении температуры вблизи точки кипения при нормальном давлении.

$$\left. \delta \mathcal{Q} \right|_{\gamma} = \frac{\delta \mathcal{Q}}{dT} \bigg|_{p} dT + \frac{\delta \mathcal{Q}}{\partial p} dp_{\gamma} = \left( c_{p} + \frac{\delta \mathcal{Q}}{\partial p} \frac{dp}{dT} \right|_{\gamma} \right) dT =$$

$$= \left( \left. c_p + T \frac{\partial S}{\partial p} \right|_T \frac{\partial p}{\partial T} \right|_{\gamma} dT = \left( \frac{i+2}{2M} R - T \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p \frac{L}{T v_z} dT$$

#### Потенциал Гиббса

$$G = F + pV; \quad dG = Vdp - SdT; \quad G(p,T)$$

$$dG = \frac{\partial G}{\partial p}\Big|_{T} dp + \frac{\partial G}{\partial T}\Big|_{p} dT;$$

$$\frac{\partial G}{\partial p}\Big|_{T} = V, \quad \frac{\partial G}{\partial T}\Big|_{p} = -S;$$

$$\frac{\partial S}{\partial p}\Big|_{T} = \frac{\partial}{\partial p} \left(-\frac{\partial G}{\partial T}\Big|_{p}\right)\Big|_{T} = -\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial G}{\partial p}\Big|_{T}\right)\Big|_{p} = -\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_{p}$$

$$c = \frac{dQ}{dT}\bigg|_{\gamma} = \frac{4R}{M} - \frac{dv_{z}}{dT}\bigg|_{p} \frac{L}{v_{z}}$$

$$V = v_{z} = \frac{RT}{p} \implies \left. \frac{dV}{dT} \right|_{p} = \frac{R}{p} = \frac{v_{z}}{T}$$

$$c \equiv \frac{4R}{M} - \frac{L}{T}$$

### Разбор домашнего задания

6.339. Показать, что для вещества, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, в критическом состоянии справедливы соотношения  $V_{MED} = 3b$ ,  $p_{ED} = \frac{a}{27b^2}$ ,  $T_{ED} = \frac{8a}{27Rb}$   $p_{ED}V_{MED} = \frac{3}{8}RT_{ED}$ .

$$\left(p + \frac{a}{V_{\mu}^{2}}\right)\left(V_{\mu} - b\right) = RT, \quad p = \frac{RT}{V_{\mu} - b} - \frac{a}{V_{\mu}^{2}}$$

$$p' = -\frac{RT}{\left(V_{\mu} - b\right)^{2}} + \frac{2a}{V_{\mu}^{3}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{RT}{\left(V_{\mu} - b\right)^{2}} = \frac{2a}{V_{\mu}^{3}}$$

$$p' = -\frac{RT}{(V_{\mu} - b)^{2}} + \frac{2a}{V_{\mu}^{3}} = 0 \implies \frac{RT}{(V_{\mu} - b)^{2}} = \frac{2a}{V_{\mu}^{3}}$$

$$p'' = \frac{2RT}{(V_{\mu} - b)^{3}} - \frac{6a}{V_{\mu}^{4}} = 0 \implies \frac{RT}{(V_{\mu} - b)^{3}} = \frac{3a}{V_{\mu}^{4}}$$

$$V_{\kappa p} - b = \frac{2}{3}V_{\kappa p} \implies V_{\kappa p} = 3b$$

$$\frac{RT_{\kappa p}}{\left(V_{\kappa p}-b\right)^{2}} = \frac{2a}{V_{\kappa p}^{3}} \implies T_{\kappa p} = \frac{2a}{R} \frac{\left(V_{\kappa p}-b\right)^{2}}{V_{\kappa p}^{3}} \bigg|_{V_{\kappa p}=3b} = \frac{8a}{27R}$$

$$p_{\kappa p} = \frac{RT_{\kappa p}}{V_{\kappa p} - b} - \frac{a}{V_{\kappa p}^2} = \frac{8a}{27 \cdot 2b^2} - \frac{a}{9b^2} = \frac{a}{27b^2}$$

$$p_{\kappa p}V_{\kappa p} = \frac{a}{27b^2} \cdot 3b = \frac{a}{9b} = \frac{8}{3}T_{\kappa p}$$

