# Сказка об анализе производства

# 2

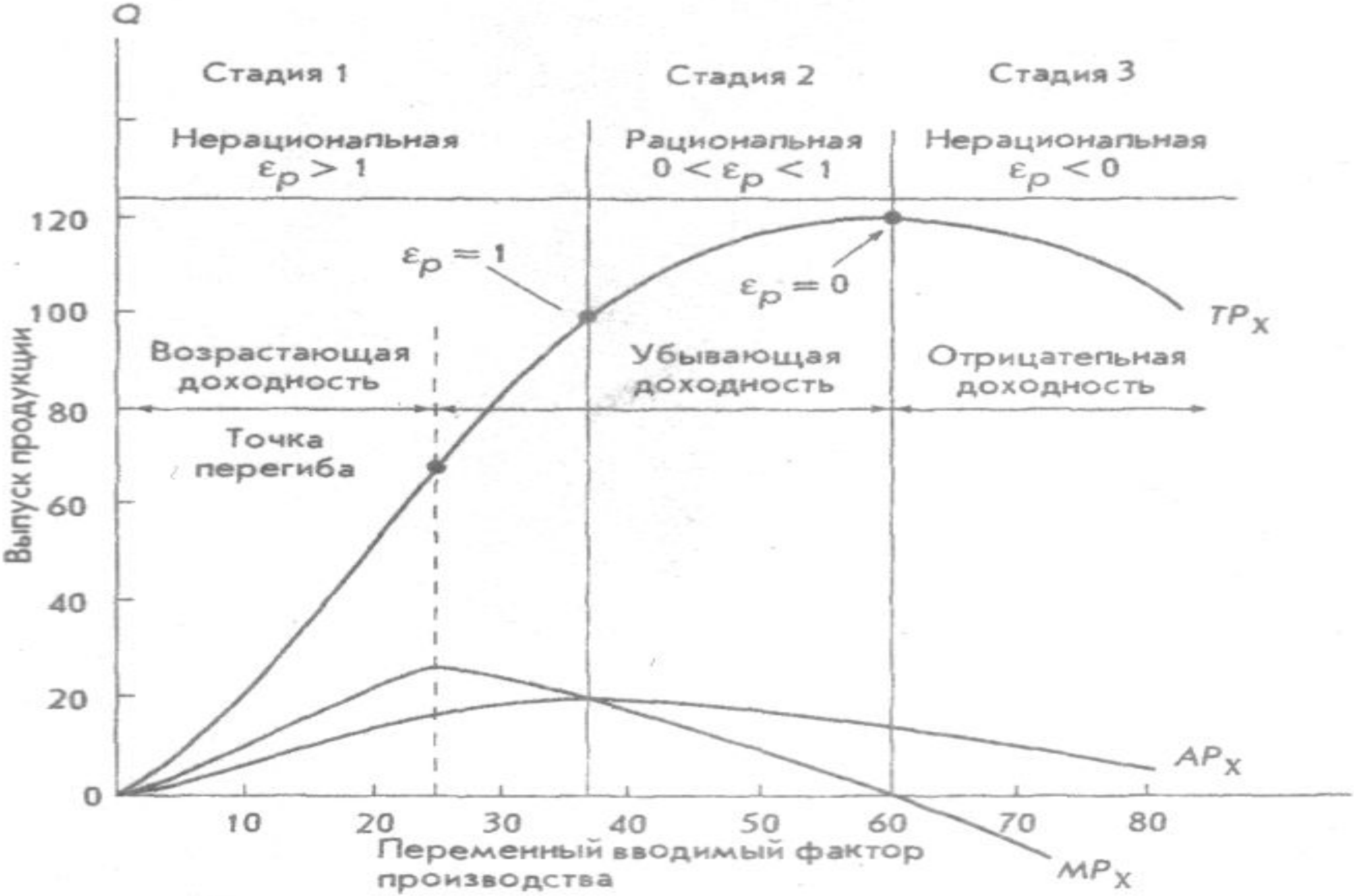
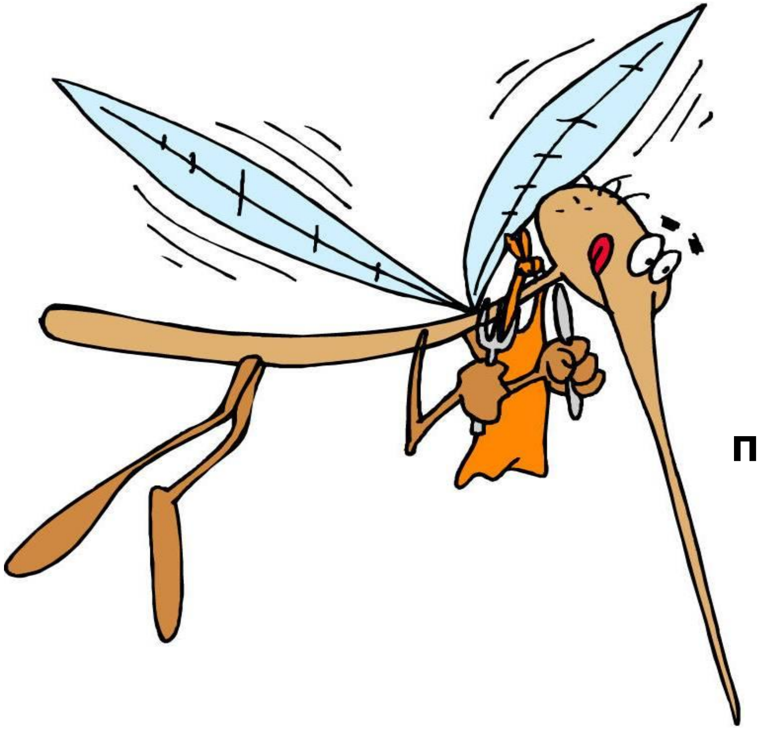



*Рис. 10.1.* **Соотношения производственной функции**



**Производственная функция с двумя переменными вводимыми факторами:**

$$Q = f(\underbrace{C}_{\text{Капитал}}, \underbrace{L}_{\text{Труд}})$$

*Капитал* *Труд*

***Численные значения вводимых факторов дискретны, поэтому данные могут быть представлены в виде пространственной трехмерной гистограммы***

**Количество единиц выпуска продукции как функция комбинаций переменных вводимых факторов производства – капитала и трудовых ресурсов (труда)**

| Количество единиц капитала | Количество единиц труда | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 3 | 6 | 8 | 9 | 10 | 10 | 9 | 7 |
| 2 | 6 | 12 | 17 | 21 | 24 | 26 | 25,5 | 24,5 |
| 3 | 10 | 24 | 39 | 52 | 61 | 66 | 66 | 64 |
| 4 | 13 | 30 | 54 | 72 | 85 | 93 | 95 | 95 |
| 5 | 15 | 37 | 60 | 80 | 100 | 113 | 120 | 121 |
| 6 | 16 | 42 | 66 | 88 | 106 | 120 | 128 | 132 |
| 7 | 13 | 46 | 69 | 91 | 108 | 123 | 134 | 140 |
| 8 | 9 | 46 | 69 | 92 | 109 | 124 | 136 | 144 |

Каждая комбинация значений труда и

Высота каждого блока численно равна

уровню выпуска продукции при данном

сочетании труда и капитала

Вместе взятые верхушки блоков образуют поверхность производства

Поверхность производства ступенчатая из-за дискретных значений факторов производства

Для того, чтобы получить гладкую поверхность следует представить в качестве основы непрерывную функцию для каждого из факторов производства

