ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1
Определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах изделия.

В соответствии с ГОСТ 27.002-2015

- **Надежность** - свойство объекта сохранять во времени способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением:

$$\overline{P}(t) = \frac{\left[N_0 - n(t)\right]}{N_0} \qquad (1.1)$$

где: N_0 - число испытуемых элементов;

$n(t)$ - число отказавших элементов за время t;

$\overline{P}(t)$ - статистическая оценка вероятности безотказной работы. На практике иногда более удобной характеристикой является вероятность отказа $Q(t)$.

Для **вероятности отказа по статистическим данным** справедливо соотношение

$$\overline{Q}(\mathrm{t}) = 1 - \overline{P}(t) \qquad (1.\ 2)$$

Частота отказов по статистическим данным об отказах определяется выражением

$$\overline{f}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t} \qquad (1.3)$$

где: $n(\Delta t)$ - число отказавших элементов в интервале времени Δt.

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\overline{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{ср} \cdot \Delta t} \qquad (1.4)$$

где: $N_{ср} = (N_i + N_{i+1}) / 2$ - среднее число исправно работающих элементов в интервале Δt;

N_i - число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt;

N_{i+1} - число элементов, исправно работающих в конце интервала Δt.

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$\bar{T}_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N_0} \qquad (1.5)$$

где: t_i - время безотказной работы i-го элемента;
N_0 - число исследуемых элементов.

Решение типовых задач

Задача 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 3000 час. отказало 80 ламп.
Требуется определить $\bar{P}(t)$ *и* $Q(t)$ при t = 3000 час.

Решение. В данном случае N_0= 1000; n(t)=1000-80=920. По формулам (1.1) и (1. 2) определяем

$$\overline{P}(t) = (3000) = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92$$

или

$$\overline{Q}(\mathrm{t}) = 1 - \overline{P}(3000) = 1 - 0,92 = 0,08$$

Задача 1.2. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп, а за интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов ламп в промежутке времени 3000 - 4000 час.

Решение:

В данном случае N_0=1000 ламп; t=3000 час; Δt =1000 час; $n(\Delta t)$=50 ламп; $N_{ср}$=895 ламп.

По формулам (1.3) и (1.4) находим

$$\bar{f}(t_{3000-4000}) = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} (\frac{1}{час})$$

$$\bar{\lambda}(t_{3000-4000}) = \frac{50}{895 \cdot 1000} = 5,59 \cdot 10^{-5} (\frac{1}{час})$$

Задача 1.3. На испытание поставлено N = 400 изделий. За время t = 3000 час отказало 200 изделий. За интервал времени (t, t+Δt) , где Δt= 100 час, отказало 100 изделий.

Требуется определить:, $\bar{P}_{(3000)}$, $\bar{P}_{(3000\text{-}3100)}$ $\bar{\lambda}(_{3000-3100})$

Решение: По формулам находим

$$\bar{P}(t) = (3000) = \frac{200}{400} = 0,5$$

$$\bar{\lambda}(t_{0\div 3000}) = \frac{200}{300 \cdot 3000} = 0{,}0002\ (\frac{1}{\text{час}})$$

$$\bar{P}(t) = (_{3000\text{-}3100}) = \frac{100}{400} = 0{,}25$$

Не верно

$$\bar{\lambda}(t_{3000-3100}) = \frac{100}{150 \cdot 100} = 6,67 \cdot 10^{-3} (\frac{1}{час})$$

Задача1.4. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения T_i (T_i - время безотказной работы *i-го* изделия): T_1 =280 час; T_2 = 360 час; T_3 =400 час; T_4 =320 час; T_5 =380 час; T_6 =330 час.

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия $\overline{T}_{ср.}$

Решение: По формуле (1.5) имеем

$$\bar{T}_{ср} = \frac{280+360+400+320+380+330}{6} = \frac{2070}{6} = 345_{час}$$

Задача 1.5. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов.