### Разбор домашнего задания

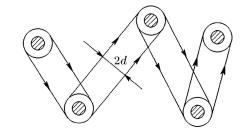
6.340. Вычислить постоянные Ван-дер-Ваальса для углекислого газа, если его критическая температура  $T_{\rm kp}$ =304 К и критическое давление  $p_{\rm kp}$ =73 атм.

$$p_{\rm xp} = \frac{a}{27b^2}, \quad T_{\rm xp} = \frac{8a}{27Rb}$$

$$T_{\kappa p}: p_{\kappa p} = \frac{8b}{R} \implies b = \frac{RT_{\kappa p}}{8p_{\kappa p}}$$

$$a = 27 p_{\kappa p} b^2 \implies a = 27 p_{\kappa p} \left(\frac{RT_{\kappa p}}{8p_{\kappa p}}\right)^2 = \frac{27(RT_{\kappa p})^2}{64p_{\kappa p}}$$

### Модель твердых шаров



$$\mathbf{v}_{omh} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{i}, \quad \mathbf{v}_{omh}^{2} = (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{i})^{2} = \mathbf{v}^{2} + \mathbf{v}_{i}^{2} - 2\mathbf{v}\mathbf{v}_{i}$$

$$\left\langle \mathbf{v}_{omh}^{2} \right\rangle = \left\langle (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{i})^{2} \right\rangle = \left\langle \mathbf{v}^{2} \right\rangle + \left\langle \mathbf{v}_{i}^{2} \right\rangle - 2\left\langle \mathbf{v}\mathbf{v}_{i} \right\rangle$$

$$\left\langle \mathbf{v}\mathbf{v}_{i} \right\rangle = \left\langle \mathbf{v} \right\rangle \left\langle \mathbf{v}_{i} \right\rangle = 0$$

$$\left\langle \mathbf{v}^{2} \right\rangle = \left\langle \mathbf{v}_{kg}^{2} \right\rangle = \mathbf{v}^{2} = \frac{3kT}{m} = \frac{3RT}{M}$$

$$\left\langle \mathbf{v}_{omh}^{2} \right\rangle = 2\left\langle \mathbf{v}_{kg}^{2} \right\rangle \implies \left\langle \mathbf{v}_{omh} \right\rangle = \sqrt{2}\left\langle \mathbf{v} \right\rangle = 4\sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = 4\sqrt{\frac{RT}{\pi M}}$$

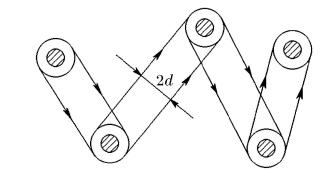
### Средние скорости при 0°C

- Водород 1700 м/с
- A30T 455 M/C
- Кислород 425 м/с.

### Длина свободного пробега

$$d \ll \lambda$$
,  $\sigma = \pi d^2$ 

$$Zdt = n\sigma v_{omh} dt, \Rightarrow Z = n\sigma v_{omh}$$



$$\lambda = \frac{v}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$$

$$Z_{Ny} = 8.6 \cdot 10^9$$
 <sup>-1</sup>,  $M_{Ny} = 6 \cdot 10^{-8}$ 

- 6.201. Идеальный газ совершил процесс, в результате которого его давление возросло в *n* раз. Как и во сколько раз изменились средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы в единицу времени, если процесс;
  - а) изохорический; б) изотермический?

