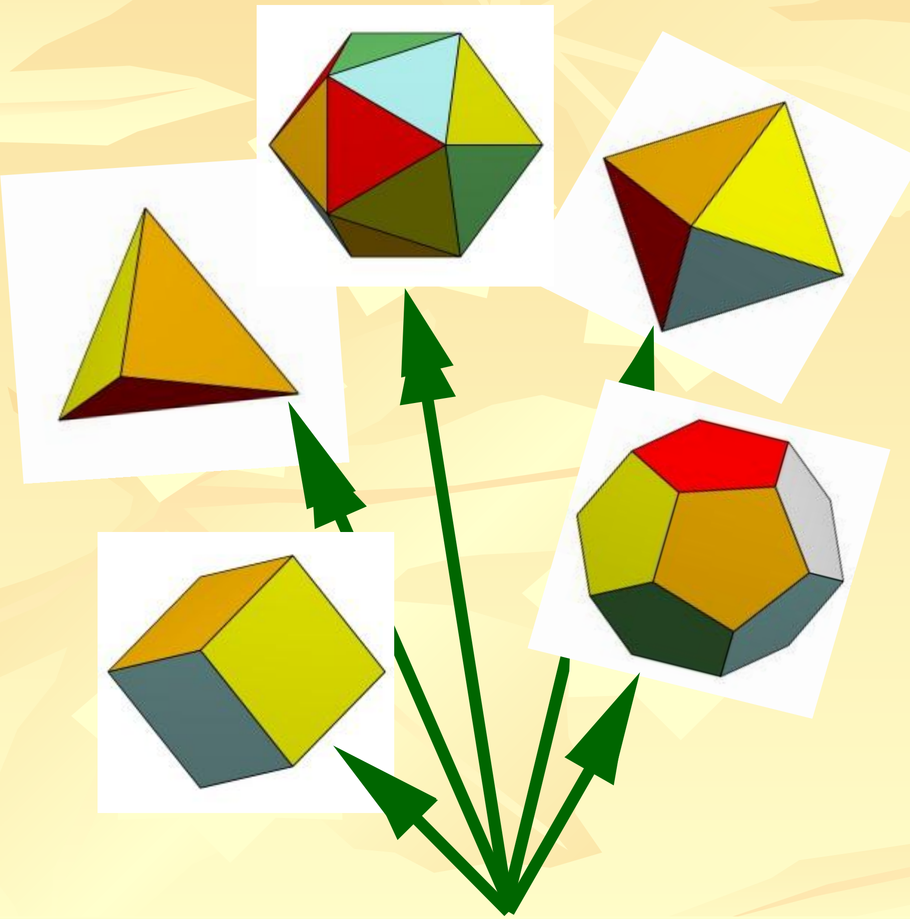
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Определение:

- *Выпуклый многогранник называется **правильным**, если все его **грани** – равные правильные многоугольники, и в каждой его вершине сходится одно и то же число **ребер**.*

ЦВЕТЫ ИЗ САДА ГЕОМЕТРИИ

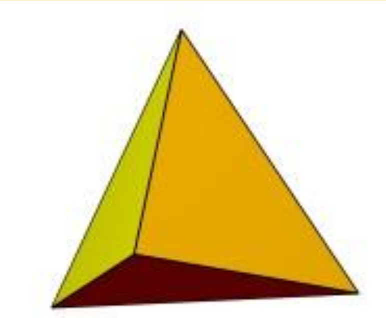
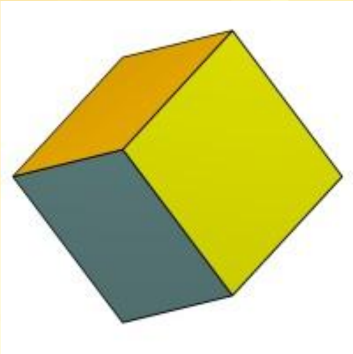
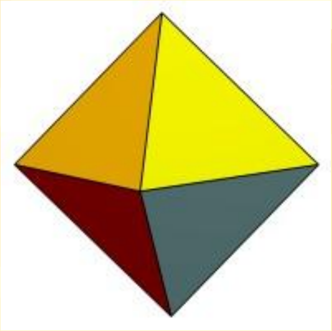
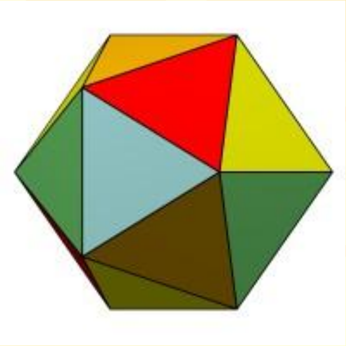
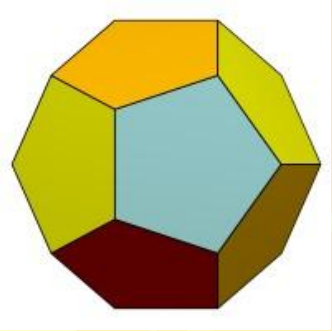


