РАЗДЕЛ 4

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Тема 23
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Лекция 1

Цель лекции – ознакомиться с общими характеристиками колебательных процессов и методами количественного описания гармонических колебаний.

Вопросы лекции:

1. Классификация колебательных процессов и их общие характеристики.

2. Линейный гармонический осциллятор. Свободные механические колебания.

3. Свободные электромагнитные колебания. *LC* – контур.

Литература:
БЭУ; Доп. [1, стр. 208-220]; [2, стр. 168-184]

Техническое обеспечение:
Комплект мультимедийных средств обучения.
База данных анимаций физических процессов.

23.1.1. Классификация колебательных процессов и их общие характеристики.

Колебательные процессы (колебания) – это любые физические процессы, повторяющиеся во времени.

Физическая система, участвующая в таких процессах, называется колебательной системой или осциллятором.

Классификация колебательных процессов

► по физической природе колебательной системы:

– механические колебания (повторяющиеся движения тел);

– электромагнитные колебания (повторяющиеся изменения электрического и магнитного полей);

– термодинамические колебания (циклические процессы в макроскопических системах).

► по виду зависимости параметров колебаний от времени :

– периодические колебания (значения параметров повторяются через одинаковые промежутки времени);

– непериодические колебания (значения параметров повторяются через разные промежутки времени).

► по характеру внешнего воздействия на колебательную систему:

– свободные колебания (возникают в системе вследствие однократного начального внешнего воздействия);

– вынужденные колебания (возникают в системе вследствие повторяющегося внешнего воздействия).

Особое место среди всех колебательных процессов занимают периодические колебания.

(ограничимся их рассмотрением!)

Общие характеристики периодических колебаний:

Для любой переменной физической величины *S* при периодических колебаниях справедливо равенство:

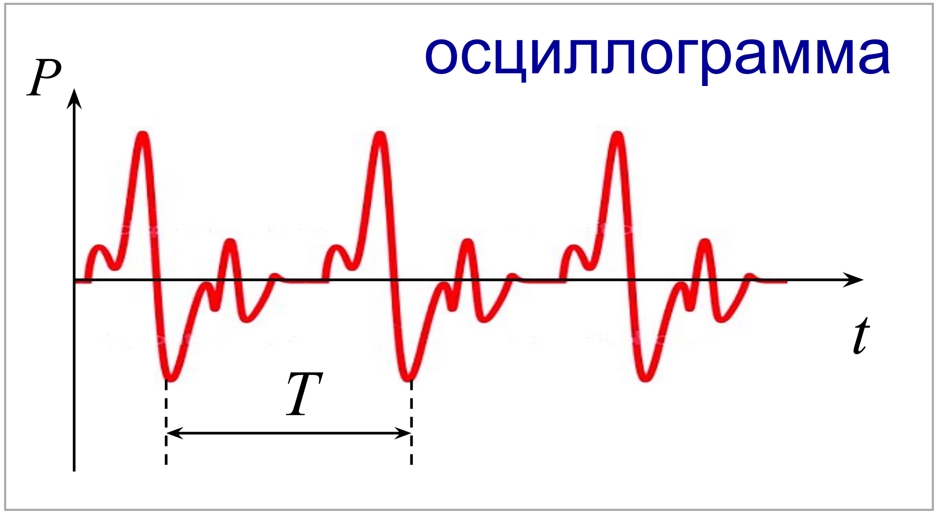
$$s(t) = s(t + T) \qquad (23.1)$$

T - период колебаний

Период колебаний – это наименьший промежуток времени, по истечении которого, значения физической величины повторяются.

Пример:

периодическое колебание давления в точке волнового поля звуковой волны.



Частота колебаний – это число полных колебаний, совершаемых за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (23.2)$$

Единица частоты: $[\nu] = 1\ \text{с}^{-1} = 1\ \text{Гц}$

Циклическая (круговая) частота – это число полных колебаний, совершаемых за 2π секунд.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (23.3)$$

Единица циклической частоты: $[\nu] = 1\ \text{с}^{-1}$

Простейшими периодическими колебаниями являются гармонические колебания.

23.1.2. Линейный гармонический осциллятор. Свободные механические колебания.