6.201. Идеальный газ совершил процесс, в результате которого его давление возросло в *n* раз. Как и во сколько раз изменились средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы в единицу времени, если процесс:

а) изохорический; б) изотермический?

$$n = \frac{p}{kT} \implies \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma p}$$

$$a) \quad \lambda = \lambda_0; \quad \delta) \quad \lambda = \lambda_0 / n$$

$$Z = 4n\sigma\sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = 4\sigma\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \frac{4\sigma}{\sqrt{k\pi m}}\frac{p}{\sqrt{T}}$$

a) 
$$Z = Z_0 \sqrt{n}$$
;  $\delta$ )  $Z = Z_0 n$ 

### Поток физической величины

$$d\Phi_{G} = \frac{dVg}{dt} = \frac{dSvdt\cos\theta g}{dt} = \mathbf{dS} \cdot \mathbf{j}_{G}$$

$$\mathbf{dS} = dS\mathbf{n}, \quad \mathbf{j}_{G} = g\mathbf{v}$$

$$\Phi_{G} = I_{G} = \int_{S} \mathbf{j}_{G} \mathbf{dS}$$

$$\int_{\partial V} \mathbf{j}_{G} \mathbf{dS} = \int_{V} div\mathbf{j}_{G} \mathbf{dS} \left(div\mathbf{j} = \frac{\partial j_{x}}{\partial x} + \frac{\partial j_{y}}{\partial y} + \frac{\partial j_{z}}{\partial z}\right)$$

#### Непрерывность потока

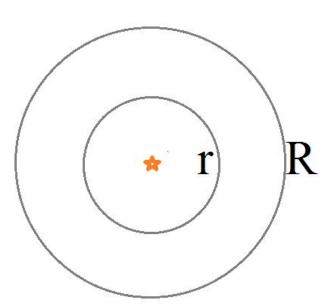
$$\Phi_{E} = P = \int_{S_{1}} \mathbf{j}_{E} d\mathbf{S} = \int_{S_{2}} \mathbf{j}_{E} d\mathbf{S}$$

$$\int_{S_{1}} (j_{E})_{n} dS = \int_{S_{2}} (j_{E})_{n} dS$$

$$j_{E}(r) \cdot 4\pi r^{2} = j_{E}(R) \cdot 4\pi R^{2}$$

$$j_{E}(R) = \frac{j_{E}(r) r^{2}}{R^{2}}$$





## Рассеяние молекулярного пучка

$$P(x < l < x + dx) = \beta dx = \frac{dx}{\lambda}$$

$$dI(x) = -I(x)\frac{dx}{\lambda} \implies d\left(\ln I(x)\right) = -\frac{dx}{\lambda}$$

$$I(x) = I(0)\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) = I(0)\exp\left(-\beta x\right)$$

Пусть  $\beta dx$  — вероятность того, что частица испытает столкновение на пути dx. Найти

- а)вероятность того, что столкновение не произойдет на пути длиной l;
- б)длину свободного пробега.

Пусть  $\beta dx$  — вероятность того, что частица испытает столкновение на пути dx. Найти

- а)вероятность того, что столкновение не произойдет на пути длиной l;
- б)длину свободного пробега.

a) 
$$I(x) = I(0) \exp(-\beta x)$$
  
 $P(x \le l) = I(x) / I(0) = \exp(-\beta l)$ 

$$\delta = \int_{0}^{+\infty} x \exp(-\beta x) dx = \frac{1}{\beta} \int_{0}^{+\infty} \exp(-\beta x) dx$$

$$\int_{0}^{+\infty} \exp(-\beta x) dx = \int_{0}^{+\infty} \exp(-\beta x) dx$$

$$du = \exp(-\beta x) dx, \quad u = -\frac{1}{\beta} \exp(-\beta x)$$

$$v = x, \qquad dv = dx$$

$$\lambda = \frac{1}{\beta} \int_{0}^{+\infty} \exp(-\beta x) dx$$

### Рассеяние молекулярного пучка

$$P(t < s < t + dt) = \alpha dt = \frac{dt}{\tau}$$

$$dI(t) = -I(t)\frac{dt}{\tau} \implies d\left(\ln I(t)\right) = -\frac{dt}{\tau}$$

$$I(t) = I(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = I(0) \exp\left(-\alpha t\right)$$

Найти связь между

- а)  $\lambda$  и  $\tau$ ;
- б) α и β.

Найти связь между

- а) λиτ;
- б) α и β.