«В огромном саду геометрии каждый найдет букет себе по вкусу.»

Д. Гильберт

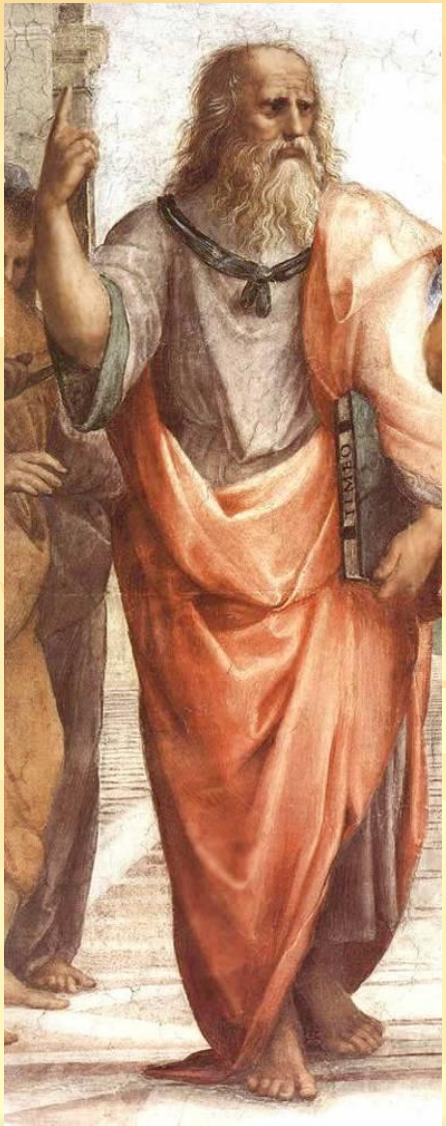
Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней:

«эдра» - грань

«тетра»	**«гекса»**	**«окта»**	**«икоса»**	**«додека»**
4	**6**	**8**	**20**	**12**

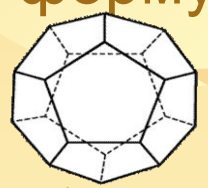
Платон (ок. 428 – ок. 348 до н.э.)



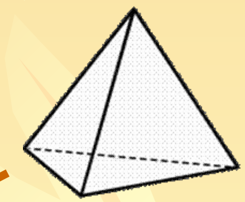
Правильные многогранники иногда называют платоновыми телами, поскольку они занимают видное место в философской картине мира, разработан- великим мыслителем Древней Греции

Правильные многогранники в философской картине мира Платона

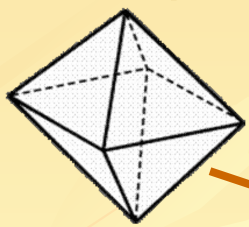
Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.



