

Системы счисления



Цели презентации:

- 1) Закрепить понятия «число», «цифра»**
- 2) Раскрыть понятия «система счисления», «алфавит» системы счисления**
- 3) Ознакомить учащихся с историей развития систем счисления и дать их классификацию**
- 4) Закрепить умения:**
 - представление числа в различных системах счисления**
 - представление числа в развернутой и свернутой формах**
 - научиться переводить числа из различных систем счисления в десятичную**



Содержание

1. Основные понятия. Виды систем счисления
2. Непозиционные системы счисления
3. **Позиционные СС**
4. Десятичная система счисления
5. Двоичная система счисления
6. Восьмеричная система счисления
7. Шестнадцатеричная система счисления
8. Перевод чисел в десятичную сс
9. Задания для самостоятельного выполнения



Основные понятия

Система счисления - это способ записи чисел и правила действий над этими числами

Число - это величина, а не символьная запись

Цифра - набор символов, участвующих в записи числа

Алфавит - совокупность различных цифр, используемых для записи числа



Виды систем счисления

Позиционные

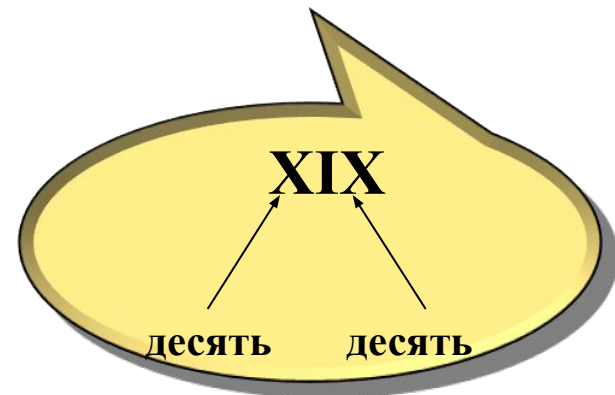
ЗАВИСИТ

значение цифры

от ее позиции в числе

Непозиционные

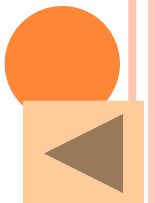
НЕ ЗАВИСИТ



Непозиционные системы счисления

- единичная
- древнеегипетская
- вавилонская
- римская
I, V, X, L, C, D, M
- алфавитная

колода



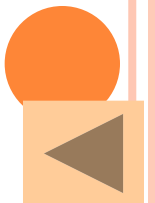
Единичная («палочная система»)

(период палеолита, 10-11 тысяч лет до н.э.)

Прежде чем человек научился считать или придумал слова для обозначения чисел, он, несомненно, владел наглядным, интуитивным представлением о числе.

Обозначение:

или



Древнеегипетская система

(ок.2850 до н.э.)

Иероглифические надписи древних египтян были аккуратно вырезаны на каменных монументах. Из этих надписей нам известно, что древние египтяне использовали только десятичную систему счисления.

Обозначение:

-

единицы

-

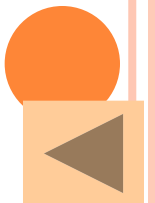
десятки

-

сотни



= 3 4 5



Римская система

(500 лет до н.э.)

В качестве цифр в римской системе используются:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Величина числа суммируется из значений цифр. При этом применяется следующее правило:

Значение каждой меньшей цифры, поставленной слева от большей, вычитается из значения большей цифры. Если меньшая цифра стоит справа от большей, их значения складываются.

Найдите значения чисел:

$$XXXII = 32 \quad DXLII = 542$$



Это римская древняя табличка, написанная 2000 лет назад.

Алфавитные системы

(500 лет до н.э.)

Алфавитной нумерацией пользовались южные и восточные славянские народы. Над буквой, обозначающей цифру, ставился специальный значок "˘" («титло»).

Обозначение:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Ѧ Ѣ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ

ѦѦ=11, ѢѦ=12, ѦѦ=13, ..., ѦѦ=19, ѦѦѦ=40, ѦѦѦѦ=301.



Позиционные системы счисления

Каждая позиционная система счисления имеет определенный алфавит и основание.

Количество цифр – **основание** (p)

системы счисления

Совокупность всех цифр – **алфавит**

Позиционные системы могут иметь различный алфавит (2,3,4 знака).



Позиция цифры в числе называется **разрядом**.

