

# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

# Ключевые слова

- система счисления
- цифра
- алфавит
- позиционная система счисления
- основание
- развёрнутая форма записи числа
- свёрнутая форма записи числа
- двоичная система счисления
- восьмеричная система счисления
- шестнадцатеричная система счисления



# Общие сведения

**Система счисления** - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

**Цифры** - знаки, при помощи которых записываются числа.

**Алфавит** системы счисления - совокупность цифр.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	- 30
·ā·	·b·	·g·	·d·	·e·	·s·	·z·	·h·	·q·	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	
·r·	·k·	·l·	·m·	·n·	·z̄·	·o·	·p·	·c·	50
100	200	300	400	500	600	700	800	900	
·p·	·g·	·t·	·v·	·f·	·x·	·ψ·	·w·	·ц·	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	
·ai·	·bi·	·gi·	·di·	·ei·	·si·	·zi·	·hi·	·oi·	
222	319	431	988						
·СКВ·	·ТФІ·	·УЛА·	·ЦПИ·						
222	319	431	988						
1000	2000	20000	43000						
·А·	·В·	·К·	·МГ·						
10000	300000	4000000	80000000						



Вав  
Ег  
Древнеславянская система счисления

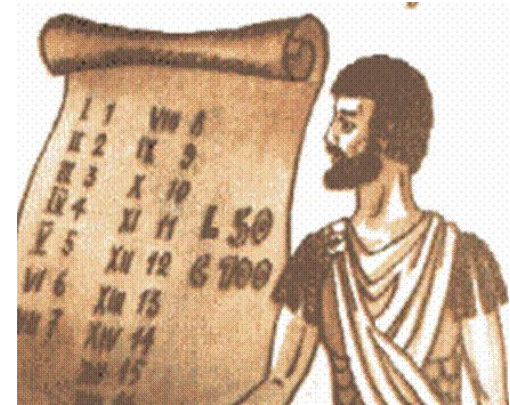
ления  
ления

# Непозиционная система счисления

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

## Римская система счисления

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		



Здесь **алгоритмические** числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

# Позиционная система счисления

Система счисления называется *позиционной*, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

# Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400 г. н. э.**



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г. н. э.**

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

Примерно в **1200 г. н. э.** эту нумерацию начали применять в Европе.



# Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием  $q$  любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Здесь:

$A$  — число;

$q$  — основание системы счисления;

$a_i$  — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

$n$  — количество целых разрядов числа;

$m$  — количество дробных разрядов числа;

$q^i$  — «вес»  $i$ -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи**.

# Развёрнутая форма

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

*Примеры* записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0,125 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$14351,1 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$$



# Двоичная система счисления

**Двоичной системой счисления** называется позиционная система счисления с основанием 2.

**Двоичный алфавит:** 0 и 1.

Для целых двоичных чисел можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_0 \times 2^0$$

Например:



**Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа**

# Правило перевода целых десятичных чисел в двоичную систему счисления

$$\frac{a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_1 \times 2^1 + a_0}{2} = a_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + a_1 \text{ (остаток } a_0)$$

$$\frac{a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_1}{2} = a_{n-1} \times 2^{n-3} + \dots + a_2 \text{ (остаток } a_1)$$

$$\frac{a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_2}{2} = a_{n-1} \times 2^{n-4} + \dots + a_3 \text{ (остаток } a_2)$$

...

На  $n$ -м шаге получим набор цифр:  $a_0 a_1 a_2 \dots a_{n-1}$

# Восьмеричная СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

**Восьмеричной системой счисления** называется позиционная система счисления с основанием 8.

**Алфавит:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1}\times 8^{n-1} + a_{n-2}\times 8^{n-2} + \dots + a_0\times 8^0$$

**Пример:**  $1063_8 = 1\times 8^3 + 0\times 8^2 + 6\times 8^1 + 3\times 8^0 = 563_{10}$ .

Для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения.

Для перевода целого десятичного числа в восьмеричную систему счисления следует последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на 8 до тех пор, пока не получим частное, равное нулю.

# Шестнадцатеричная система

## СЧИСЛЕНИЯ

**Основание:**  $q = 16$ .

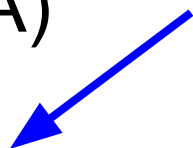
**Алфавит:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$3AF_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$$

Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления:

154		16	
-144	9	16	
10	9	0	

(A)



$$154_{10} = 9A_{16}$$

# Правило перевода целых десятичных чисел в систему счисления с основанием $q$

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего полученного остатка.



# Самое главное

**Система счисления** — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

В позиционной системе счисления с основанием  $q$  любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Здесь:

$A$  — число;

$q$  — основание системы счисления;

$a_i$  — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

$n$  — количество целых разрядов числа;

$m$  — количество дробных разрядов числа;

$q^i$  — «вес»  $i$ -го разряда.



# Опорный конспект

**Система счисления** — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

**Цифры** - знаки, при помощи которых записываются числа.

**Алфавит** - совокупность цифр системы счисления.



В позиционной системе счисления с основанием  $q$  любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m}).$$

Система счисления	Алфавит	Основание
Двоичная	0,1	2
Восьмеричная	0,1,2,3,4,5,6,7	8
Десятичная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	10
Шестнадцатеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F	16



## Задания

Выполнить перевод чисел:

1).  $25_{10} = ?_2$   $11001_2$

2).  $111101_2 = ?_{10}$   
 $= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 61_{10}$

3).  $145_{10} = ?_8$

4)  $175_8 = ?_{10}$

5).  $233_{10} = ?_{16}$

6).  $2C5_{16} = ?_{10}$

Д/3

$$1) 172_{10} = ?_2$$

$$2) 111011_2 = ?_{10}$$

$$3) 96_{10} = ?_8$$

$$4) 73_8 = ?_{10}$$

$$5) 192_{10} = ?_{16}$$

$$6) A3C_{16} = ?_{10}$$

gnpushkareva@gmail.com