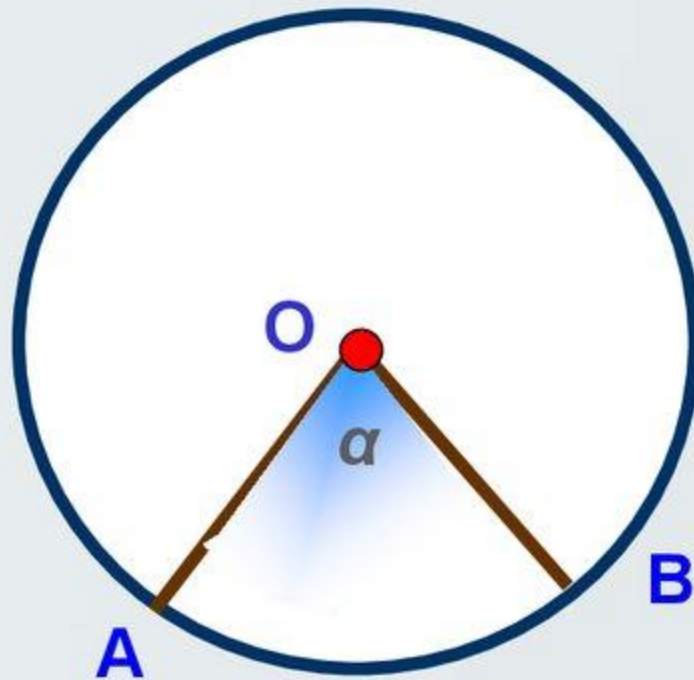


**«Углы и отрезки,
связанные с
окружностью»**

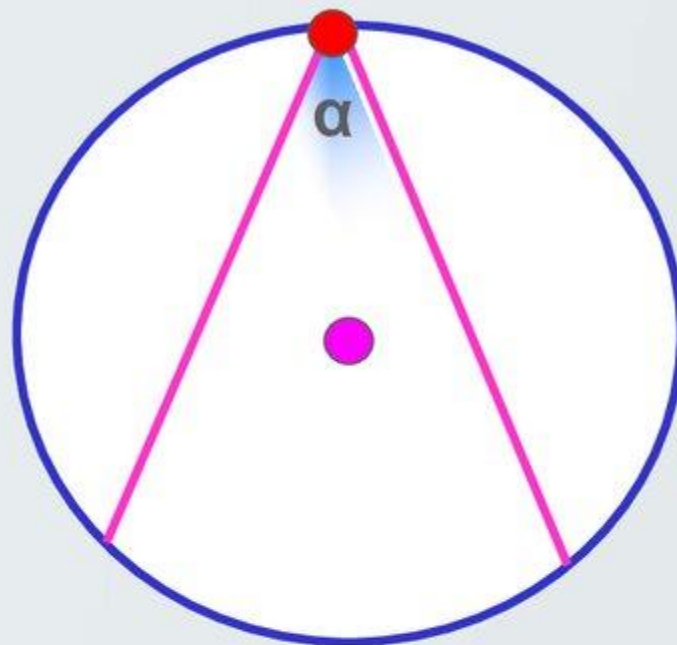
**повторение 11 класс
п.85-89**

Центральный угол



Угол с вершиной в центре
окружности называется
центральным углом

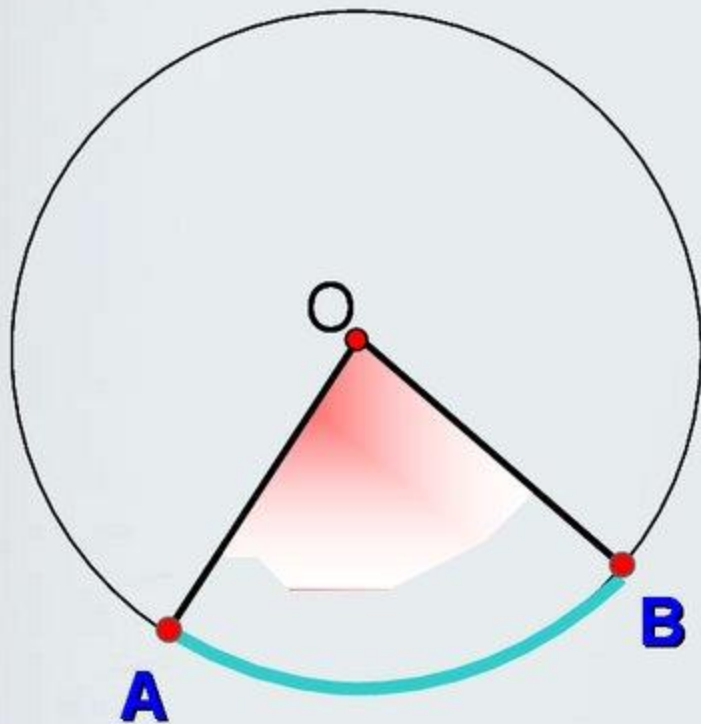
Вписанный угол



Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется

вписанным углом

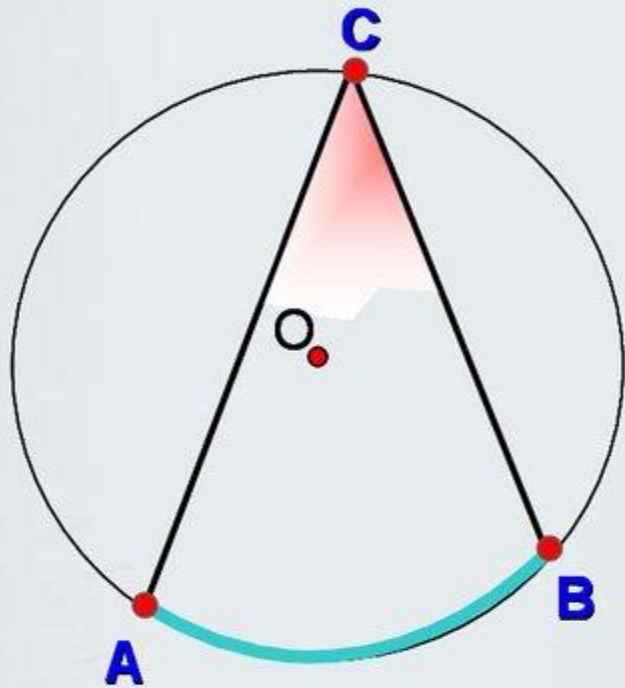
Теорема о центральном угле



Градусная мера
центрального угла
равна градусной мере
дуги, на которую он
опирается.