Время восстановления $\overline{T}_{вост.}$ составило:
t_1 =12ч.; t_2=23ч.; t_3 =15ч.; t_4=9ч.; t_5=17ч.; t_6=28ч.; t_7=25ч.; t_8=31ч. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры .

Решение:

$$\overline{T}_{вост.} = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20_{час}$$

Задача 1.5. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов.

Время восстановления $\overline{T}_{вост.}$ составило:
t_1 =12ч.; t_2=23ч.; t_3 =15ч.; t_4=9ч.; t_5=17ч.; t_6=28ч.; t_7=25ч.; t_8=31ч. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры .

Решение:

$$\bar{T}_{вост.} = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20_{час}$$

Задача 1.6. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл.1.1. Требуется определить время безотказной работы изделия по статистическим данным.

Таблица 1.1

t_i,час.	n_i	t_i,час.	n_i	t_i,час.	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0		
25-30	6	55-60	0		

Решение. В данном случае $T_{ср1}$=2,5; $T_{ср2}$=7,5; $T_{ср3}$=12,5; $T_{ср4}$=17,5; $T_{ср5}$=22,5; $T_{ср6}$=27,5; $T_{ср7}$=32,5; $T_{ср8}$=37,5; $T_{ср9}$=42,5; $T_{ср10}$=47,5; $T_{ср11}$=52,5; $T_{ср12}$=57,5; $T_{ср13}$=62,5; $T_{ср14}$=67,5; $T_{ср15}$=72,5; $T_{ср16}$=77,5.

Тогда среднее время безотказной работы изделия

$$\bar{T}_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{m} T_{срi} \cdot n_i}{N_0} = \frac{\begin{gathered}1\cdot 2,5+5\cdot 7,5+8\cdot 12,5+2\cdot 17,5+5\cdot 22,5+6\cdot 27,5+4\cdot 32,5+3\cdot 37,5+\\ +0\cdot 42,5+1\cdot 47,5+0\cdot 52,5+0\cdot 77,5+3\cdot 62,5+3\cdot 67,5+3\cdot 72,5+1\cdot 77,5\end{gathered}}{45} = 31,7_{час.}$$

Расчет надежности параллельно-последовательных структур.

Экспоненциальный закон распределения. Этот закон называемый также основным законом надёжности, часто используют для прогнозирования надёжности в период нормальной эксплуатации изделий, когда *постепенные отказы* ещё не проявились и надёжность характеризуется *внезапными отказами*. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную *интенсивность*.

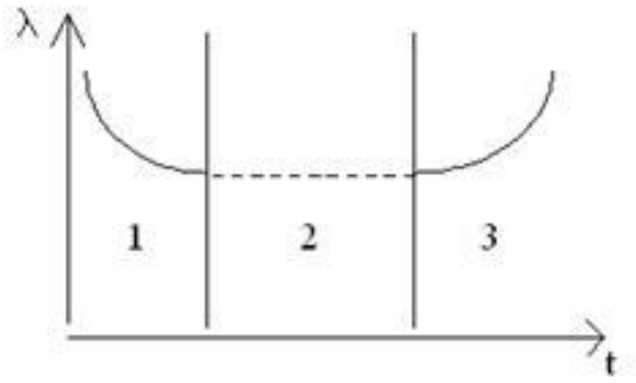
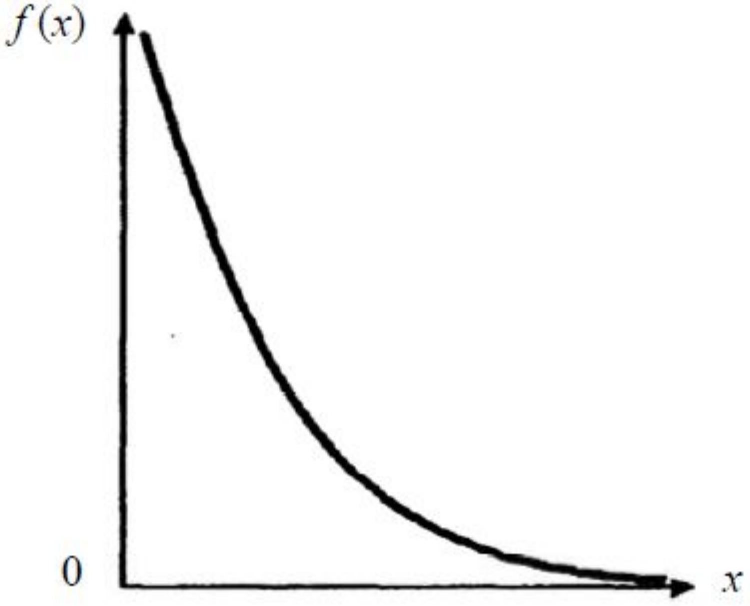