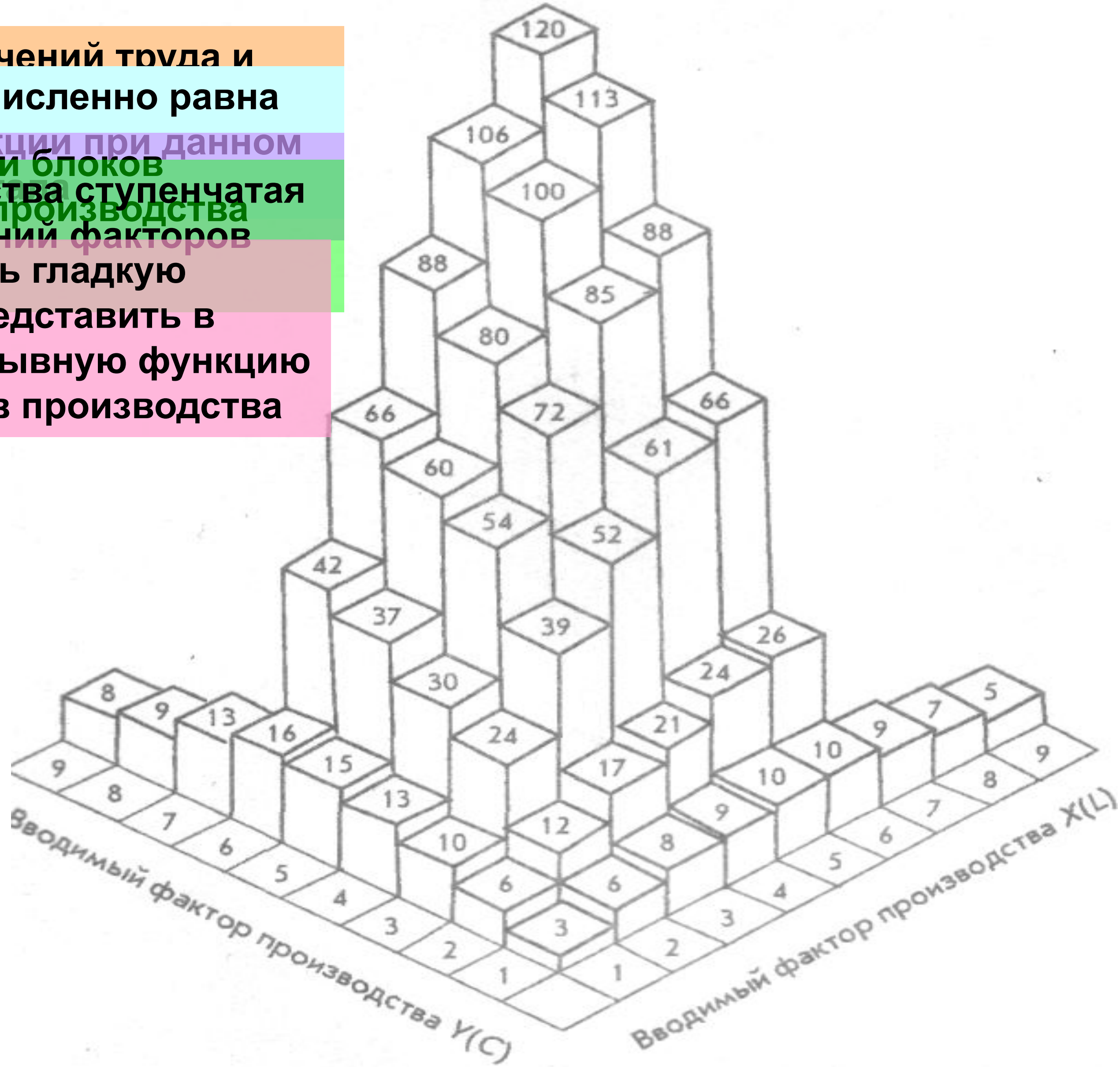



*Рис. 10.3.* Поверхность производства, образованная с помощью дискретной функции производства

**Теоретически возможно бесконечное количество комбинаций X и У; Все вместе значения Z образуют гладкую поверхность производства**


*Рис. 10.4.* Поверхности производства, образованные с помощью непрерывных производственных функций

**Величины наклонов «затраты – выпуск» характеризуют величины предельных продуктов переменных вводимых факторов производства**


*Рис. 10.4.* Поверхности производства, образованные с помощью непрерывных производственных функций

**Вариант А: поверхность производства, которую**

*Варианты А и В даны для иллюстрации понятия*

**В варианте А обе кривые квадратичные, в В – кубические. На деле индивидуальные кривые «затраты – выпуск» могут иметь любую форму**

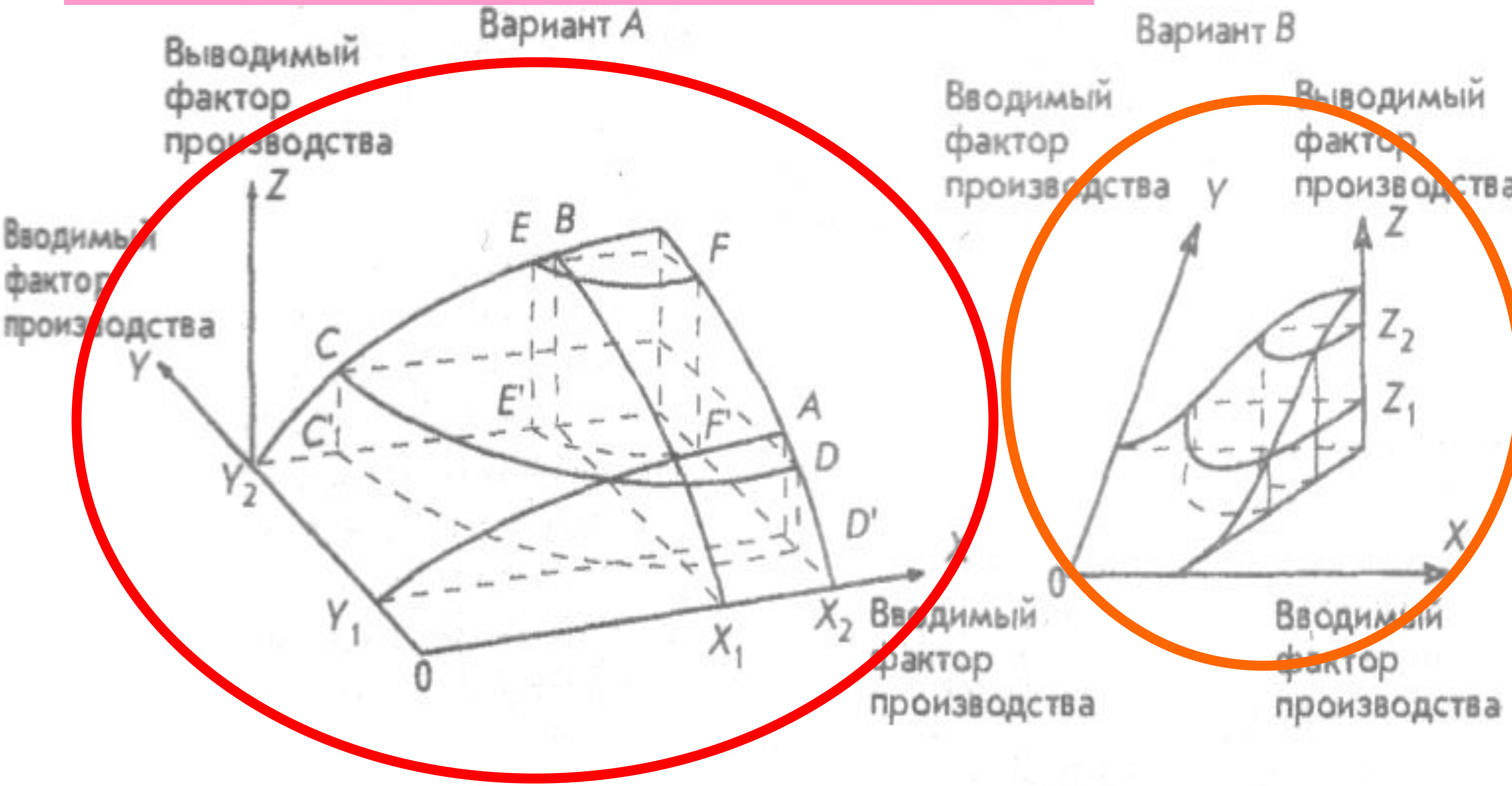



*Рис. 10.4.* **Поверхности производства, образованные с помощью непрерывных производственных функций**