$$\angle AOB = \cup AB$$

Теорема о вписанном угле



Вписанный угол
измеряется **половиной**
дуги, на которую он
опирается

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

Свойство вписанного угла

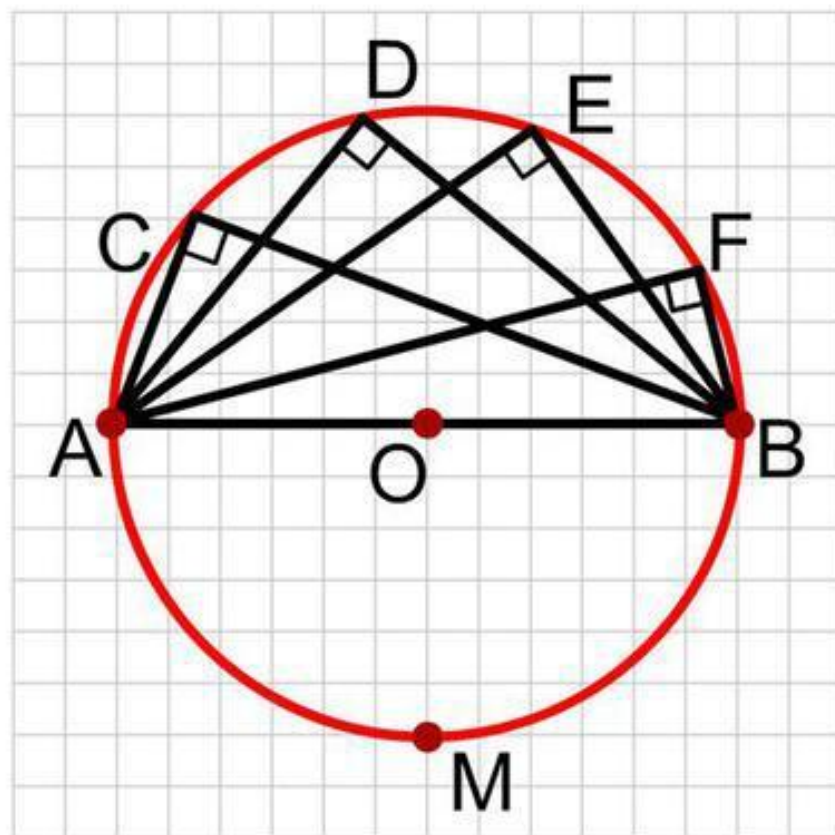