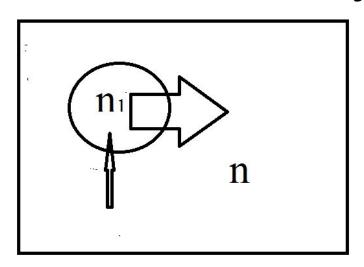
$$I_t(t + \Delta t) \equiv I_t(t) \exp\left(-\frac{\mathbb{Z}t}{\tau}\right) = I_x(x) \exp\left(-\frac{\Delta x}{\lambda}\right) \equiv I_x(x + \Delta x)$$

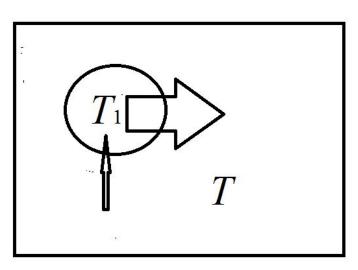
$$\frac{\Delta t}{\tau} = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

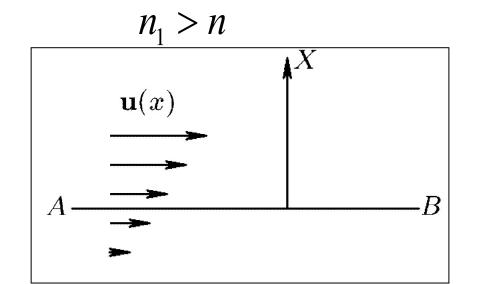
$$I_t(t + \Delta t) \equiv I_t(t) \exp(-\alpha \Delta t) = I_x(x) \exp(-\beta \Delta x) \equiv I_x(x + \Delta x)$$

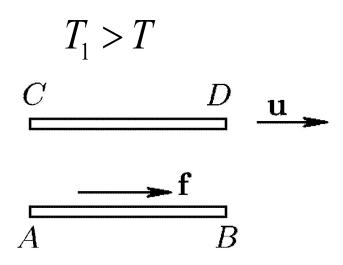
$$\alpha \Delta t = \beta \Delta x \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

### Явления переноса - следствия молекулярного хаоса









### Общее уравнение переноса

$$\mathbf{j}_{G} = -D_{G}\nabla g$$
,  $\nabla g = \mathbf{i}\frac{\partial g}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial g}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial g}{\partial z}$ 

$$\mathbf{j}_N = -\mathbf{k} \partial \mathbf{k} \partial \mathbf{k} \partial \mathbf{k} \partial \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j}_{Q} = -\kappa \nabla \mathcal{I}$$
акон Фурье

**ва**к<del>он И</del>**ф**ымоча для вязкости

### Размерность коэффициентов переноса

$$\left[ \mathcal{D} \right] c = \frac{\left[ j_N \right]}{\left[ \nabla \mathcal{M} \right]} = \frac{\mathcal{M}^{-3} \cdot \mathcal{M} / c}{-4} = 2$$

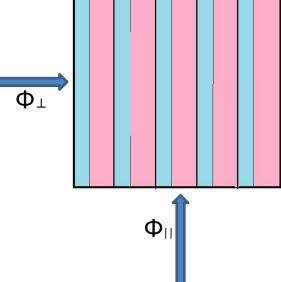
$$[\kappa] = \frac{[j_Q]}{[\nabla \mathbb{K}]} = \frac{\mathcal{A}\mathcal{H} \cdot \mathcal{M}/c}{\mathcal{K} \cdot \mathcal{K}} = \frac{\mathcal{A}\mathcal{H} \cdot \mathcal{M}^2}{\mathcal{K} \cdot \mathcal{K} \cdot \mathcal{K}}$$

$$[\eta] = \frac{[F]}{[Sw]} = \frac{H}{c} = \frac{H}{3}$$

#### Проверочная работа

262. Кубик сделан из чередующихся пластинок разной толщины и разной теплопроводности. Толщина пластинок одного типа равна  $b_1$ , теплопроводность материала, из которого они сделаны, равна ж1, число всех пластинок этого типа  $n_1$ . Соответствующие величины для пластинок второго типа равны  $b_2$ ,  $\kappa_2$  и  $n_2$ . Найти теплопроводности материала кубика вдоль пластинок и и перпендикулярно к ним и ..