**Если изокванты CD и EF спроецировать на базисную горизонтальную поверхность, то в результате получим двухмерные изокванты**


*Рис. 10.4.* Поверхности производства, образованные с помощью непрерывных производственных функций

Поэтому требуется все большее количество одного из вводимых факторов, чтобы заместить все меньшее количество другого

=> По мере перемещения вниз вдоль изокванты предельная норма технического замещения становится все меньше

…при сохранении одного и того же уровня выпуска

**MRTSxy = - ∆Y / ∆X**

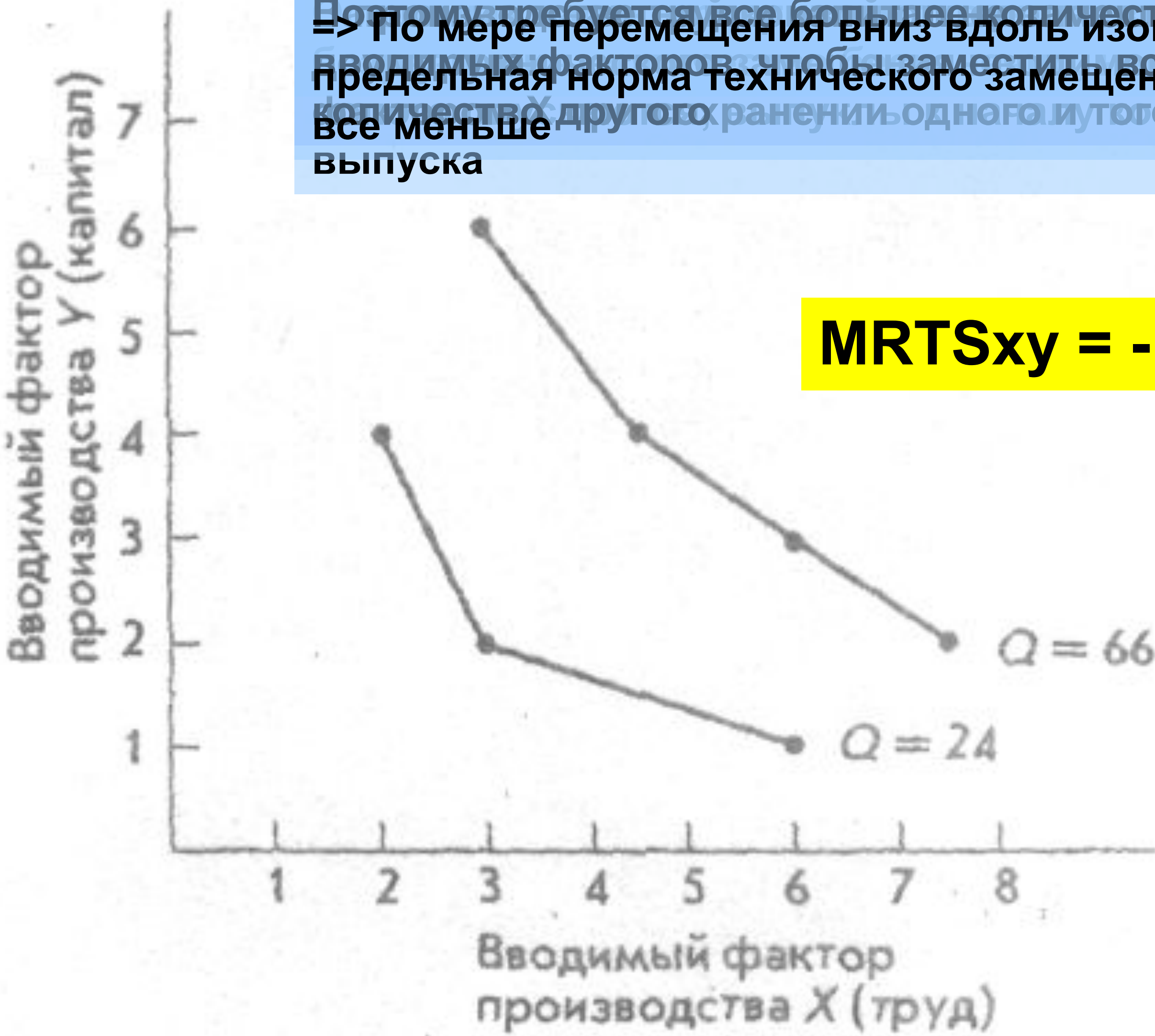



*Рис. 10.5.* **Изокванты, образованные с помощью двух вводимых факторов производства — труда и капитала**

***В «В» факторы производства полностью взаимодополняемы: ввод одного из факторов сам по себе не произведет никакой продукции***

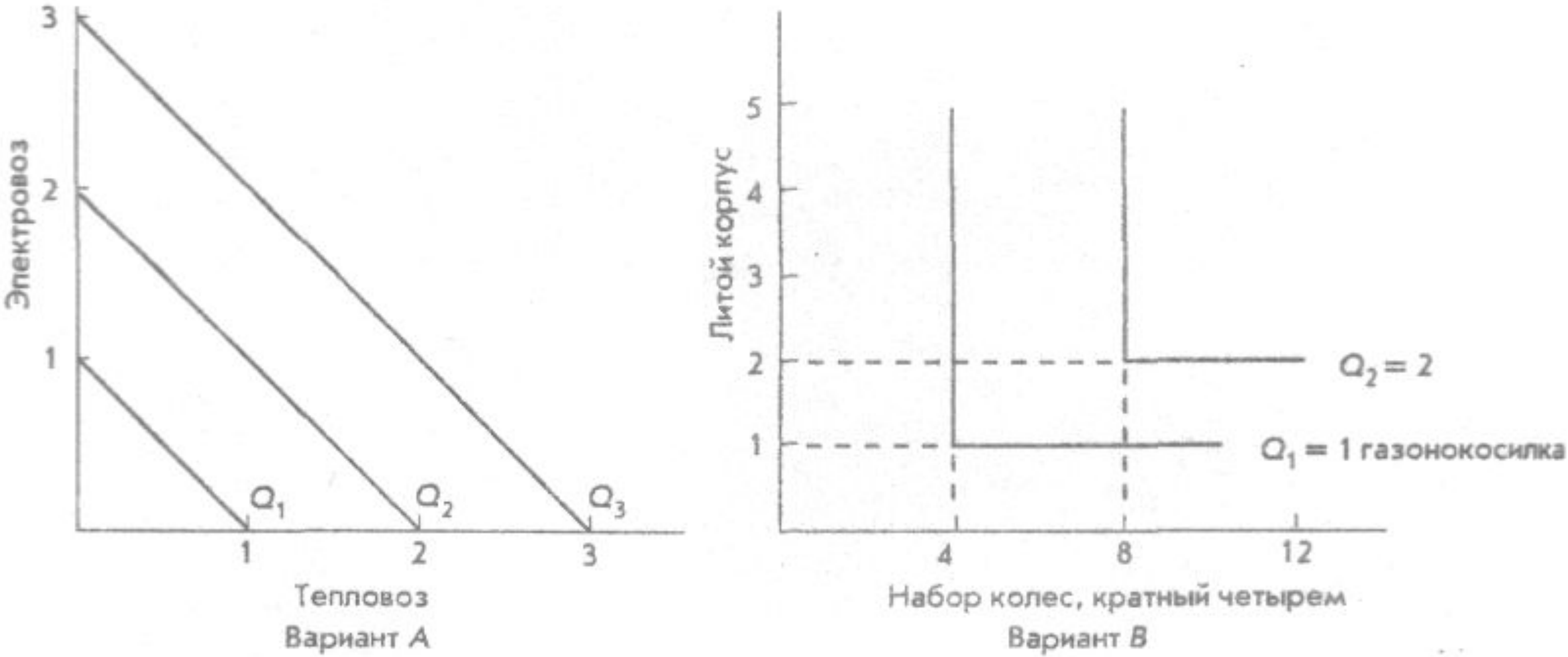



*Рис. 10.6.* Изоквантные кривые вводимых факторов производства специфической формы, обусловленные полными замещениями или полными дополнениями