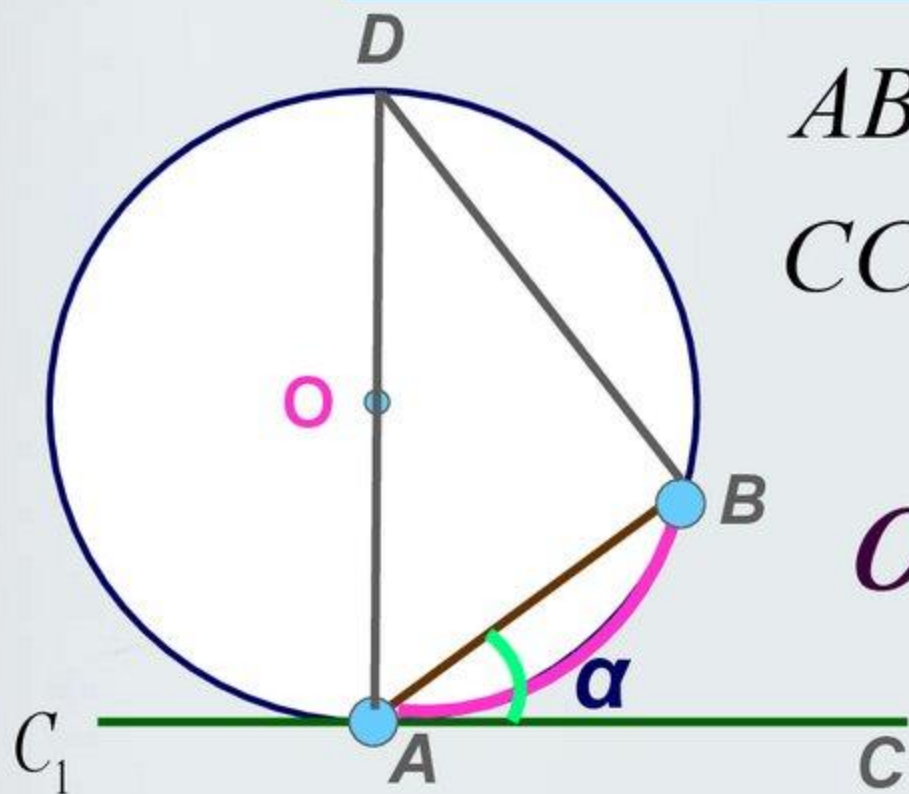


Рисунок 2.

**Вписанный угол,
опирающийся
на диаметр,
прямой
(равен 90°)**

Угол между касательной и хордой

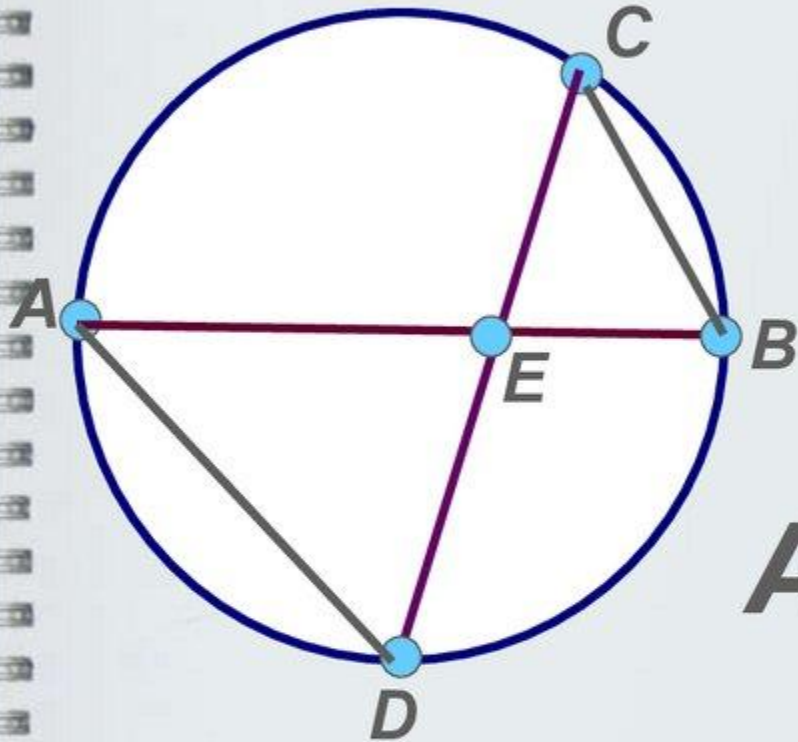


AB – хорда, $A \in CC_1$,
 CC_1 – касательная.