Какая из этих теплопроводностей больше?



$$=b_{1}\sum_{i=1}^{n_{1}}\frac{j_{\perp}}{\kappa_{1}}+b_{2}\sum_{j=1}^{n_{2}}\frac{j_{\perp}}{\kappa_{2}}=n_{1}b_{1}\frac{j_{\perp}}{\kappa_{1}}+n_{2}b_{2}\frac{j_{\perp}}{\kappa_{2}}=j_{\perp}\left(\frac{n_{1}b_{1}}{\kappa_{1}}+\frac{n_{2}b_{2}}{\kappa_{2}}\right)$$

$$\frac{1}{\kappa_{\perp}} = \frac{1}{l} \left( \frac{n_1 b_1}{\kappa_1} + \frac{n_2 b_2}{\kappa_2} \right)$$

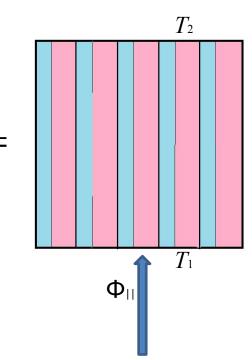
$$\Phi_{\mathbb{N}} = Sj_{\mathbb{N}} = l^{2}\kappa_{\mathbb{N}} \frac{T_{2} - T_{1}}{l}, \quad \kappa_{\mathbb{N}} = \frac{\Phi_{\mathbb{N}}}{l(T_{2} - T)_{1}}$$

$$\Phi_{\mathbb{N}} = \sum_{i=1}^{n_1} lb_1 j_i + \sum_{m=1}^{n_2} lb_2 j_m = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1} j_i + b_2 \sum_{m=1}^{n_1} j_m \right) = l \left( b_1 \sum_{i=1}^{n_1}$$

$$= l \left( b_1 n_1 k_1 \frac{T_2 - T_1}{l} + b_2 n_2 k_2 \frac{T_2 - T_1}{l} \right) =$$

$$\kappa_{\mathbb{N}} = \frac{1}{I} \left( b_1 n_1 k_1 + b_2 n_2 k_2 \right)$$

 $= (T_2 - T_1)(b_1n_1k_1 + b_2n_2k_2)$ 



#### Неожиданная встреча

$$\frac{l}{\kappa_{\perp}} = \frac{n_1 b_1}{\kappa_1} + \frac{n_2 b_2}{\kappa_2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{b_i}{\kappa_i}$$

$$l\kappa_{\mathbb{N}} = b_1 n_1 k_1 + b_2 n_2 k_2 = \sum_{i=1}^{N} b_i n_i k_i$$

### Операции векторного поля и символический метод

$$\mathbf{k} = \mathbf{i}k_x + \mathbf{j}k_y + \mathbf{k}k_z$$

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\varphi \mathbf{k} = \mathbf{i} k_x \varphi + \mathbf{j} k_y \varphi + \mathbf{k} k_z \varphi$$

$$\nabla \varphi = \mathbf{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = grad\varphi$$

### Дивергенция и ротор

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} = k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z$$

$$div \mathbf{a} = \nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ k_x & k_y & k_z \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} \qquad rot\mathbf{a} = \nabla \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

#### Оператор Лапласа

$$\mathbf{k} \cdot \varphi \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \left( \mathbf{i} k_x \varphi + \mathbf{j} k_y \varphi + \mathbf{k} k_z \varphi \right) = k_x^2 \varphi + k_y^2 \varphi + k_z^2 \varphi$$

$$div(\nabla\varphi) = \nabla \cdot (\nabla\varphi) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

2.198. Зазор между двумя концентрическими сферами заполнен однородным изотропным веществом. Радиусы сфер равны:  $r_1 = 10,0$  см и  $r_2 = 20,0$  см. Поверхность внутренней сферы поддерживается при температуре  $T_1 = 400,0 \text{K}$ , поверхность внешней сферы — при температуре  $T_2 = 300.0 \text{K}$ . В этих условиях от внутренней сферы к внешней течет установившийся тепловой поток q=1,000 кВт. Считая теплопроводность и вещества в зазоре не зависящей от температуры, определить: а) значение ж. б) температуру в зазоре T(r) как функцию расстояния

r от центра сфер.