График плотности распределения экспоненциального закона изображен на рисунке:

Плотность распределения экспоненциального закона описывается соотношением

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$



e = 2,71828 – основание натурального логарифма;

Функция распределения экспоненциального (показательного) закона.

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x};$$

функция надёжности

$$P(x) = 1 - F(x) = e^{-\lambda x};$$

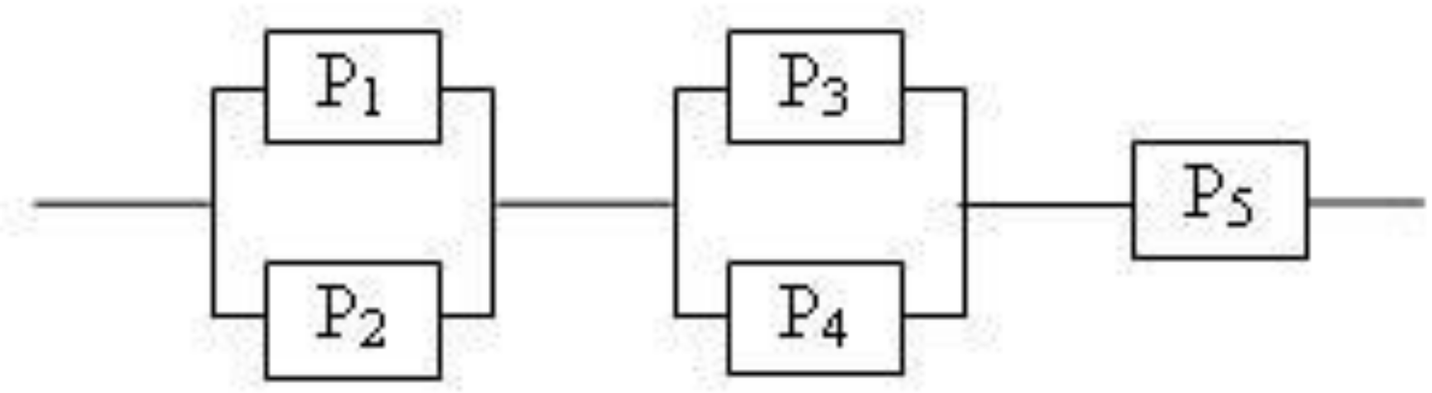
математическое ожидание случайной величины X

$$M_x = \int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda};$$

дисперсия случайной величины X

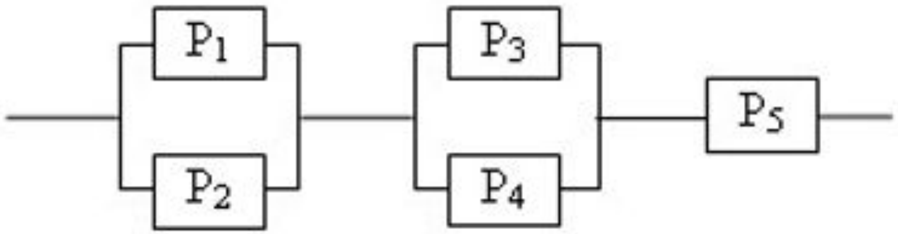
$$D_x = \int_0^\infty x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Задача 1. Определить надежность схемы, если p_i - надежность *i-го* элемента известна