$$\alpha = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой, проходящей
через точку касания, измеряется **половиной**
заключенной в нем дуги

Теорема об отрезках пересекающихся хорд



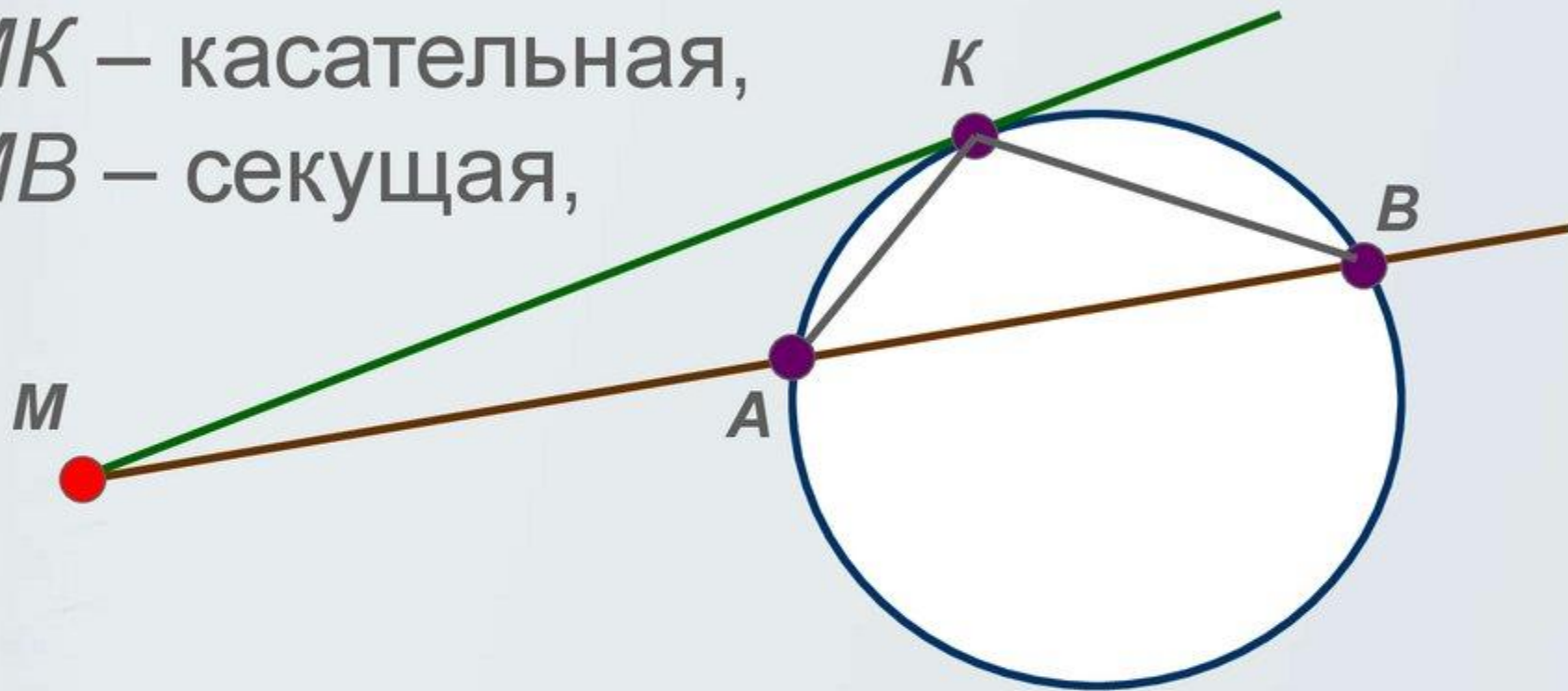
AB, CD – хорды,
 $AB \cap CD = E$.

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

Произведение отрезков одной из двух
пересекающихся хорд равно
произведению отрезков другой хорды.