При гармоническом колебании уравнение (23.1) имеет вид:

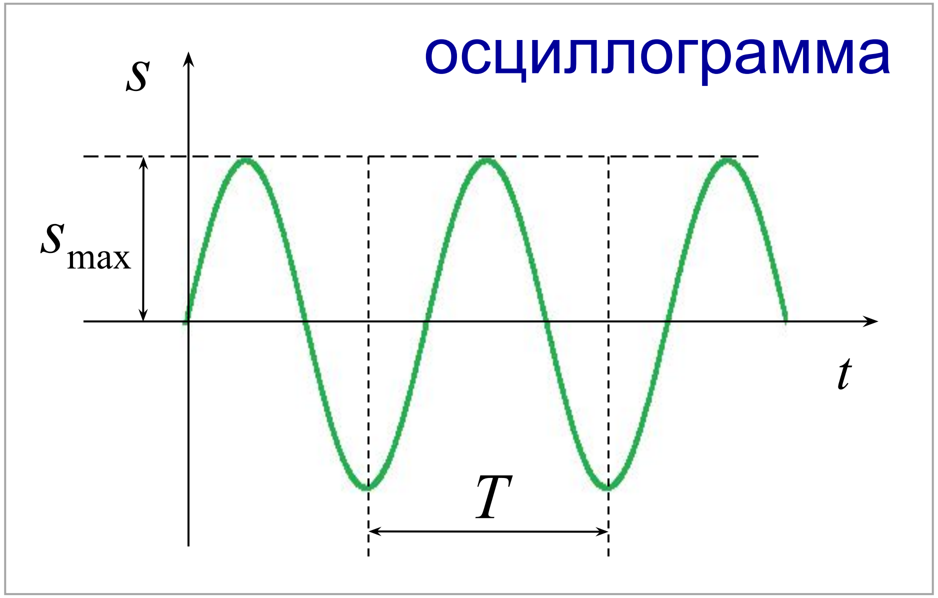
$$s(t) = s_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

или

$$s(t) = s_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

амплитуда колебаний

фаза колебаний



ϕ_0 - начальная фаза (в момент времени t =0)

ϕ_0 и $s_{\max}$ зависят от начальных условий!

ω_0 – собственная частота колебаний (характеристическая величина для данной колебательной системы).

Гармонические колебания всегда являются свободными и возникают в системах, имеющих положение устойчивого равновесия.

Линейный гармонический осциллятор – это колебательная система, совершающая одномерные свободные колебания.