Проведем горизонтальные и вертикальные касательные ко всем изоквантам, и соединим точки касания плавными кривыми АО и ОВ => площадь между ними – это область рациональных экономических решений

Распространяя данное положение на любое количество изоквант, можно определить область экономических решений для любого количества изоквант

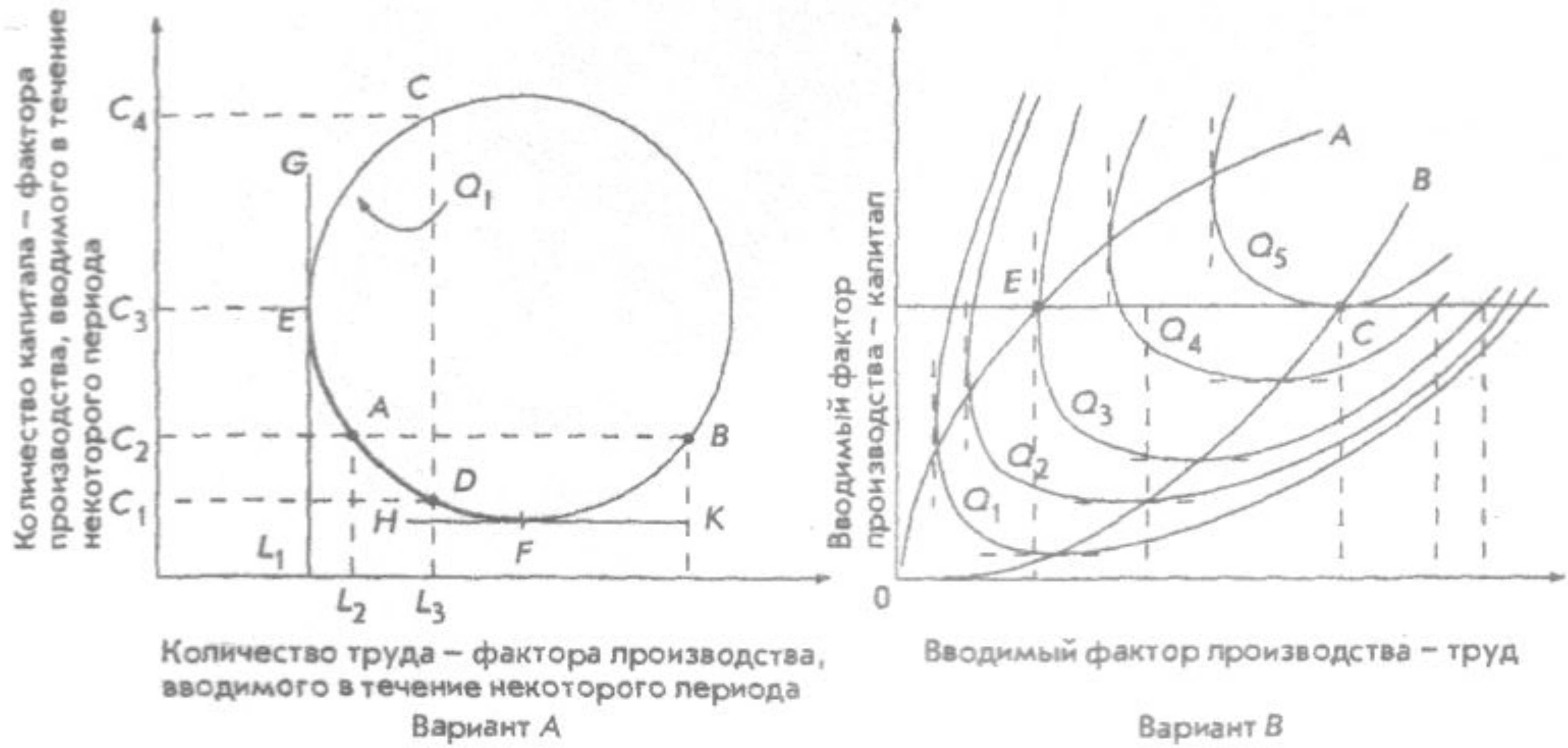



**Рис. 10.7.** Области экономических решений изоквантных кривых

# Правило минимальных издержек

*Количество предельного продукта*

$$\frac{MP_A}{P_A} = \frac{MP_B}{P_B} = \ldots = \frac{MP_N}{P_N}$$

*Цена вводимых факторов производства*


**Правило минимальных издержек или правило найма рабочей силы при наименьших издержках**

] 2 фактора производства: труд и капитал

Переход из A в C: $\Delta C * MP_C = \Delta L * MP_L$

Разделим обе части на $(-\Delta L * MP_C)$ :

$$-\Delta C / \Delta L = -MP_L / MP_C$$

$$-\Delta C / \Delta L = MRTS_{LC} \Rightarrow MRTS_{LC} = -MP_L / MP_C$$

**=> Наклон изокванты не только указывает норму технического замещения капитала трудом, но и соотношение предельного продукта труда и предельного продукта капитала**