Теорема о квадрате касательной

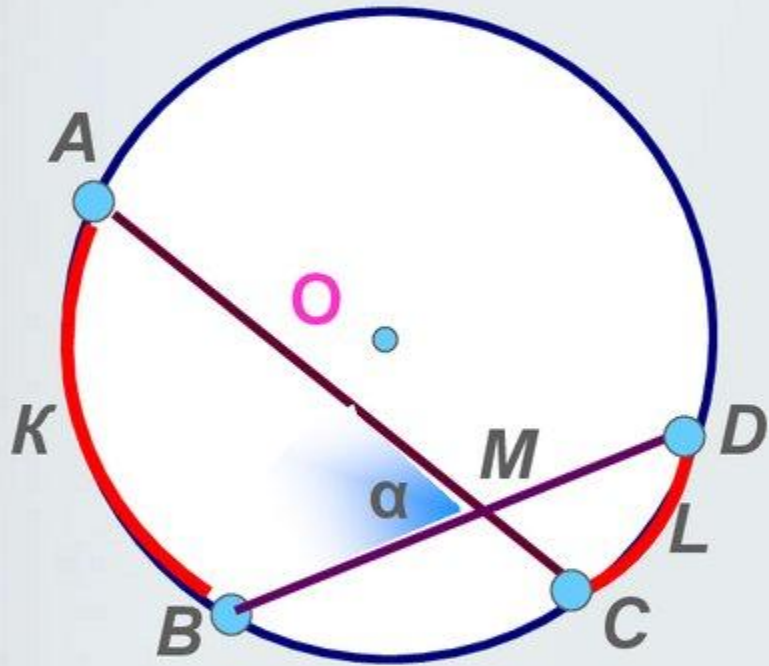
MK – касательная,
 MV – секущая,



Если через точку M проведены секущая, пересекающая окружность в точках A и B , и касательная MK (K – точка касания), то

$$MA \cdot MB = MK^2.$$

Угол между двумя пересекающимися хордами



AC, BD – хорды,
 $AC \cap BD = M$.

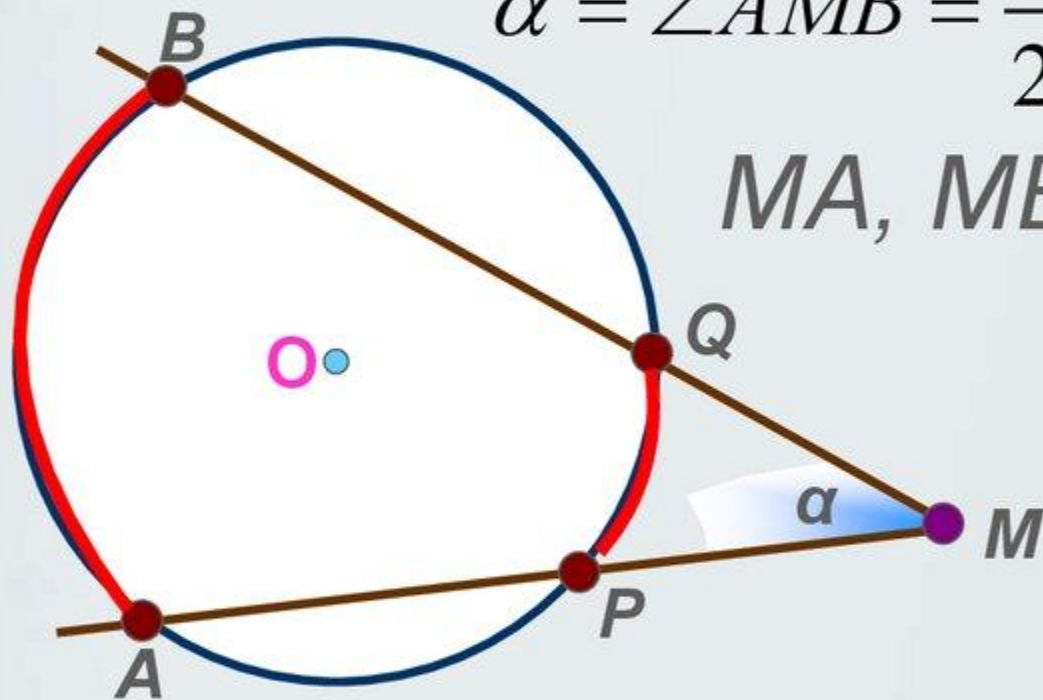
Угол между двумя
пересекающимися
хордами измеряется
полусуммой
заключенных между
ними дуг