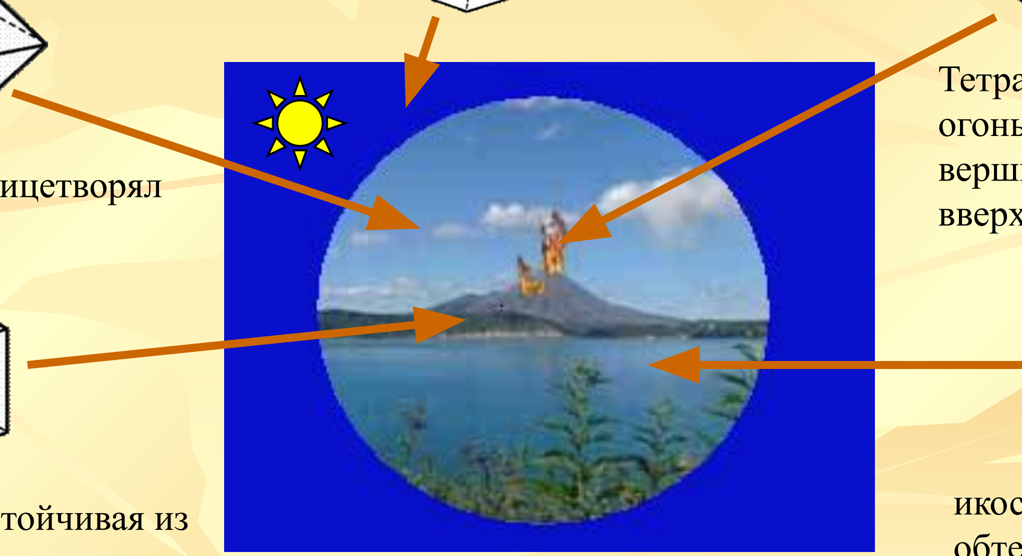
додекаэдр символизировал весь мир

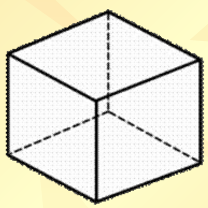


Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у пламени



октаэдр – олицетворял воздух





куб – самая устойчивая из фигур – олицетворял землю

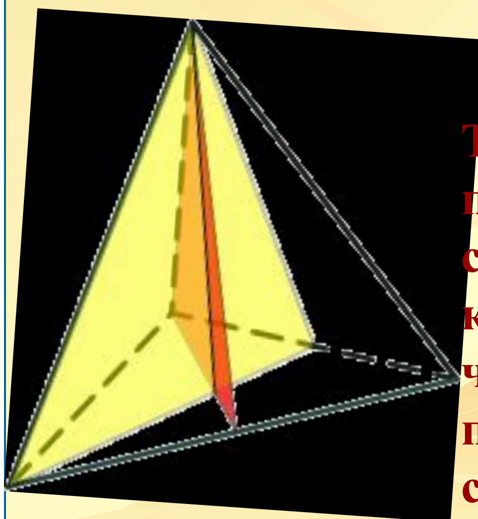
икосаэдр – как самый обтекаемый – олицетворял воду

Тетраэдр

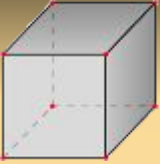
(от греческого tetra – четыре и hedra – грань) - правильный многогранник, составленный из 4 равносторонних треугольников.

Сумма длин всех ребер	$6a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$

Тетраэдр имеет три оси симметрии, которые проходят через середины скрещивающихся рёбер.



Тетраэдр имеет 6 плоскостей симметрии, каждая из которых проходит через ребро тетраэдра перпендикулярно скрещивающемуся с ним ребру.

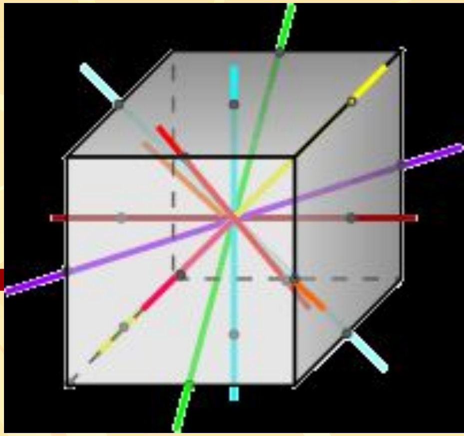


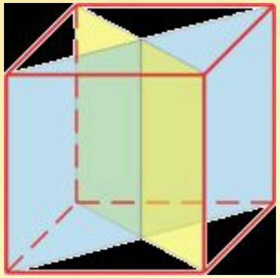
Куб *(гексаэдр)*

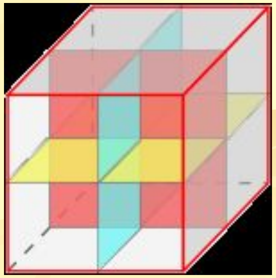
(от греческого hex — шесть и hedra — грань) - правильный многогранник, составленный из 6 квадратов.