Решение. Разобьем цепь на **три** последовательно соединенных блока. И вычислим надежность каждого блока отдельно. Первый блок пропускает электрический ток в трех случаях: если исправен первый элемент и неисправен второй; если исправен второй элемент и неисправен первый; и если оба элемента исправны. Таким образом, надежность этого блока может быть представлена суммой:

$$p_1(1-p_2)+p_2(1-p_1)+p_1\cdot p_2$$



Однако проще надежность этого элемента вычислить через вероятность противоположного события. Вычислим вероятность того, что блок не пропускает ток и надежность найдем по формуле вероятности противоположного события. Блок не исправен только в случае когда и первый и второй элементы неисправны:

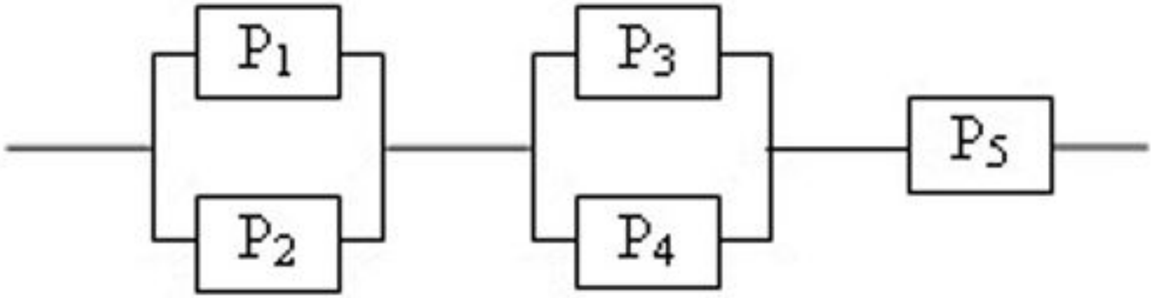
$$(1\text{-}p_1)(1\text{-}p_2)$$

следовательно, надежность блока может быть вычислена как разность:

$$1\text{-}(1\text{-}p_1)(1\text{-}p_2)$$

Аналогично вычисляется надежность второго блока:

$$1\text{-}(1\text{-}p_3)(1\text{-}p_4)$$



Теперь, зная надежности трех последовательно соединенных блоков, вычислим надежность цепи в целом. Схема пропускает ток только если все три блока исправны, то есть надежность схемы:

$$(1\text{-}(1\text{-}p_1)(1\text{-}p_2))\,(1\text{-}(1\text{-}p_3)(1\text{-}p_4))p_5$$

Задача 2. Два одинаковых вентилятора в системе работают параллельно, если один из них выходит из строя, то другой способен работать при полной системной нагрузке без изменения своих характеристик надежности.

Требуется найти безотказность системы в течение 400 *ч* при условии, что интенсивности отказов двигателей вентиляторов постоянны и равны λ=0,0005 $ч^{-1}$, отказы двигателей статистически независимы и оба вентилятора начинают работать в момент времени t=0.