$$\alpha = \angle AMB = \frac{1}{2} (\cup AKB + \cup CLD)$$

Угол между двумя секущими,
проведенными из одной точки

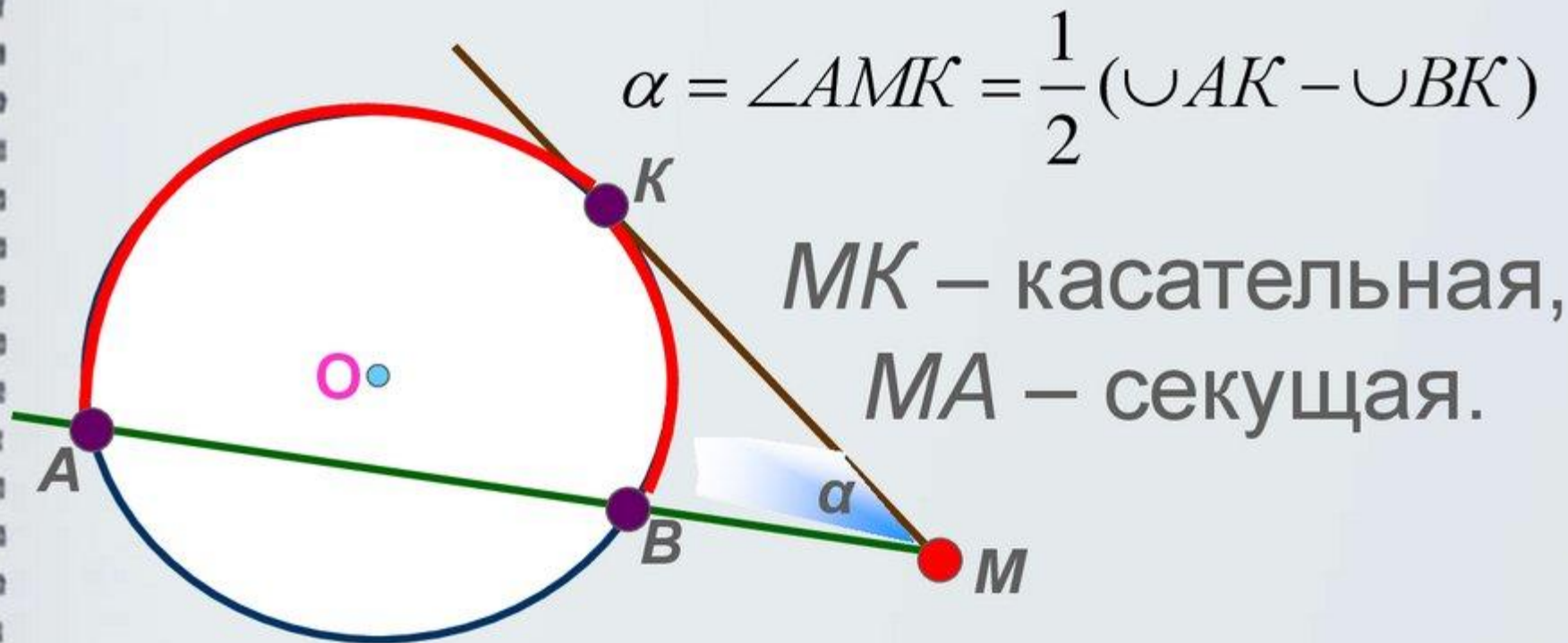
$$\alpha = \angle AMB = \frac{1}{2} (\cup AB - \cup PQ)$$

