

Алгоритм Евклида

Приказчик Н.Ю. ДИ-19

Алгоритм Евклида

- ▶ *С помощью Алгоритма Евклида можно находить наибольший общий делитель двух чисел. Это помогает сокращать дроби с достаточно большими числителями и знаменателями.*

АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



- Для удобства длины этих отрезков также будем обозначать буквами a и b . Очевидно, что в случае, когда $a = b$, общей мерой служит любой из данных отрезков. Но допустим, $a > b$. Тогда можно отложить отрезок b на отрезке a максимальное число раз.
- ▶ Если отрезок a исчерпается целым количеством отрезков b , то отрезок b и будет их наибольшей общей мерой. Вполне вероятно, однако, что отрезок b не уложится на отрезке a целое число раз и останется небольшой «кусочек» r_1 . Естественно теперь и его испытать в качестве общей меры отрезков a и b . Он подойдёт на эту роль, если целое число раз уместится на отрезке b . Если же при этом опять получим остаток r_2 , то на следующем шаге будем испытывать отрезок r_2 , но уже по отношению к отрезку r_1 .
 - ▶ Если в конце концов получится такой отрезок r_k , который целое число раз отложится в предыдущем остатке r_{k-1} , то он и будет общей мерой всех отрезков. Если же этот процесс никогда не закончится, то общей меры у отрезков a и b не существует — они несоизм.

Алгоритм Евклида

- ▶ *Задача: $a = 2000$, $b = 360$.*
- ▶ *$2000 = 360 \cdot 5 + 200$;*
- ▶ *$360 = 200 \cdot 1 + 160$;*
- ▶ *$200 = 160 \cdot 1 + 40$;*
- ▶ *$160 = 40 \cdot 4$.*

Отсюда заключаем, что наибольший общий делитель чисел 2000 и 360 равен 40.

- ▶ *В школе изучают способы нахождения НОД и НОК чисел, но предложенный способ (последовательное деление делителя на остаток) более эффективен, так как исключает возможность ошибки (потеря множителя при разложении числа на простые множители).*
- ▶ *Впервые этот метод упомянут в «Началах» Евклида, почему и вошёл в историю под названием «алгоритм Евклида». Алгоритм Евклида известен давно. Ему уже более 2 тыс. лет. Как способ нахождения наибольшей общей меры двух отрезков алгоритм Евклида был известен еще пифагорейцам*