Решение. В случае идентичных элементов формула для расчета вероятности безотказной работы параллельно соединенных элементов

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - e^{-\lambda_i t})$$

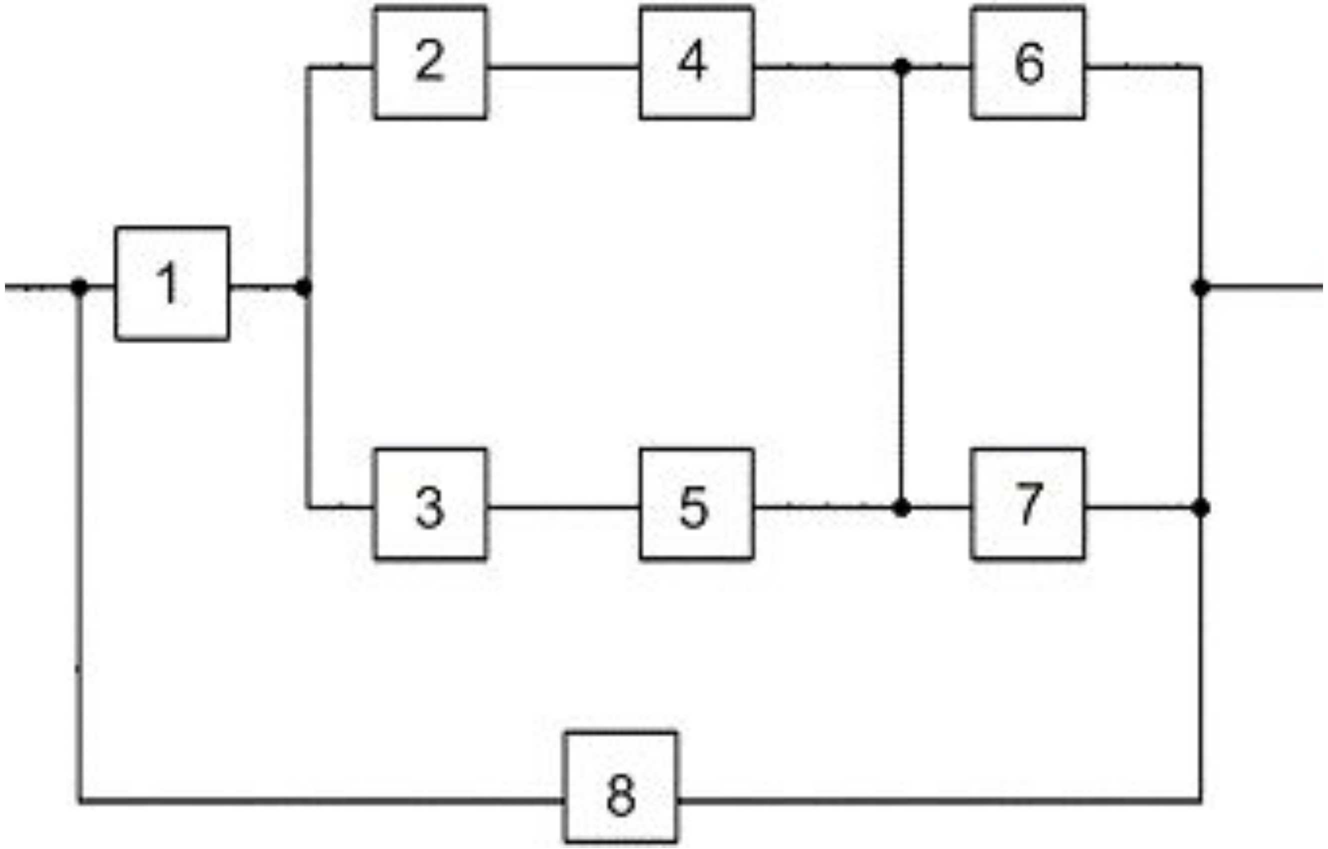
Имеет вид:

$$P(t) = 2 \cdot e^{-\lambda \cdot t} - e^{-2 \cdot \lambda \cdot t}$$

Поскольку $\lambda = 0{,}0005$ ч$^{-1}$ и $t = 400$ ч, то

$$P_{(400)} = 2 \cdot e^{(-0{,}0005 \cdot 400)} - e^{(-2 \cdot 0{,}0005 \cdot 400)} = 0{,}9671.$$

Задача 3. Изделие представлено, как некоторая структура, составленная из ряда взаимосвязанных элементов.