MA, MB – секущие



Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

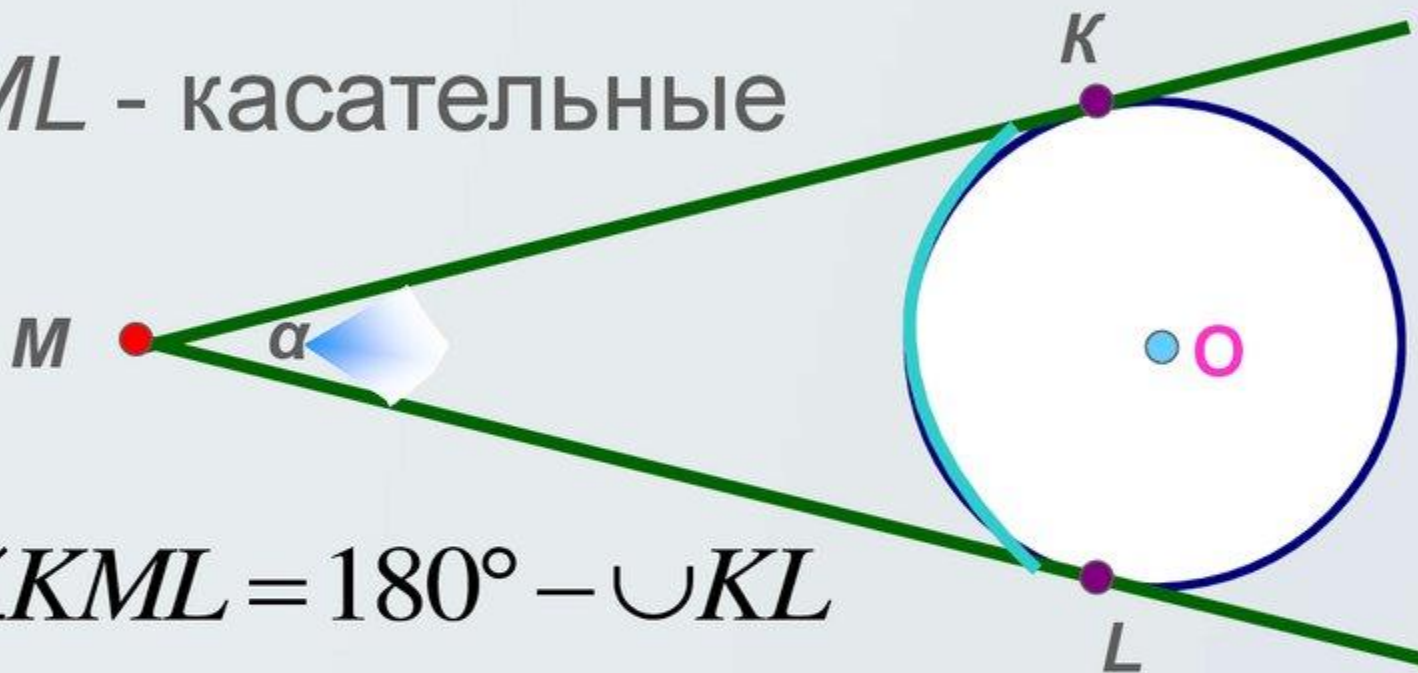
Угол между касательной и секущей,
проведенными из одной точки



Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между двумя касательными,
проведенными из одной точки

MK, ML - касательные

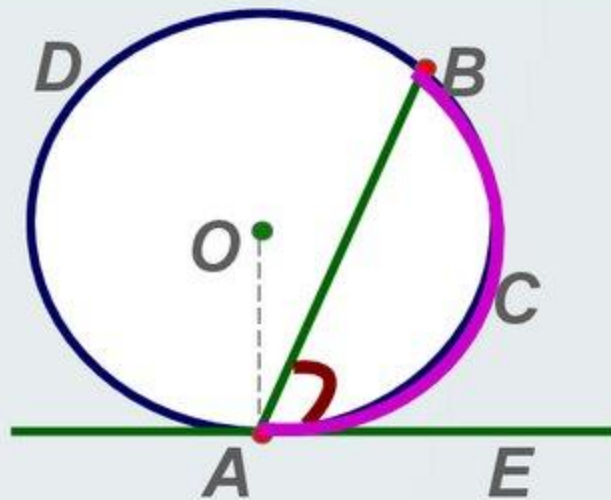


$$\alpha = \angle KML = 180^\circ - \cup KL$$

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен **180°** минус величина заключенной внутри него **дуги**, меньшей полуокружности.

Решение задач по готовым чертежам

1



Дано: $\cup ACB : \cup ADB = 3 : 5$

Найти: $\angle BAE$

Решение:

$$1) \angle BAE = \frac{1}{2} \cup ACB$$

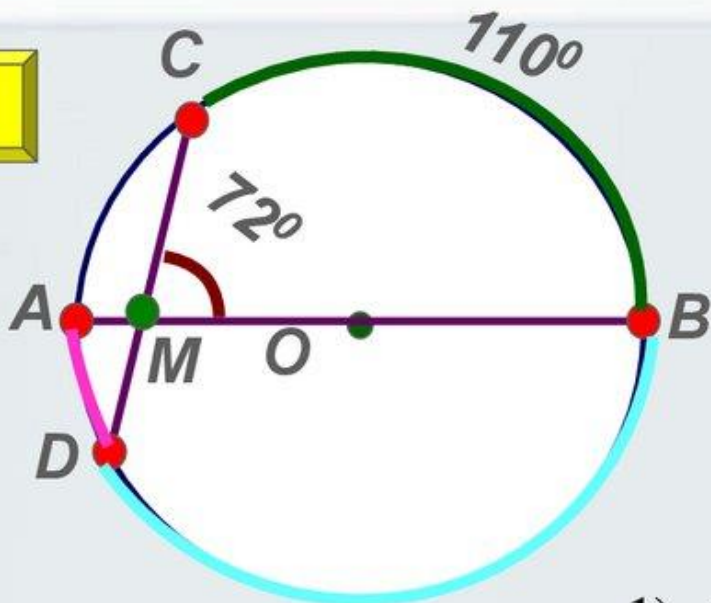
(по теореме об угле между касательной и хордой)