$$j_{Q}(r) = \frac{j_{Q}(r_{1})r_{1}^{2}}{r^{2}} = \frac{q}{4\pi r^{2}}$$

$$\nabla T = -\frac{q}{4\pi\kappa r^2}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{q}{4\pi\kappa r^2}, \\ T(r_1) = T_1, \quad T(r_2) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{q}{4\pi\kappa r} + C, \\ T(r_1) = T_1, \quad T(r_2) = T_2 \end{cases}$$

$$T_1 = \frac{q}{4\pi\kappa r_1} + C \implies C = T_1 - \frac{q}{4\pi\kappa r_1}$$

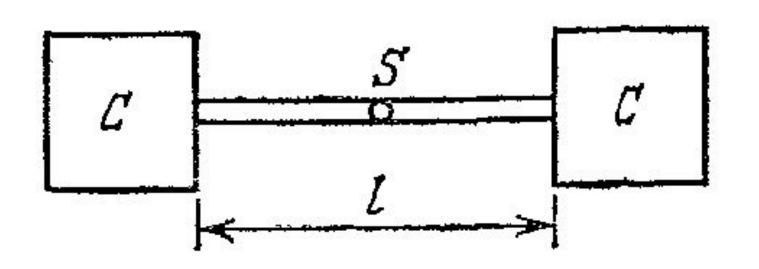
$$T_1 = \frac{q}{4\pi\kappa r_1} + C \implies C = T_1 - \frac{q}{4\pi\kappa r_1}$$

$$T_2 = \frac{q}{4\pi\kappa r_2} + T_1 - \frac{q}{4\pi\kappa r_1} \implies k = \frac{q}{4\pi (T_1 - T_2)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$T = T_1 - \frac{q}{4\pi\kappa} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) = T_1 - \frac{\left( T_1 - T_2 \right) r_1 r_2}{r_2 - r_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right)$$

2.199. Два тела, теплоемкость каждого из которых равна  $C=500~\rm{Дж/K}$ , соединены стержнем длины  $t=40,0~\rm{cm}$  с площадью поперечного сечения  $S=3,00~\rm{cm}^2$  (рис. 2.31). Теплопроводность стержня не зависит от температуры и равна  $\varkappa=20,0~\rm{Bt/(m\cdot K)}$ . Тела и стержень образуют теплоизолированную систему. В начальный момент температуры тел отличаются друг от друга. Найти время  $\tau$ , по истечении которого разность температур тел уменьшится в  $\eta=2$  раза. Теплоемкостью стержня и неоднородностью

температуры в пределах каждого из тел пренебречь.



$$\mathbf{j}_{Q} = -\kappa \nabla T \implies \frac{dQ}{dt} = |I| = \kappa S \frac{\Delta T}{l}$$

$$\frac{dT_{1}}{dt} = -\kappa S \frac{T_{1} - T_{2}}{cl}, \quad \frac{dT_{2}}{dt} = \kappa S \frac{T_{1} - T_{2}}{cl} \implies \frac{d\left(T_{1} - T_{2}\right)}{dt} = -2\kappa S \frac{T_{1} - T_{2}}{cl}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Delta T}{dt} = -2\kappa S \frac{\Delta T}{cl} \implies \frac{d\left(\ln \Delta T\right)}{dt} = -\frac{2\kappa S}{cl}$$

$$\Delta T = \Delta T_{0} \exp\left(-\frac{2\kappa S}{cl}t\right)$$

$$\exp\left(-\frac{2\kappa S}{cl}t_{1/2}\right) = \frac{1}{2}$$
$$t_{1/2} = \frac{cl}{2\kappa S}\ln 2$$

2.208. Один из способов измерения вязкости газов заключается в наблюдении скорости затухания крутильных колебаний горизонтального диска, подвещенного на тонкой упругой нити над таким же неподвижным диском (рис. 2.32). Получить формулу, связывающую вязкость в газа, нахолящегося межлу

вязкость  $\eta$  газа, находящегося между дисками, с массой диска m, радиусом диска R, зазором a и коэффициентом затухания колебаний  $\beta$ . Считать, что трения в подвесе нет.