Интенсивности безотказной работы элементов:

$\lambda_1 = 2.39 \cdot 10^{-5}$

$\lambda_2 = 4.51 \cdot 10^{-5}$

$\lambda_3 = 6.43 \cdot 10^{-5}$

$\lambda_4 = 8.33 \cdot 10^{-5}$

$\lambda_5 = 10.43 \cdot 10^{-5}$

$\lambda_6 = 12.53 \cdot 10^{-5}$

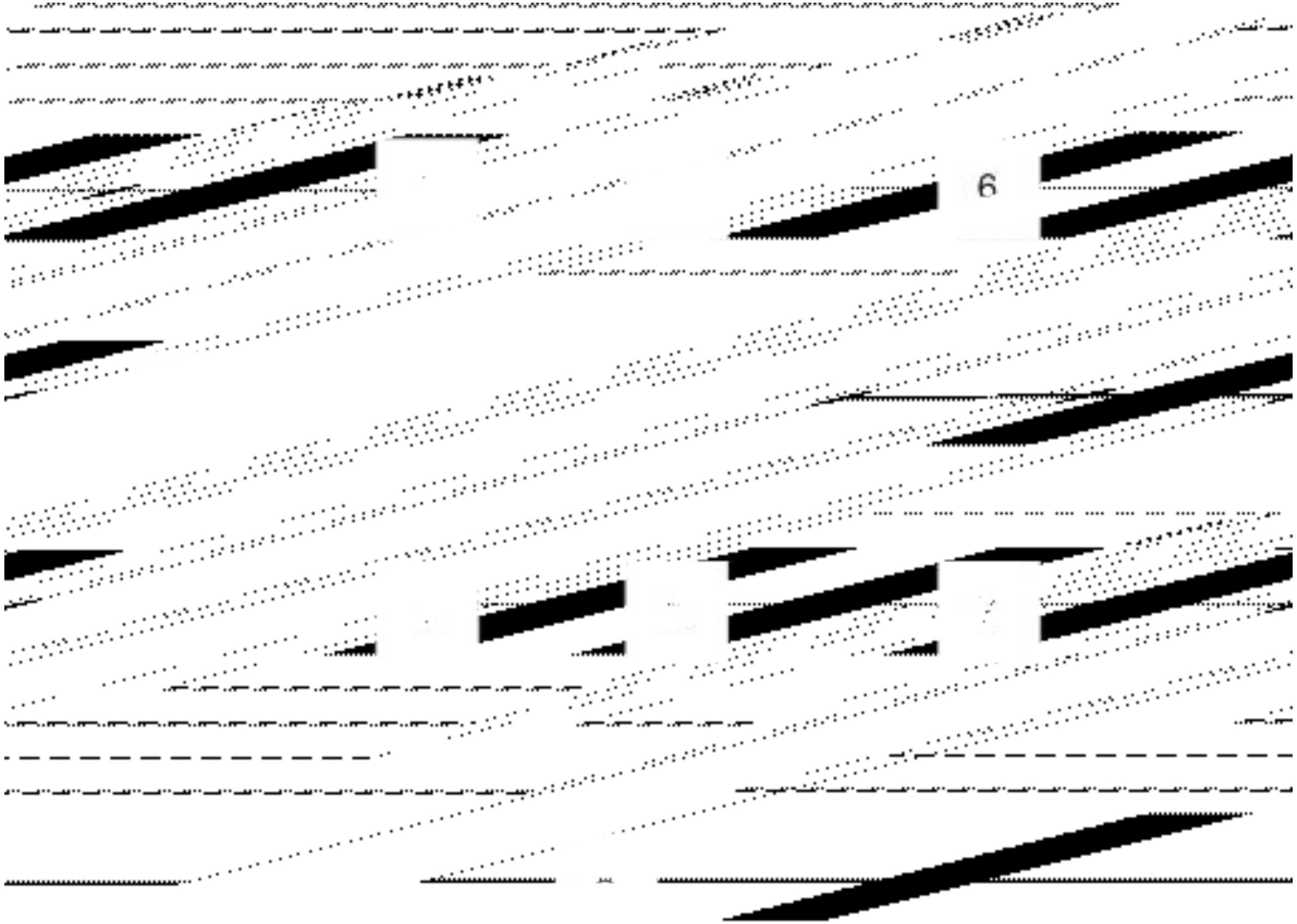
$\lambda_7 = 15.23 \cdot 10^{-5}$

Необходимо:

- рассчитать общую надежность изделия;
- определить среднее время наработки на отказ;
- построить графики функций надежности и ненадежности.

Время работы:
$t = 1000$ часов.

Перед расчетом сформулируем условие безотказной работы: устройство безотказно работает, если в безотказном состоянии будет находиться элемент 1 и 2, и 4, или 3 и 5, и 6 или 7, или хотя бы элемент 8.



Вероятность безотказной работы каждого отдельного элемента вычисляется по формуле:

$$P(t)=e^{-\lambda t}$$

$$P_1(1000)=e^{-2,39\cdot 10^{-5}\cdot 1000}$$ $P_1(1000)=0,976;$

$P_2(1000)=0,956;$ $P_5(1000)=0,9;$

$P_3(1000)=0,938;$ $P_6(1000)=0,882;$

$P_4(1000)=0,92;$ $P_7(1000)=0,859.$

Рассчитаем надежности структурных блоков, представленных на схеме.

$P_I(1000) = P_2(1000) \cdot P_4(1000) =$0,956·0,92=0,8795

$P_{II}(1000) = P_3(1000) \cdot P_5(1000) =$0,938·0,9=0,8442

$P_{III}(1000) = P_I(1000) + P_{II}(1000) - P_I(1000) \cdot P_{II}(1000) =$0,98123

$P_{IV}(1000) = P_6(1000) + P_7(1000) - P_6(1000) \cdot P_7(1000) =$0,9834

$P_V(1000) = P_I(1000) \cdot P_{III}(1000) =$0,976·0,98123=0,95768

$P_{VI}(1000) = P_{IV}(1000) \cdot P_V(1000) =$0,9834·0,95768=0,9417

$P_8(1000)$=0,9417

$P_{общ}(1000) = P_{VI}(1000) + P_8(1000) - P_{VI}(1000) \cdot P_8(1000) =$0,9966

Исходя из полученной вероятности всего изделия, получим его интенсивность:

$$\lambda = lnP_{общ} \cdot \left(\frac{1}{-1000}\right) = 3{,}41 \cdot 10^{-6}$$

Среднее время наработки на отказ:

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{3{,}41 \cdot 10^{-6}} = 293255{,}13$$

Функции надежности и ненадежности выглядят следующим образом:

$$P(t)=e^{-3{,}41\cdot10^{-6}t}$$

$$Q(t)=1 - e^{-3{,}41\cdot10^{-6}t}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.7. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. За интервал времени 4000 - 4100 час. отказало ещё 20 изделий. Требуется определить:

$$\overline{P}(4000) \quad \overline{P}(4100) \quad \overline{f}(4000) \quad \overline{\lambda}(_{4000-4100})$$

Задача 1.8. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. Требуется определить

$$\overline{P}(4000) \quad \overline{Q}(4000)$$

Задача 1.9. В течение 1000 час из 10 однотипных блоков отказало 2. За интервал времени 1000 - 1100 час. отказал еще один блок.

Требуется определить $\overline{f}(1000)$ $\overline{\lambda}(_{1000-1100})$

Задача 1.10. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп. За интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп.