Сумма длин всех ребер	$12a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = 6a^2$
Объем	$V = a^3$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a}{2}$

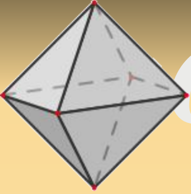
Центром симметрии **куба является точка пересечения его диагоналей. Через це** **симметрии проходят** ***осей симметрии*.**







Плоскостей симметрии **у куба также** ***9*** **и проходят они либо через противоположные ребра (таковых плоскостей 6), либо через середины противоположных ребер (таких - 3).**

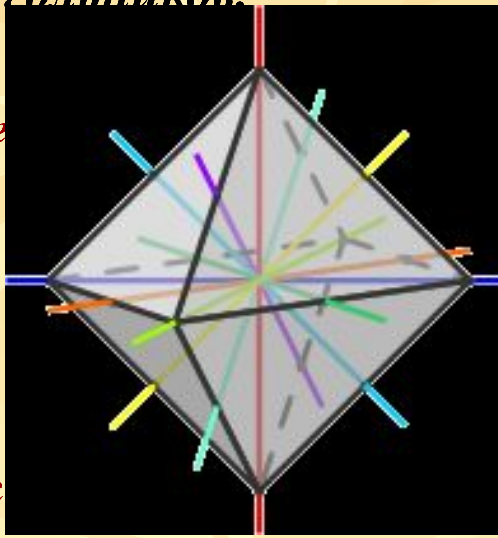


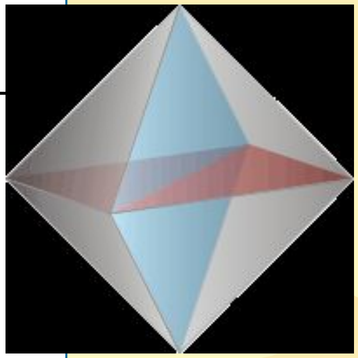
Октаэдр

(от греческого okto – восемьи hedra – грань) –правильный многогранник, составленный из 8 равносторонних треугольников.

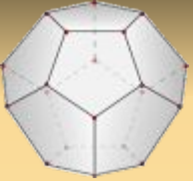
Сумма длин всех ребер	$12a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = 2a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$

Октаэдр обладает симметрией. Три из *9 осе* *симметрии* октаэдра проходят через противоположные вершины, шесть - через середины ребер. *Центр симметрии* октаэдра - точка пересечения его ос симметрии.





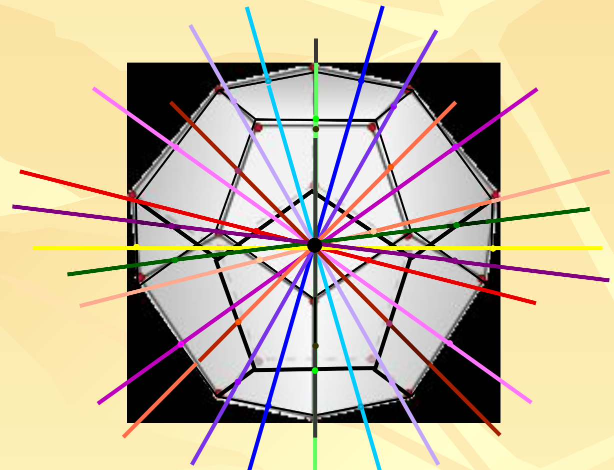
Три из *9 плоскостей симметрии* тетраэдра проходят через каждые 4 вершины октаэдра, лежащие в одной плоскости. Шесть плоскостей симметрии проходят через две вершины, не принадлежащие одной грани, и середины противоположных ребер.



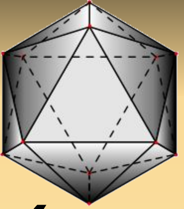
Додекаэдр

(*от греческого* **dodeka** *– двенадцать и* **hedra** *– грань*) *– это правильный многогранник, составленный из двенадцати равносторонних пятиугольников*.

Сумма длин всех ребер	$30a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = 3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$
Объем	$V = \frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$
Радиус описанной сферы	$R = \frac{a}{4}(1+\sqrt{5})\sqrt{3}$
Радиус вписанной сферы	$r = \frac{a}{4}\sqrt{10+\frac{22}{\sqrt{5}}}$