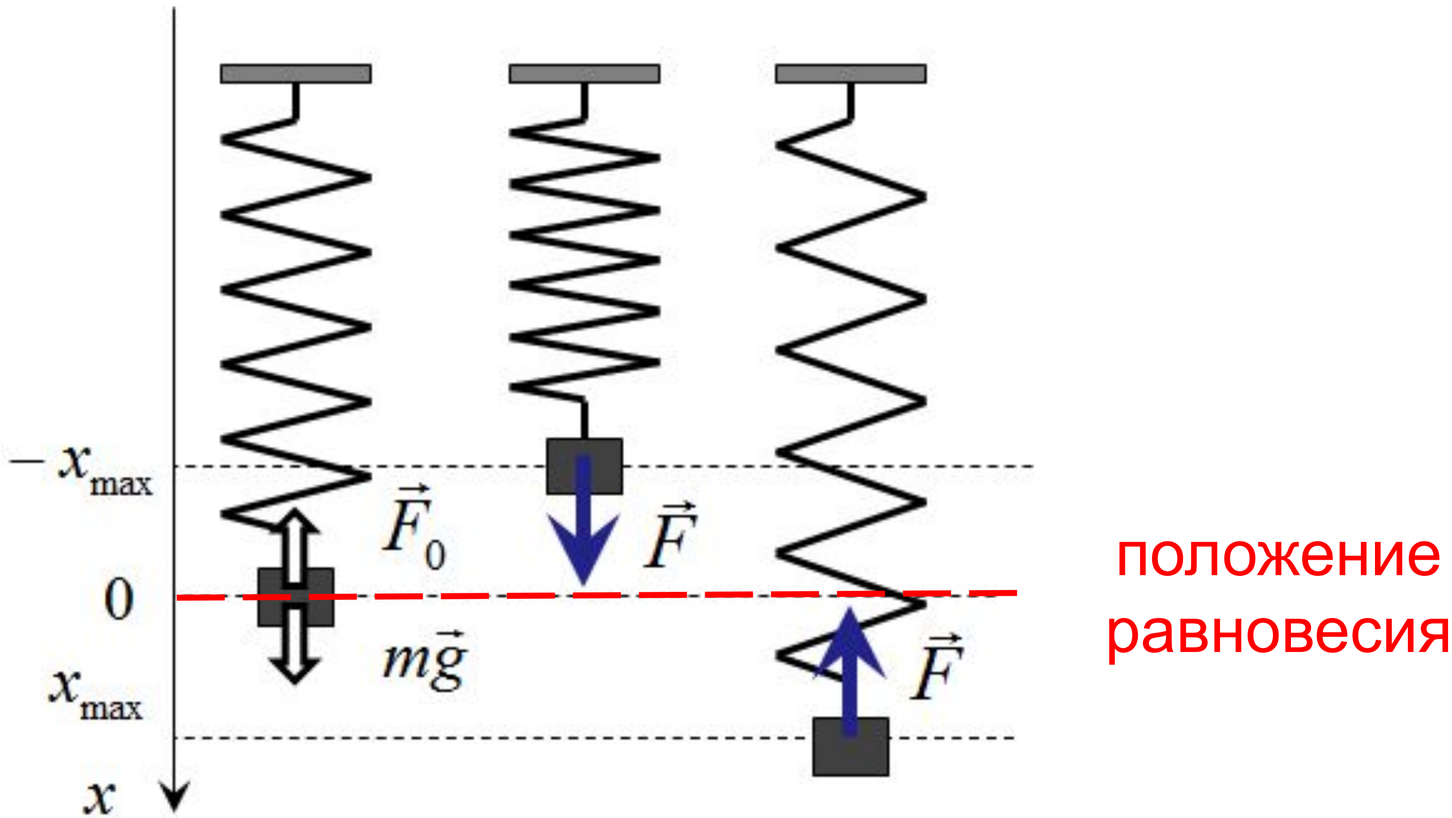
Свободные механические колебания

Механические свободные колебания – это повторяющиеся движения точки (тела или системы тел) относительно положения устойчивого равновесия.

Механический линейный осциллятор называется маятником. Различают маятники:

- ► пружинный;
- ► математический;
- ► физический.

Пружинный маятник – это система, совершающая колебания под действием силы тяжести и силы упругости.



При любом смещении тела равнодействующая *F* сил тяжести и упругости возвращает маятник в положение равновесия.

Возвращающая (квазиупругая) сила $F = -kx = ma$

По определению $a = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ ⇒ $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$

обозначим $\dfrac{k}{m} = \omega_0^2$

Получим $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ линейное однородное ДУ второго порядка.

решение $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ (23.4)

– уравнение колебаний маятника (смещение тела)

где

$A = |x_{\max}|$ – амплитуда колебаний

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ – собственная частота колебаний

Кинематические и динамические характеристики маятника:

1) скорость
$$\text{V} = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.5)$$

2) ускорение
$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.6)$$

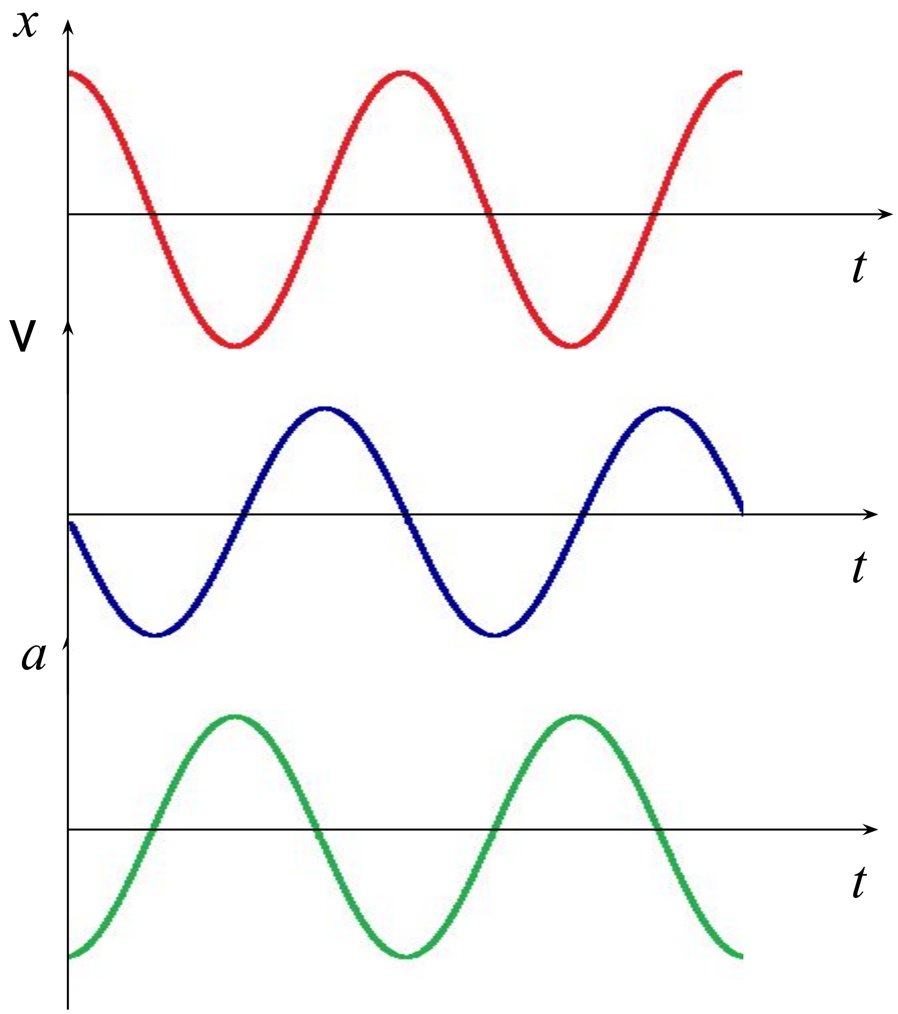
3) импульс
$$p = m\text{V} = -mA\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.7)$$