$$2) \cup ACB : \cup ADB = 3 : 5, \quad 3 + 5 = 8 \text{ частей}$$

$$\cup ACB + \cup ADB = 360^\circ, \quad \cup ACB = \frac{3}{8} \cdot 360^\circ = 135^\circ.$$

$$3) \quad \angle BAE = \frac{1}{2} \cdot 135^\circ = 67,5^\circ.$$

Ответ: $67,5^\circ$

2

Дано: $\angle CMB = 72^\circ$

$\cup CB = 110^\circ$

Найти: $\cup BD$

Решение:

$$1) \angle CMB = \frac{1}{2} (\cup BC + \cup AD)$$

(по теореме об угле между пересекающимися хордами).

$$2) \cup AD = 2 \cdot \angle CMB - \cup BC, \cup AD = 2 \cdot 72^\circ - 110^\circ = 34^\circ.$$

$$3) \cup BD = \cup ADB - \cup AD, \cup BD = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ.$$

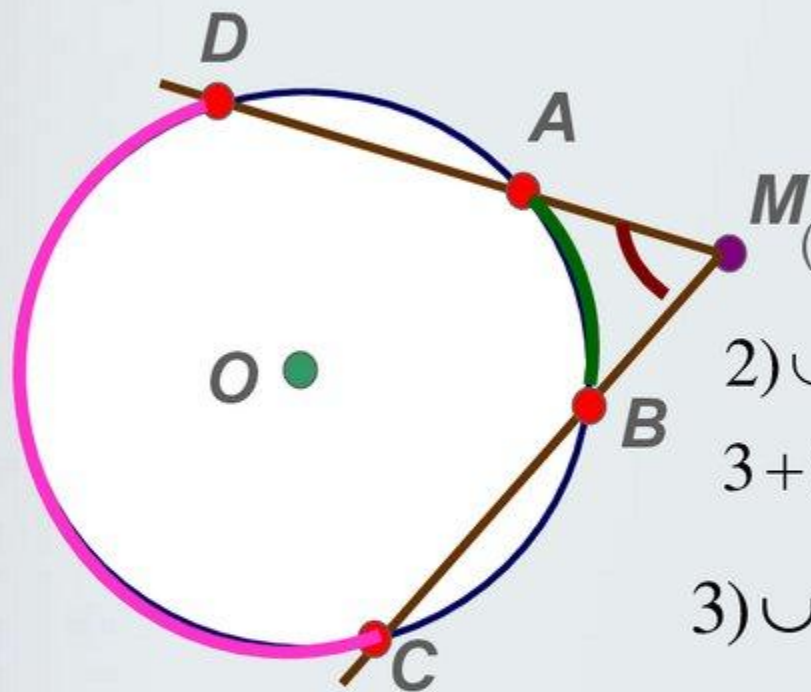
Ответ: 146°

3

Дано: $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 3 : 2 : 13 : 7$

Найти: $\angle AMB$

Решение:



$$1) \angle AMB = \frac{1}{2} (\cup DC - \cup AB)$$

(по теореме об угле между секущими).

$$2) \cup AB + \cup BC + \cup CD + \cup DA = 360^\circ$$

$$3 + 2 + 13 + 7 = 25 \text{ частей.}$$

$$3) \cup DC = \frac{13}{25} \cdot 360^\circ = 187,2^\circ.$$

$$4) \cup AB = \frac{3}{25} \cdot 360^\circ = 43,2^\circ.$$

$$5) \angle AMB = \frac{1}{2} (187,2^\circ - 43,2^\circ) = 72^\circ.$$

Ответ: 72°

4

Дано: $\cup BDC = 112^\circ$, $\cup BD : \cup DC = 7 : 9$.

Найти: $\angle BAD$

Решение:

$$1) \angle BAD = \frac{1}{2} (\cup DC - \cup DB)$$

(по теореме об угле между касательной и секущей).

$$2) \cup BDC = \cup BD + \cup DC = \\ = 7 + 9 = 16 \text{ частей.}$$

$$3) \cup DC = \frac{9}{16} \cup BDC = \frac{9}{16} \cdot 112^\circ = 63^\circ.$$

$$4) \cup DB = \frac{7}{16} \cup BDC = \frac{7}{16} \cdot 112^\circ = 49^\circ.$$

$$5) \angle BAD = \frac{1}{2} (63^\circ - 49^\circ) = 7^\circ.$$

Ответ: 7°