2.208. Один из способов измерения вязкости газов заключается в наблюдении скорости затухания крутильных колебаний горизонтального диска, подвещенного на тонкой упругой нити над таким же неподвижным диском (рис. 2.32). Получить формулу, связывающую

лисками, с мас

вязкость  $\eta$  газа, находящегося между дисками, с массой диска m, радиусом диска R, зазором a и коэффициентом затухания колебаний  $\beta$ . Считать, что трения в подвесе нет.

$$N = \int_{0}^{R} dF(r)r = \int_{0}^{R} \frac{dF(r)}{dS} r dS = \int_{0}^{R} \eta \frac{v}{a} r 2\pi r dr \bigg|_{v=\omega r} =$$

$$=\frac{2\pi\eta\omega}{a}\int_{0}^{R}r^{3}dr=\frac{\pi\eta R^{4}}{2a}\omega$$

$$\frac{mR^2}{2} \varphi + \frac{\pi \eta R^4}{2a} \omega + G\varphi = 0$$

$$\beta = \frac{\pi \eta R^4}{2a} : \left(2\frac{mR^2}{2}\right) = \frac{\pi \eta R^2}{2ma}$$

$$\eta = \frac{2ma}{\pi R^2} \beta$$

## Вычисление коэффициентов переноса

$$\mathbf{j}_{G} = -D_{G} \nabla g$$

$$\mathbf{j}_{G} = \mathbf{j}_{G}^{+} - \mathbf{j}_{G}^{-1} = \frac{\langle v \rangle}{6} (g(-\lambda) - g(\lambda)) = \frac{\langle v \rangle}{\sqrt{g}}$$

$$= \frac{\langle v \rangle}{6} \left[ (g(0) - \lambda g'(0)) - (g(0) + \lambda g'(0)) \right] = -\frac{\langle v \rangle \lambda}{3} \nabla g$$

$$D_{G} = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

### Коэффициенты диффузии, вязкости и теплопроводности

$$\mathbf{j}_N = -\mathbf{k} \partial \mathbf{k}$$
ан Фик $d$   $D$ 

$$, \qquad = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

$$, \quad \eta = \rho \quad = \rho \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

$$\mathbf{j}_{Q} = -\kappa \nabla \mathcal{I}$$
акон Фурье

$$c, \quad \kappa = {}_{V}\rho \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

$$\kappa = c_V \eta = c_V \rho D = c_V \rho \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

6.213. Гелий при нормальных условиях заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами. Средний радиус цилиндров R, зазор между ними  $\Delta R$ , причем  $\Delta R \ll R$ . Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с небольшой угловой скоростью  $\omega$ . Найти момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра. До какого значения надо уменьшить давление гелия (не меняя температуры), чтобы искомый момент уменьшился в n=10 раз,

если  $\Delta R = 6$  мм?

6.213. Гелий при нормальных условиях заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами. Средний радиус цилиндров R, зазор между ними  $\Delta R$ , причем  $\Delta R \ll R$ . Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с небольшой угловой скоростью  $\omega$ . Найти момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра. До какого значения надо уменьшить давление гелия (не меняя температуры), чтобы искомый момент уменьшился в n=10 раз, если  $\Delta R = 6$  мм?

$$N = FR = \frac{F}{S}RS = \left(\eta \frac{\omega R}{\Delta R}\right)R(2\pi Rl) = \frac{2\pi\eta\omega lR^3}{\Delta R}$$
$$\frac{N}{l} = \frac{2\pi\eta\omega R^3}{\Delta R}$$

$$\eta = \rho D = \rho \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$

$$p = \frac{\rho}{M} kT \implies \rho = \frac{Mp}{kT}$$

$$\eta = \rho D = \frac{Mp}{kT} \frac{\langle v \rangle \lambda}{3}$$