4) сила
$$F = ma = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.8)$$

Из (23.5) $\text{V}_{\max} = A\omega_0$

Из (23.6) $a_{\max} = A\omega_0^2$ и $a = -\omega_0^2 x$

Графики зависимостей



Энергия колебаний маятника:

1) кинетическая

$$W_к = \frac{m\text{v}^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.9)$$

2) потенциальная

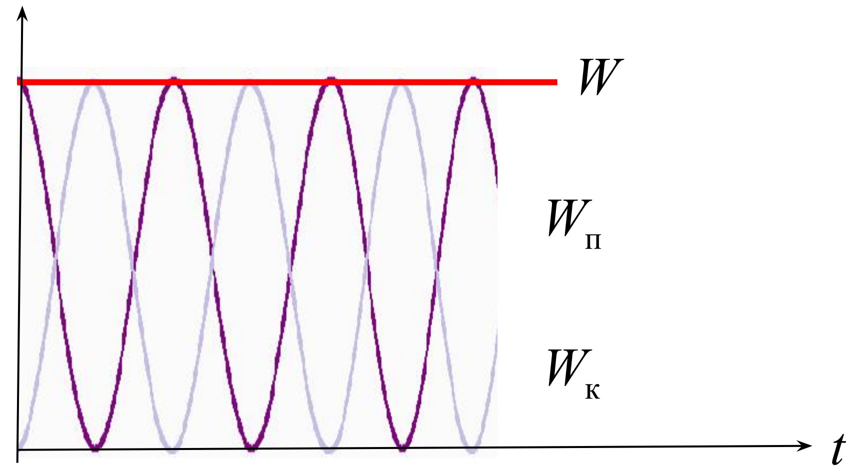
$$W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.10)$$

Система консервативна, т.е. полная энергия не изменяется!

$$W = W_к + W_п = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$$

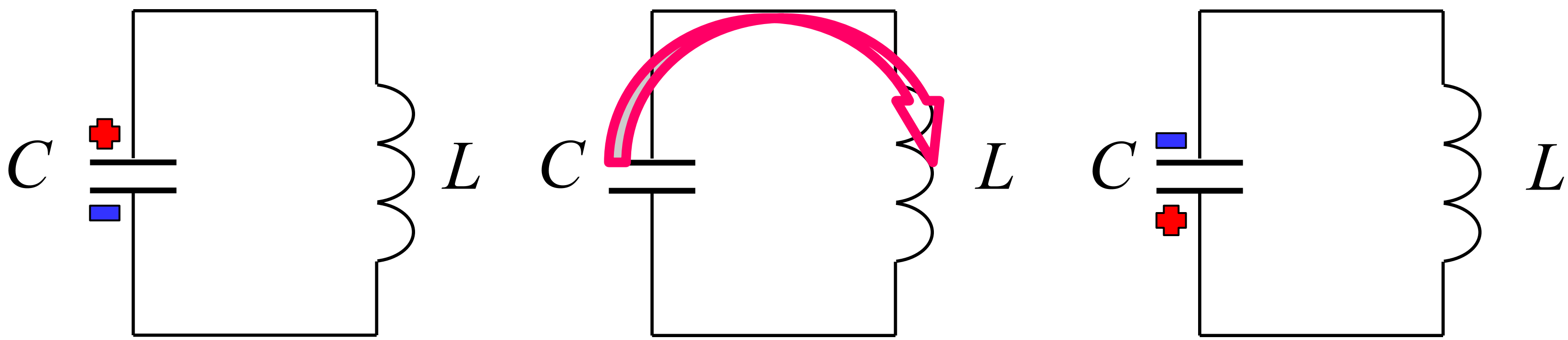
(23.11)