Для записи чисел в позиционной системе с основанием p нужно иметь алфавит из p цифр. При $p > 10$ к десяти арабским цифрам добавляют латинские буквы.

Алфавиты систем счисления

Основание	Название	Алфавит
$p = 2$	<i>Двоичная</i>	<i>0 1</i>
$p = 3$	<i>Троичная</i>	<i>0 1 2</i>
$p = 8$	<i>Восьмеричная</i>	<i>0 1 2 3 4 5 6 7</i>
$p = 16$	<i>Шестнадцатеричная</i>	<i>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F</i>



ПРИМЕРЫ: (перепиши, вставляя пропущенные числа)

1. $p = 10$ (десятичная с/с)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 и т.д.

2. $p = 4$ (четверичная с/с)

1 2 3 10 11 12 13 20 21 22 23 30 31 32 33 100

3. $p = 2$ (двоичная с/с)

1 10 11 100 101 110 111 1000 1001 1011 1100 1101
1110 1111 10000 10001 10010

4. $p = 16$ (шестнадцатеричная с/с)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 1A
1B 1C 1D 1E 1F



Вопрос для обсуждения

В наше время для записи чисел чаще всего используются две системы счисления:

- **арабская** десятичная (цифры **0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**)
- **римская** (цифры **I,V,X,L,C,M**)

1. Где сегодня используется римская система счисления для записи чисел?

*Рассмотрим 2 числа: **XXX** и **333**.*

2. Чем отличается принцип записи многозначных чисел в римской и арабской системах счисления?



Десятичная система счисления

Получив название *арабской* эта система счисления, в XII веке распространилась по всей Европе.

Система счисления, применяемая в современной математике, является *позиционной десятичной системой*.

Её **основание** равно десяти, т.к. запись любых чисел производится с помощью десяти цифр:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - **алфавит**.



Рассмотрим десятичное число **555**:

Число записано в привычной для нас **свернутой форме**:

В зависимости от позиции цифра 5 обозначает единицы, десятки, сотни.

5 5 5₁₀

↑	↑	↑
с	д	е
о	е	д
т	с	и
н	я	н
и	т	и
	к	ц
	и	ы

Из двух написанных рядом одинаковых цифр левая в десять раз больше правой.



В развернутой форме записи числа умножение цифр производится в явной форме:

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Любое число в нулевой степени равно 1

Для записи десятичных дробей используются разряды с отрицательными значениями степеней основания:

*Любое число в отрицательной степени = единица / число в положительной степени:
 $10^{-1} = 1/10^1$, $10^{-2} = 1/10^2$*

$$555,55_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

2 1 0 -1 -2

Степень основания

*Первый разряд цифры, стоящей слева от запятой
Основание системы счисления равен 0*

Номер разряда стоящей в нем цифры равен значению степени основания



Вопрос для обсуждения

- 1) В какой системе счисления удобнее считать?*
- 2) Почему арабская система называется десятичной?*



Двоичная система счисления

*Информация в компьютере представлена в двоичном коде.
Используется двоичная система счисления.*

Двоичная система счисления является позиционной системой счисления.

Алфавит двоичной системы – две цифры (0,1),
основание равно 2.

Из двух написанных рядом одинаковых цифр левая в два раза больше правой.



Число в **свернутой форме** записывается так:

$$101,01_2$$

В **развернутой форме** число записывается в виде суммы ряда степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве цифр 0 или 1.

$$101,01_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 5,25_{10}$$

Степень основания

Первый разряд цифры, стоящей слева от запятой равен 0

Основание системы счисления

Номер разряда стоящей в нем цифры равен значению степени основания

десятичной системе счисления



Восьмеричная система счисления

Широко используется в информатике.

Восьмеричная система счисления является *позиционной системой счисления.*

Алфавит восьмеричной системы – цифры (0,1,2,3,4,5,6,7), **основание** равно 8.

Из двух написанных рядом одинаковых цифр левая в восемь раз больше правой.



Число в **свернутой форме** записывается так:

$$137,2_8$$

В **развернутой форме** число записывается в виде суммы ряда степеней основания 8 с коэффициентами, в качестве цифр от 0 до 7.

$$137,2_8 = 1 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} = 95,25_{10}$$

2 1 0 -1

Степень основания

Первый разряд цифры, стоящей слева от запятой равен 0

Номер разряда стоящей в нем цифры равен значению степени основания



Шестнадцатеричная система счисления

Широко используется в информатике.