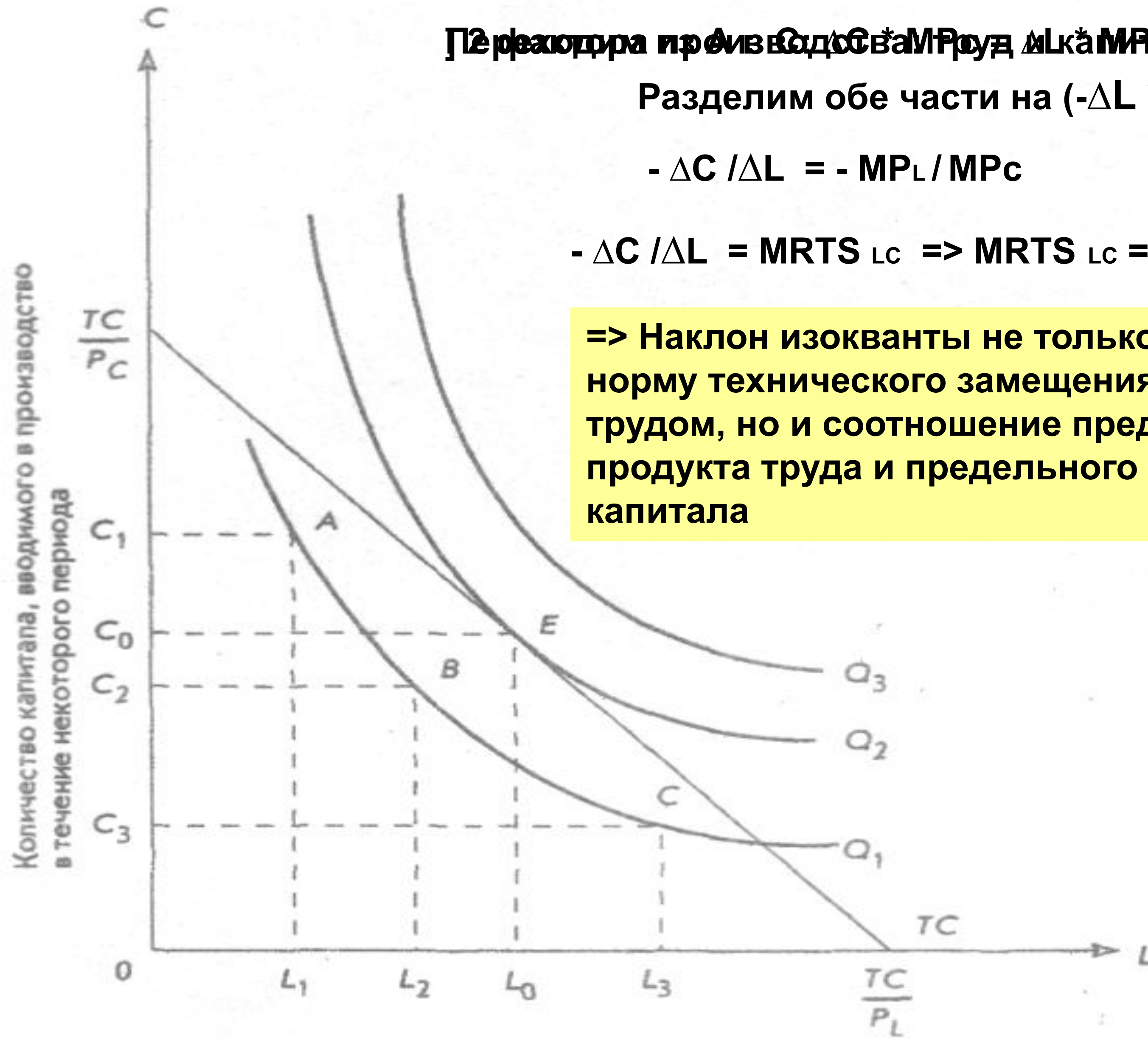



*Рис. 10.8.* **График изокванты—изокосты**

Матем… $\Delta C$ / Δ…

**Линия изокосты всегда будет представлять собой касательную к некоторой изокванте: => точка равновесия (наклоны изокванты и изокосты должны быть равны):**