закон сохранения энергии

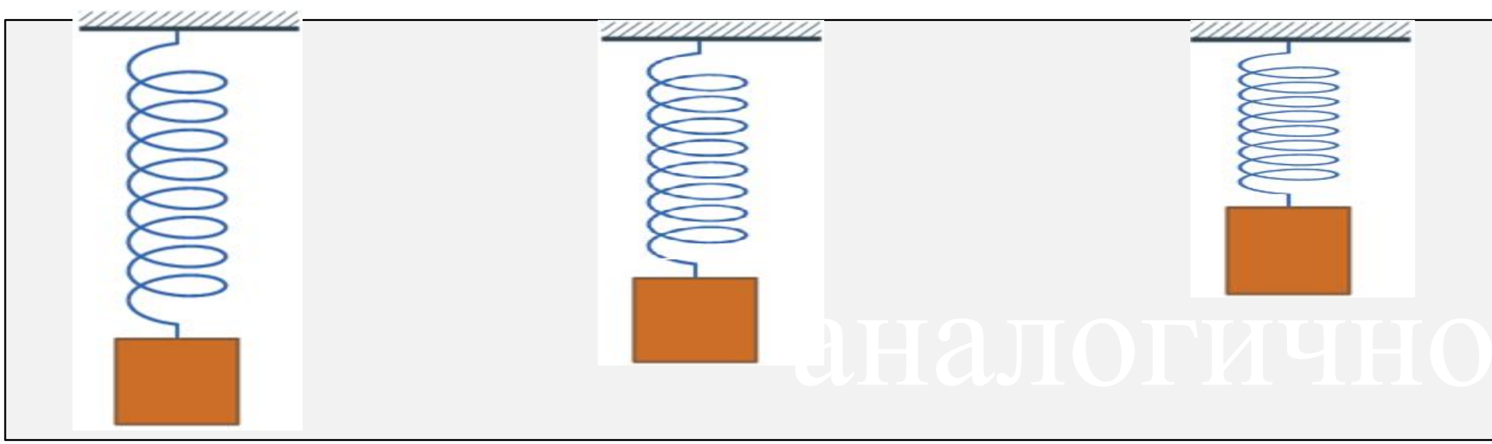


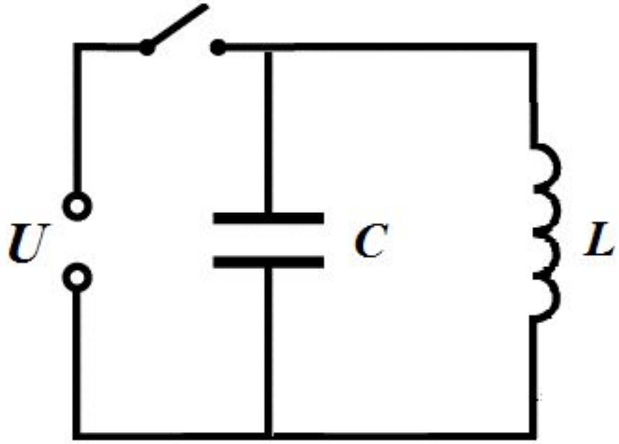
23.1.3. Свободные электромагнитные колебания. *LC* – контур.

Свободные электромагнитные колебания – это повторяющиеся во времени взаимные превращения электрического и магнитного полей.



$q_{\max} > 0;\ I = 0$	$q = 0;\ I_{\max}$	$q_{\max} < 0;\ I = 0$





По 2-му правилу Кирхгофа:

$$U = \mathcal{E}_i$$

ЭДС самоиндукции по закону Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt}$$ где $$I = \frac{dq}{dt}$$

Учтем: $$q = CU$$

Получим $$U = -LC\frac{d^2U}{dt^2}$$ $\Rightarrow$ $$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{LC}U = 0$$

обозначим $$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

Получим $$\frac{d^2U}{dt^2} + \omega_0^2 U = 0$$ линейное однородное ДУ второго порядка.