Требуется определить: $\overline{P}(4000)$ $\overline{Q}(4000)$

Задача 1.11. На испытание поставлено 1000 изделий. За время t=1300 час. вышло из строя 288 штук изделий. За последующий интервал времени 1300-1400 час. вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо вычислить:

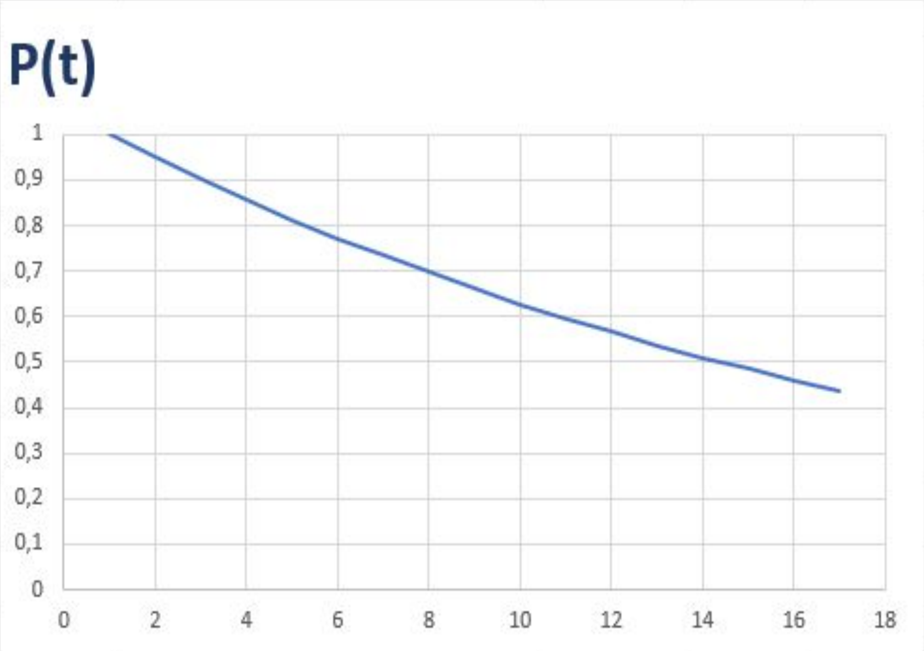
$$\overline{P}(1300) \quad \overline{P}(1400) \quad \overline{f}(1300) \quad \overline{\lambda}(1300)$$

Время	P(t)
0	1
1000	0,95
2000	0,9
3000	0,86
4000	0,81
5000	0,77
6000	0,73
7000	0,7
8000	0,66
9000	0,63
10000	0,6
11000	0,57
12000	0,54
13000	0,51
14000	0,49

λ= 5,16796E-05

$$\bar{P}(t)=e^{-\lambda\cdot t}$$

$$\bar{\lambda}(t)=\frac{n(\Delta t)}{N_{ср}\cdot\Delta t}$$



Задача. На испытание поставлено N=1000 + ($№_{вар}$ × 100) изделий. За время t=1300 час. вышло из строя $n=\left(№_{вар} \times №_{вар}\right) + 30$ штук изделий. Спрогнозировать количество отказавших элементов за последующий интервал времени Δt = (1300÷2000) час., а также вычислить: $\bar{P}(1300), \bar{P}(1300 \div 2000), \bar{f}(1300), \bar{\lambda}(1300)$.

Вариант №10

	P(t)	%	N(t)	n(1300-2000)
t=1300	0,935	93,502	1870	66
t=2000	0,902	90,180	1804	

Вариант	ФИО
11	Авагян Амбарцум Геворгович
13	Аликина Екатерина Николаевна
15	Блохина Александра Юрьевна
17	Бушуева Светлана Олеговна
19	Вотинцев Денис Олегович
21	Дьяконов Алексей Игоревич
23	Жижина Екатерина Владимировна
25	Колода Данил Михайлович
27	Колыванова Мария Александровна
29	Кузьмина Полина Дмитриевна
31	Половинкин Кирилл Русланович
33	Рахмангулов Илья Ринатович
35	Ходжиев Джонибег Давлатхужаевич