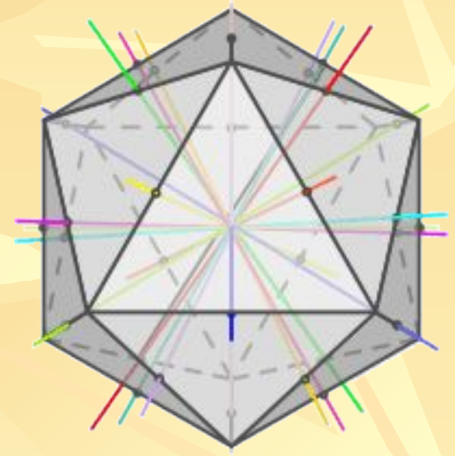
Плоскостей симметрии 9 **и проходят они либо через противоположные ребра (таковых плоскостей 6), либо через середины противоположных ребер (таких - 3). Додекаэдр имеет 15 плоскостей симметрии. Любая из плоскостей симметрии проходит в каждой грани через вершину и середину противоположного ребра.**



Икосаэдр

(от греческого ico — шесть и hedra — грань) правильный выпуклый многогранник, составленный из 20 правильных треугольников.

Сумма длин всех ребер	$30a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = 5a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \dfrac{5a^3}{12}(3+\sqrt{5})$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a}{4\sqrt{3}}(3+\sqrt{5})$



Правильный икосаэдр имеет *15 осей симметрии*, каждая из которых проходит через середины противоположных параллельных ребер.

***Плоскостей симметрии* также *15*.**

.

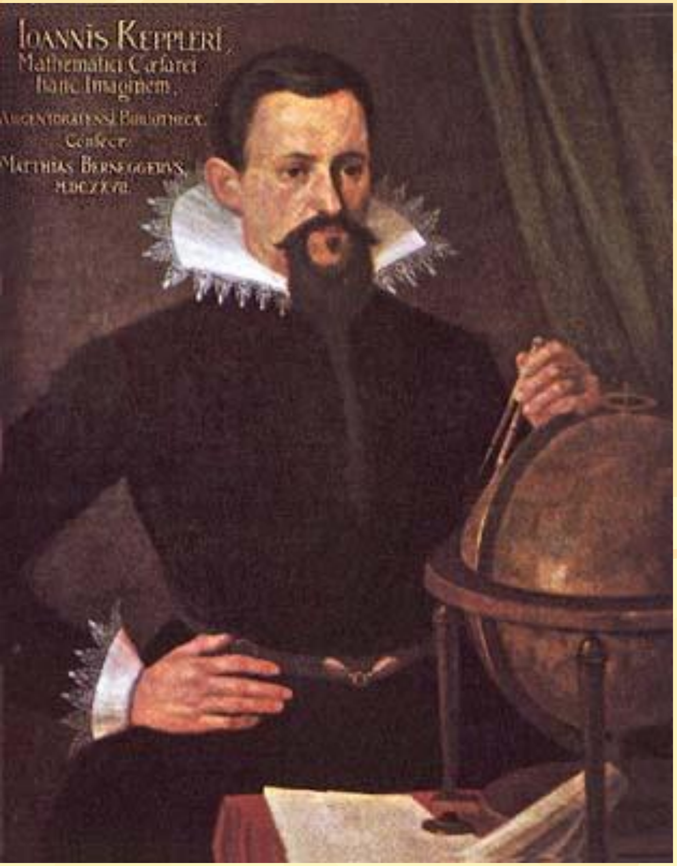
Совершенство и гармония многогранников поражает скульпторов, архитекторов, художников.

Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией Альбрехт Дюрер (1471- 1528) , в известной гравюре "Меланхолия ‘‘ на переднем плане изобразил додекаэдр.

Совершенство и гармония многогранников поражает скульпторов, архитекторов, художников.

Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил Иисуса Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра

Иоганн Кеплер (1571 – 1630 гг.)



Немецкий астроном и математик. Один из создателей современной астрономии.

Вклад Кеплера в теорию многогранника - это, во-первых, восстановление математического содержания утерянного трактата Архимеда о полуправильных выпуклых однородных многогранниках.

Еще более существенным было предложение Кеплера рассматривать невыпуклые многогранники со звездчатыми гранями, подобными пентаграмме и последовавшее за этим открытие двух правильных невыпуклых однородных

Космологическая гипотеза Кеплера

Весьма оригинальна **космологическая гипотеза Кеплера**, в которой он попытался связать некоторые свойства Солнечной системы со свойствами правильных многогранников.

Кеплер предположил, что расстояния между шестью известными тогда планетами выражаются через размеры пяти правильных выпуклых многогранников (Платоновых тел). Между каждой парой "небесных сфер", по которым, согласно этой гипотезе, вращаются планеты, Кеплер вписал одно из Платоновых тел

Задание

Изготовить модель многогранника