**$- MP_L / MP_C = - P_L / P_C \Rightarrow MP_L / P_L = MP_C / P_C$**

*Получено уравнение минимальных издержек*

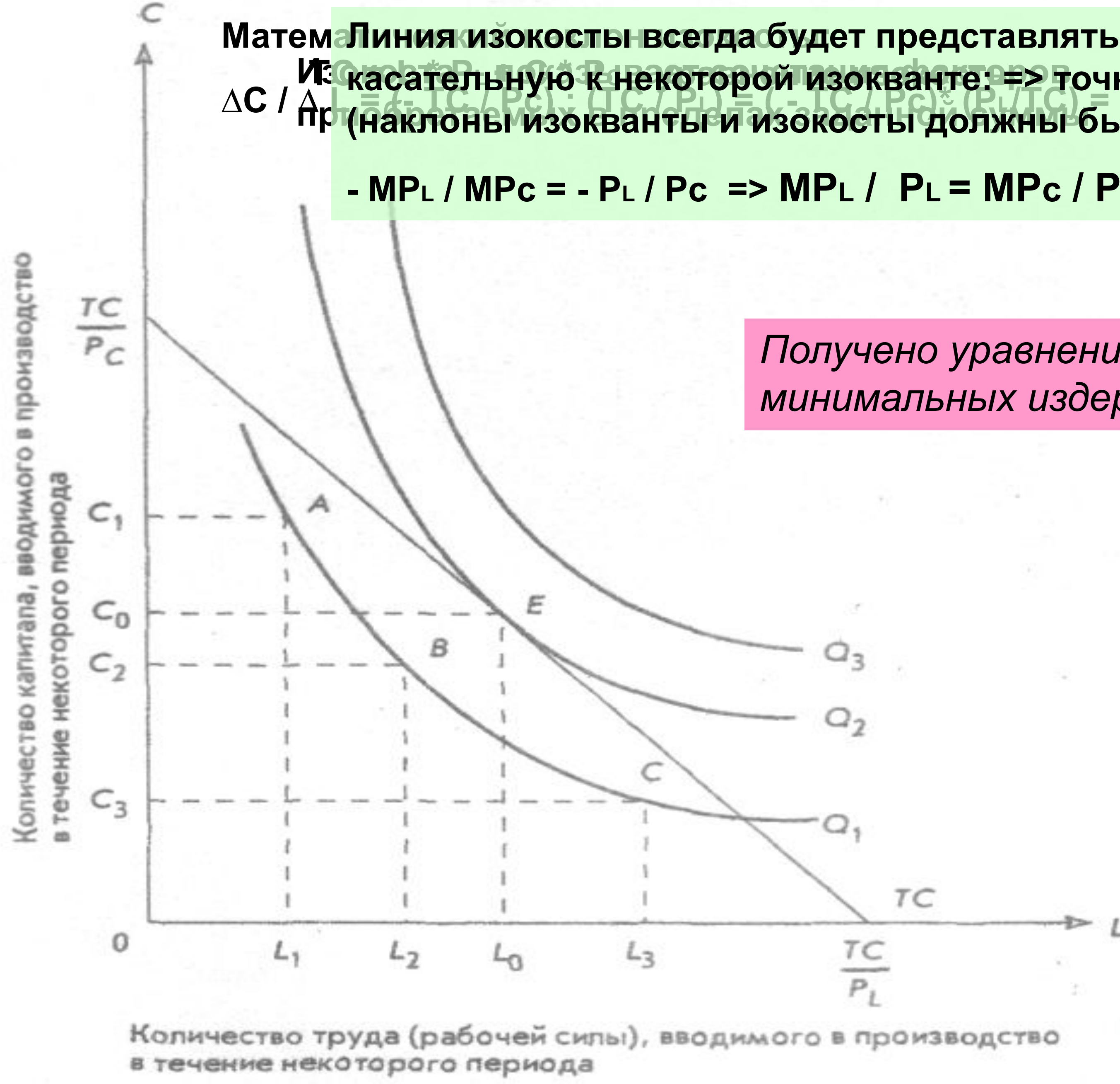



*Рис. 10.8.* **График изокванты—изокосты**

## Правило минимальных издержек или правило найма рабочей силы при наименьших издержках

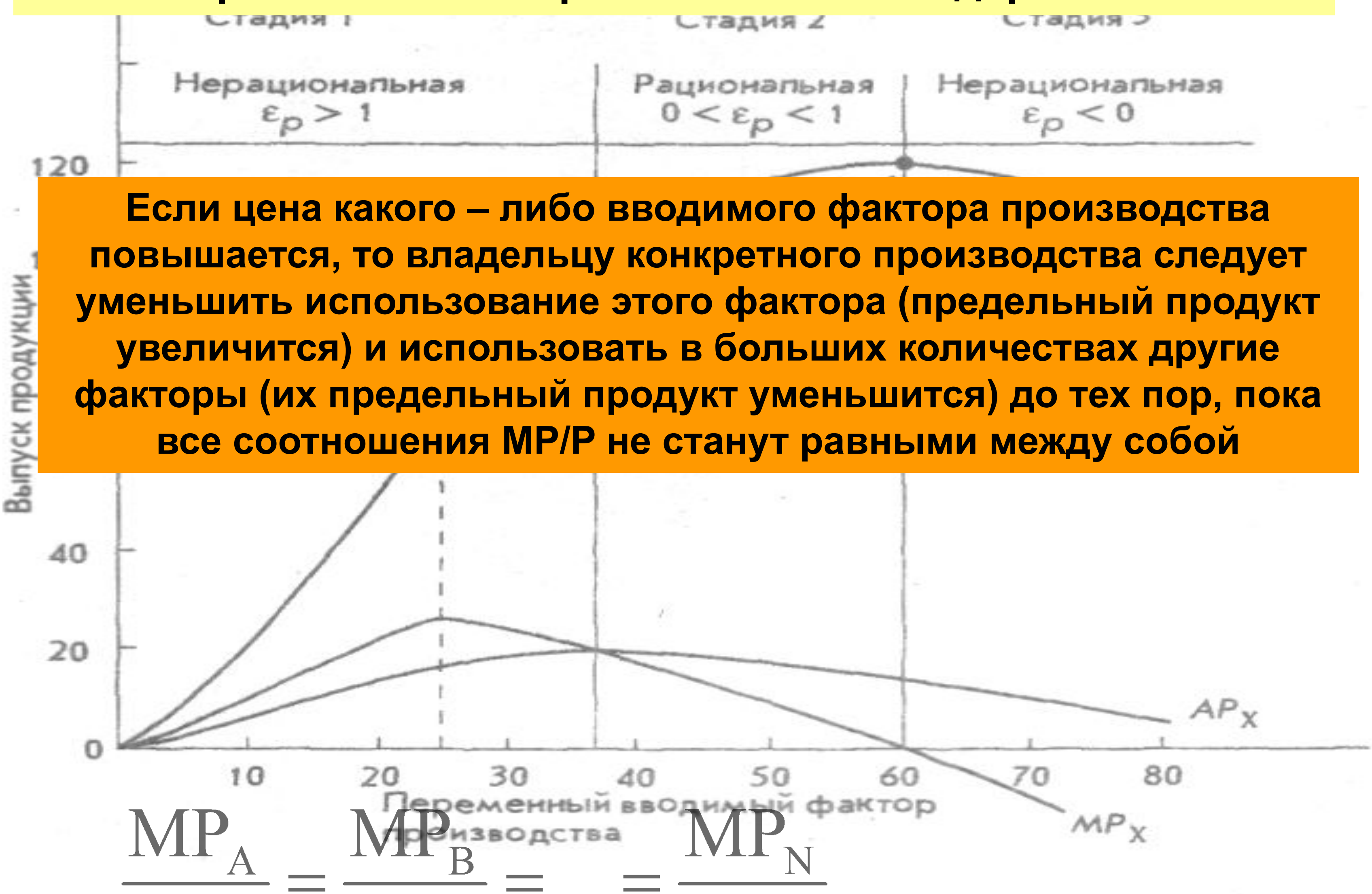



Рис. 10.1. Соотношения производственной функции

**Если цена какого – либо вводимого фактора производства повышается, то владельцу конкретного производства следует уменьшить использование этого фактора (предельный продукт увеличится) и использовать в больших количествах другие факторы (их предельный продукт уменьшится) до тех пор, пока все соотношения MP/P не станут равными между собой**

$$\frac{MP_A}{P_A} = \frac{MP_B}{P_B} = \ldots = \frac{MP_N}{P_N}$$

## Производственная функция Кобба-Дугласа для обрабатывающей промышленности США

$$P' = A \cdot L^{\alpha} C^{\beta}$$

***Зависимость объема производства и основных факторов производства для обрабатывающей промышленности США.***

***P' - объем производства,***

***L – количество труда,***

***C – количество капитала.***

***Степенные показатели показывают, на сколько процентов увеличится выпуск, если увеличить на 1% какой-либо фактор производства (другой неизменен).***

***A – коэффициент пропорциональности, учитывает качественные, не вошедшие в труд и капитал факторы производства***

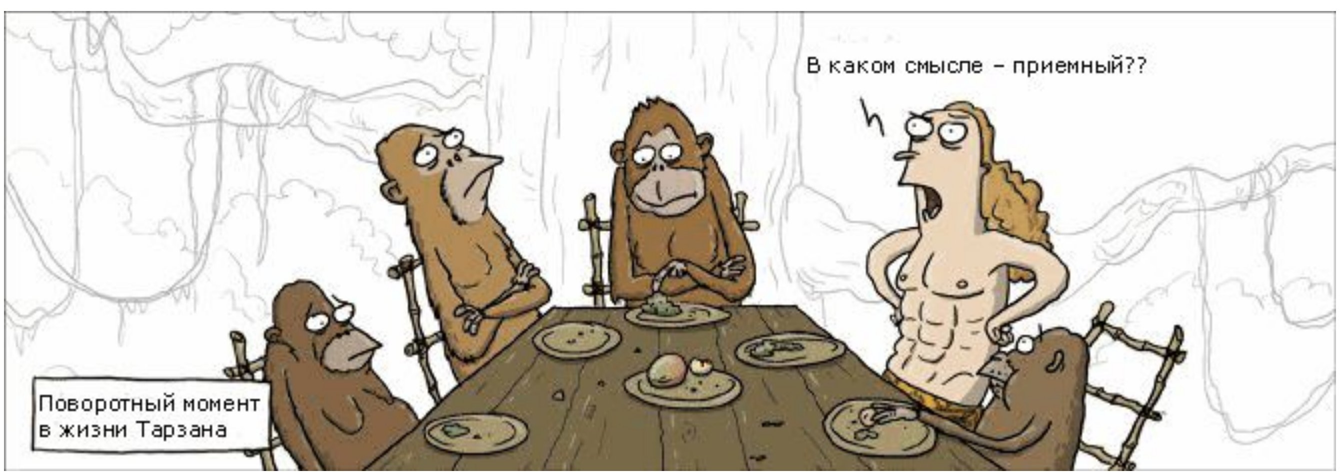
EX:

Рассмотрим производственный процесс, в котором участвуют капитал, труд и выпускаемая продукция

Издержки производства минимальны, если

$$\frac{MP_A}{P_A} = \frac{MP_B}{P_B} = \ldots = \frac{MP_N}{P_N}$$

Минимальные издержки сами по себе не являются условием максимизации прибыли



**Максимизация прибыли требует, чтобы предельный доход был равен предельным издержкам**

$$\mathrm{MC_Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{P_X}{MP_X} = \mathrm{MR_Q}$$

*Оптимальная организация производства*

$$\begin{cases} \mathrm{MC_Q} = \dfrac{\Delta TC}{\Delta Q} = \dfrac{P_C}{MP_C} = \mathrm{MR_Q} \\[2ex] \mathrm{MC_Q} = \dfrac{\Delta TC}{\Delta Q} = \dfrac{P_\mathrm{L}}{MP_L} = \mathrm{MR_Q} \end{cases}$$

$$\mathrm{MC_Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{P_C}{MP_C} = \mathrm{MR_Q} \qquad \mathrm{MC_Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{P_\mathrm{L}}{MP_L} = \mathrm{MR_Q}$$

$$\begin{cases} \mathrm{MR_Q} \cdot MP_C = P_C = \mathrm{MRP_C} \\ \mathrm{MR_Q} \cdot MP_L = P_\mathrm{L} = \mathrm{MRP_L} \end{cases}$$

**Доходы рассматриваемой фирмы будут оптимальны только в том случае, если предельный продукт в денежной форме для каждого вводимого фактора производства будет численно равен его цене**


*прибыль максимальна, когда предельные издержки равны предельному доходу*

**$\mathrm{MC_Q} = \Delta \mathrm{TC} / \Delta \mathrm{Q} = (\mathrm{Px} \times \Delta \mathrm{X}) / \Delta \mathrm{Q} = \mathrm{Px} (\Delta \mathrm{X} / \Delta \mathrm{Q}) = \mathrm{Px} / \mathrm{MPx} = \mathrm{MR_Q}$**

Подставляя его в конкретную функцию производства, можно вычислить оптимальный значения капитала и труда, соответствующие любому уровню выпуска продукции

Для этой функции получено уравнение $C = 2L$ – уравнение линии поведения фирмы при расширении производства

$$P' = 1{,}01 \cdot L^{0,75} C^{0,25}$$

EX:

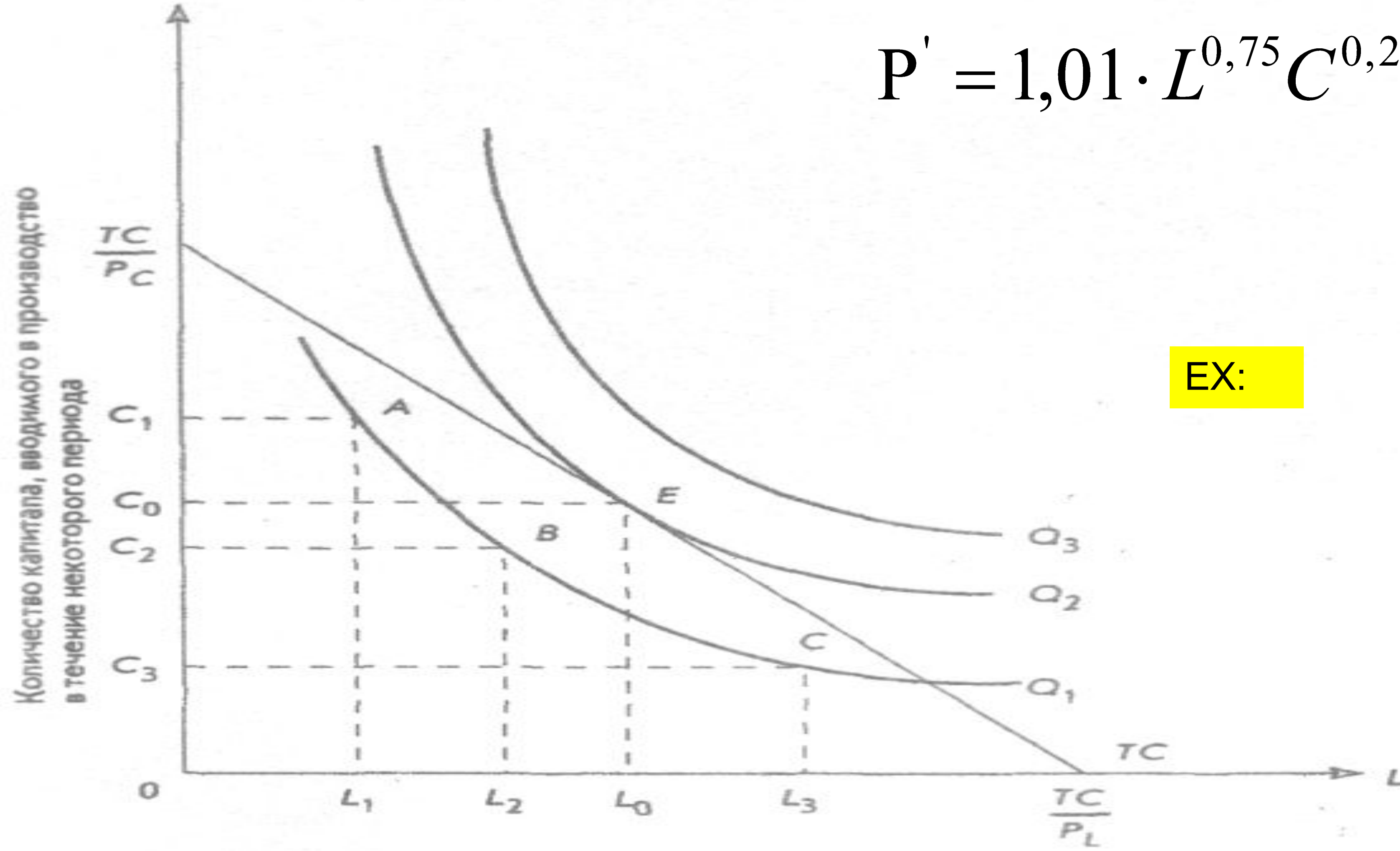



**Рис. 10.8.** График изокванты—изокосты

*Если одновременно удвоить объем всех вводимых факторов производства, что произойдет с выпуском продукции?*

**Возможен один из следующих 3 результатов:**

**Увеличение экономической эффективности при увеличении масштаба производства**

**Отсутствие увеличения экономической эффективности при увеличении масштаба производства**

**Уменьшение экономической эффективности при увеличении масштаба производства**

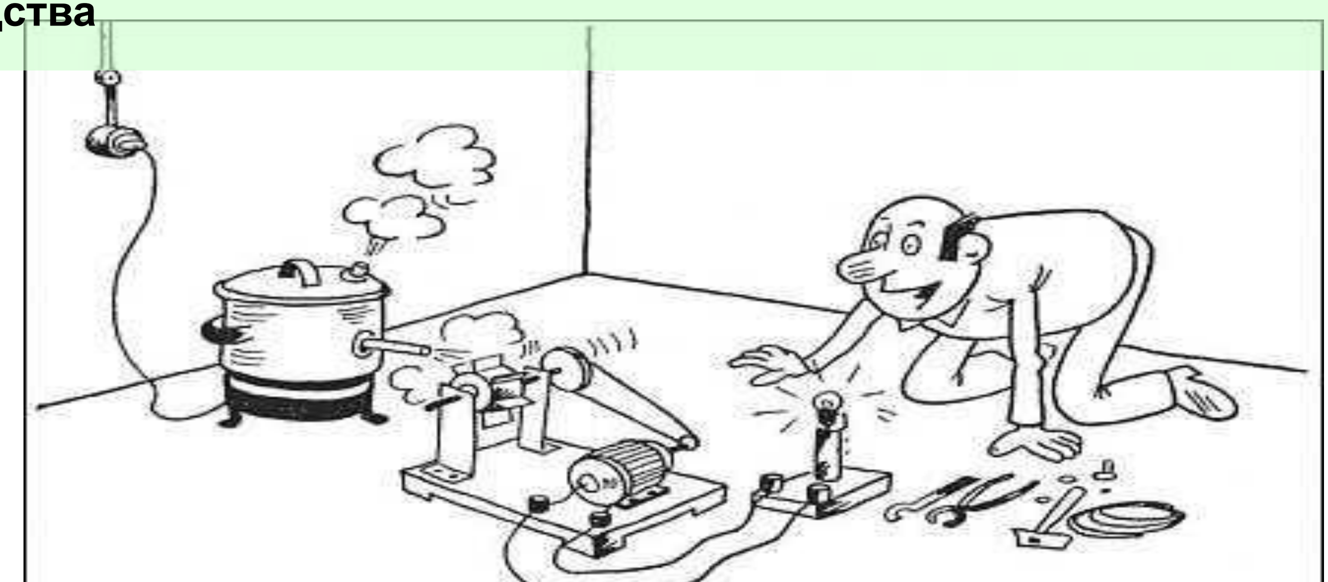



*Рис. 10.10.* **Возможные варианты изменения экономической эффективности при увеличении масштаба производства**

1 увеличиваем каждый вводимый фактор в Z раз => уровень выпуска

продукции также увеличивается ...

... если h = Z, то экономическая эффективность не изменилась;