Шестнадцатеричная система счисления является *позиционной системой счисления*.

Алфавит шестнадцатеричной системы – цифры (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F), **основание** равно 16.

(Десятичное значение: $A=10$, $B=11$, $C=12$, $D=13$, $E=14$, $F=15$)

Из двух написанных рядом одинаковых цифр левая в шестнадцать раз больше правой.



Число в **свернутой форме** записывается так:

$$12A,4_{16}$$

В **развернутой форме** число записывается в виде суммы ряда степеней основания 16 с коэффициентами, в качестве цифр от 0 до F, выражая шестнадцатеричные цифры через их десятичное значение (A=10, F=15).

$$12A,4_{16} = 1 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 298,25_{10}$$

Степень основания

Первый разряд цифры, стоящей слева от запятой равен 0

Основание системы счисления

Номер разряда стоящей в нем цифры равен значению степени основания

десятичной системе счисления



Алгоритм перевода чисел, записанных в произвольной системе счисления, в десятичную систему счисления

1. Записать число в развернутой форме в виде сумм ряда степеней основания системы счисления с коэффициентами в качестве цифр данной системы счисления.

2. Вычислить полученную сумму.

$$\begin{array}{ccccccc}
 2 & 3 & 1 & , & 2 & & \\
 2 & 1 & 0 & & -1 & & \\
 231,2_4 & = & 2 \cdot 4^2 & + & 3 \cdot 4^1 & + & 1 \cdot 4^0 & + & 2 \cdot 4^{-1} & = & 45,5_{10}
 \end{array}$$

Переведи в десятичную систему счисления

$$112_3 = 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 14_{10}$$

$$134_6 = 1 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6^1 + 4 \cdot 6^0 = 58_{10}$$



Задания для самостоятельного выполнения

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задание 6



Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней можно записать числа:

- а) 341**
- б) 123**
- в) 222**
- г) 111**

Ответ: **а) 341 (p=5)** **в) 222 (p=3)**
 б) 123 (p=4) **г) 111 (p=2)**



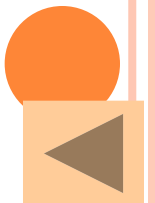
Какое число ошибочно записано в:

а) троичной СС – 79, 212, 531

б) девятеричной СС – 419, 832, 4A

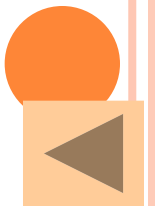
Ответ: а) в троичной СС для записи чисел используются цифры 0 1 2, значит цифры 79 и 531 записаны неверно

б) в девятиричной СС для записи чисел используются цифры 0 1 2 3 4 5 6 7 8, значит цифры 419 и 4A записаны неверно



Какое максимальное число можно записать в двоичной системе счисления четырьмя цифрами?

Переведите полученное число в десятичную систему счисления.



Определите четное число или нечетное:

- а) 101_2
- б) 110_2
- в) 1001_2
- г) 100_2

Сформулируйте критерий четности в двоичной системе счисления.

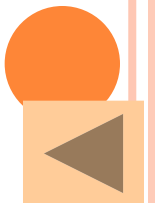
Ответ: четное число в двоичной системе счисления оканчивается на 0, а нечетное – на 1.

$$\text{а) } 101_2 = 5_{10}$$

$$\text{в) } 1001_2 = 9_{10}$$

$$\text{б) } 110_2 = 6_{10}$$

$$\text{г) } 100_2 = 4_{10}$$



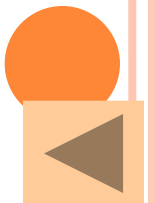
**Было 11 яблок. После того как каждое яблоко
разрезали пополам, стало 110 половинок.**

Возможно ли это? Обоснуйте ответ.

**Ответ: да, если считать числа в задаче,
представленными в двоичной системе счисления:**

$$11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3_{10};$$

$$110_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4 + 2 = 6_{10}$$



Выпишите алфавит традиционной позиционной пятеричной системы счисления.

Переведите число 32_5 в десятичную систему счисления.

Ответ: алфавит пятеричной системы счисления – цифры (0,1,2,3,4).

$$32_5 = 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 15 + 2 = 17_{10}$$