решение $$U = U_{\max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (23.12)$$

где $U_{\max}$ – амплитуда колебаний напряжения

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота *LC*-контура

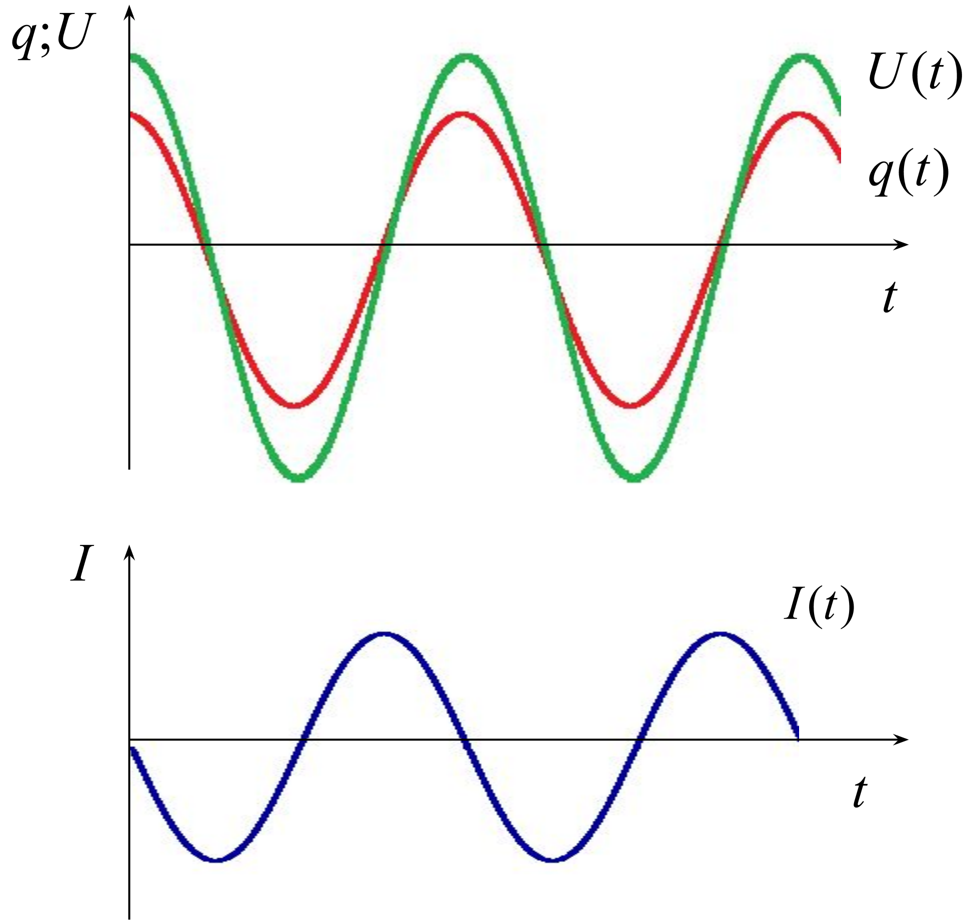
Заряд на обкладках конденсатора:

$$q = q_{\max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$ где $$q_{\max} = CU_{\max} \qquad (23.13)$$

Ток отстает по фазе от напряжения:

$$I = \frac{dq}{dt} = -I_{\max}\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$ где $$I_{\max} = \omega_0 C U_{\max} \qquad (23.14)$$

Графики зависимостей



Энергия колебаний контура:

1) электрического поля

$$W_{эл} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \qquad (23.15)$$

2) магнитного поля

$$W_м = \frac{LI^2}{2} \qquad (23.16)$$

Система консервативна, т.е. полная энергия не изменяется!

$$W = W_{эл} + W_м = \frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{q_{max}^2}{2C} = \frac{LI_{max}^2}{2} \qquad (23.17)$$

закон сохранения энергии

Заключение:

1) механические и электромагнитные гармонические колебания, несмотря на разную физическую природу, описываются одинаковыми закономерностями;

2) одинаковый характер изменения позволяет установить аналогию между механическими и электрическими величинами:

смещение x	заряд q
скорость v	сила тока I
масса тела m	индуктивность L
жесткость пружины k	величина $1/C$