... пропорциональным увеличением факторов

... вводимых фактора производства

если h < Z, то экономическая эффективность уменьшилась

производства и экономической эффективностью

$Q = 5X_1 + 3X_2 + 0{,}5X_3$

$h \ ? \ Z$

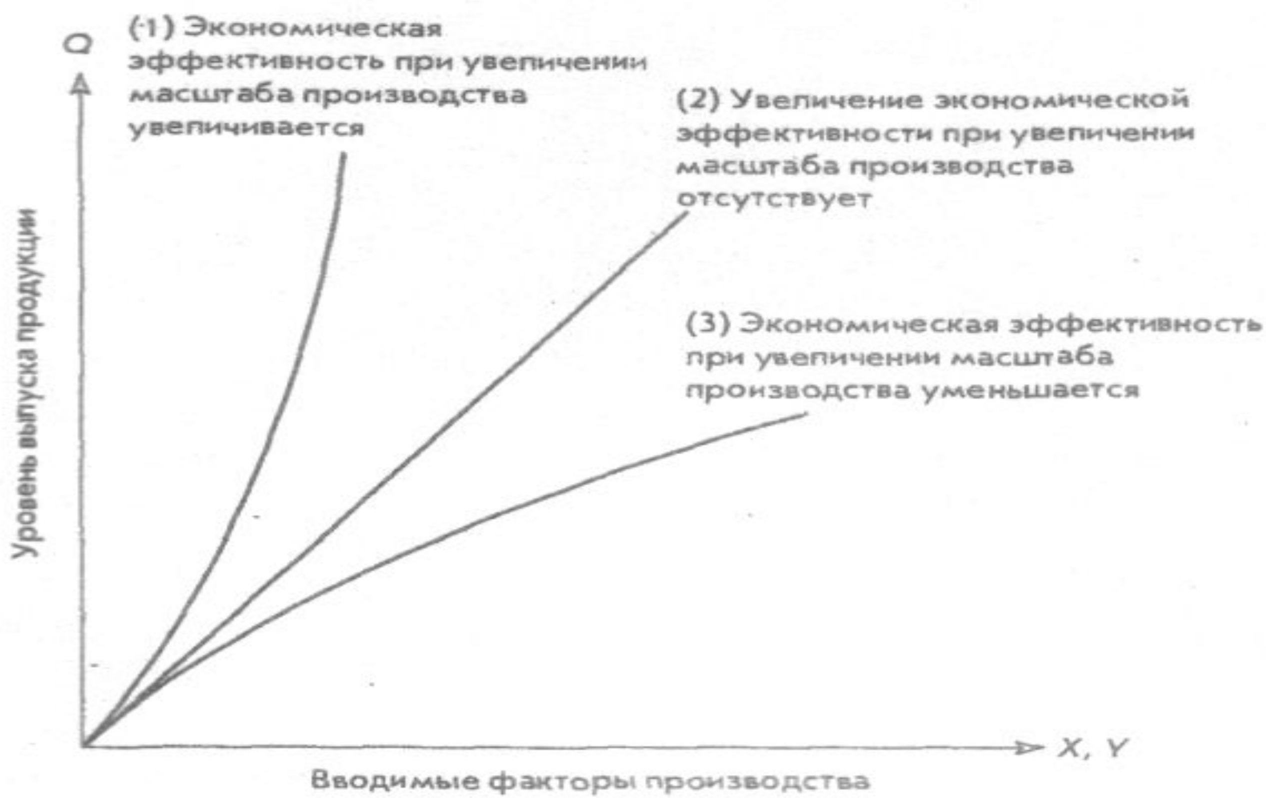



**Рис. 10.10.** Возможные варианты изменения экономической эффективности при увеличении масштаба производства

EX:

**Пропорциональное увеличение производственной функции означает умножение каждого члена функции на некоторый множитель Z**


**Если затем Z может быть вынесена за скобки, то функция является однородной функцией степени n, где n – показатель степени Z (после вынесения за скобки)**

Если $n > 1$, то $h > Z$, что означает увеличивающийся эффект масштаба

Если $n = 1$, то $h = Z$, что означает неизменный эффект масштаба

Если $n < 1$, то $h < Z$, что означает уменьшающийся эффект масштаба

*Если функция является неоднородной, то она должна быть исследована путем присвоения переменным вводимым факторам производства конкретных числовых значений*

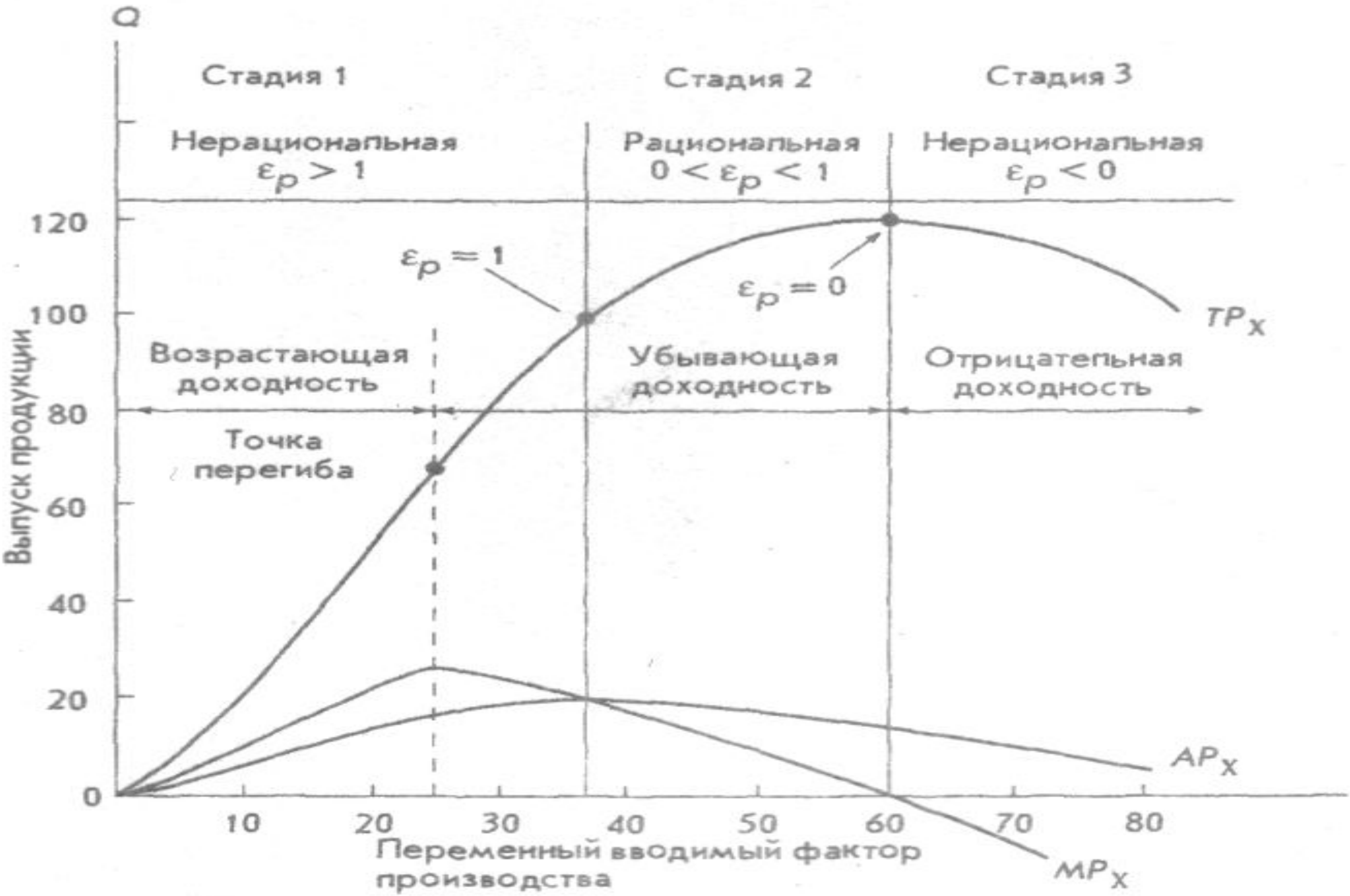



*Рис. 10.1.* **Соотношения производственной функции**

$$hQ = 5(kX_1) + 6(kX_2) + (kX_3). \tag{38}$$

Вынося за скобки величину $k$, получим

$$hQ = k(5X_1 + 6X_2 + X_3);$$
$$hQ = k(Q); \tag{39}$$
$$h = k \text{ или } h = k^1.$$

Показатель степени множителя $k$ представляет собой единицу. Следовательно, мы говорим, что функция $Q = 5X_1 + 6X_2 + X_3$ является однородной функцией первой степени. Поскольку величина $h = k$, заданная функция приводит к тому, что увеличение экономической эффективности при расширении масштаба производства отсутствует. Но если мы пропорционально увеличим функцию

$$Q = X_1^{0,4}X_2^{0,3}X_3^{0,1} \tag{40}$$

в $k$ раз, то мы получим

$$hQ = (kX_1)^{0,4}(kX_2)^{0,3}(kX_3)^{0,1} = k^{0,8}(X_1^{0,4}X_2^{0,3}X_3^{0,1}); \tag{41}$$
$$hQ = k^{0,8}(Q);$$
$$h = k^{0,8}.$$

Следовательно, $h < k$.

Эта функция является однородной функцией степени 0,8 (со степенью однородности 0,8). Поскольку $h < k$, указанная функция приводит к уменьшению экономической эффективности производства при увеличении его масштаба. Общее правило заключается в следующем:

если $n > 1$, то $h > k$, что означает увеличивающийся эффект масштаба;
если $n = 1$, то $h = k$, что означает неизменный эффект масштаба;
если $n < 1$, то $h < k$, что означает уменьшающийся эффект масштаба.