

Лекция 1.3 ДИНАМИКА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Е.В. Феськова,
канд. пед. наук, доцент кафедры «Инженерный бакалавриат CDIO»

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

закон сохранения импульса

в основе лежит
однородность пространства, т.е.
одинаковость его свойств во всех точках

закон сохранения энергии

вытекает из *однородности времени*, т.е.

равнозначности всех моментов времени и независимости законов природы от времени

закон сохранения момента импульса

является следствием *изотропности пространства*, т.е. одинаковости его свойств по всем направлениям

Механическая система - это совокупность тел, выделенных нами для рассмотрения

Внутренние силы – это силы, с которыми взаимодействуют тела системы между собой. Или силы, действующие между материальными точками (телами) данной системы.

Внешние силы действуют со стороны тел, не входящих в систему.

Замкнутая система – это система, на которую внешние силы не действуют или действие внешних сил компенсировано.

Реальная система тел всегда не замкнута, т.к. подвержена воздействию гравитационных сил. Если внутренние силы гораздо больше внешних, то такую систему можно считать замкнутой (например – Солнечная система).

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульсом материальной точки называется величина, равная произведению массы этой точки на вектор ее скорости:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \frac{кг \cdot м}{с}$$

Импульс системы материальных точек - это векторная сумма импульсов всех материальных точек, входящих в систему:

$$\vec{p} \equiv \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

Закон сохранения импульса: если векторная сумма всех внешних сил, действующих на систему материальных точек, равна нулю, то полный импульс такой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса: изменение импульса системы материальных точек равно произведению суммы **всех внешних сил**, действующих на систему, на время действия этих сил, т.е.

$$\Delta \vec{p}_{системы} = \sum \vec{F}_{i \text{ внешних}} \Delta t = \sum m \vec{v}$$

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой механической системы не изменяется со временем ни по величине, ни по направлению при любых движениях и взаимодействиях тел системы.

СТОЛКНОВЕНИЯ. УДАР

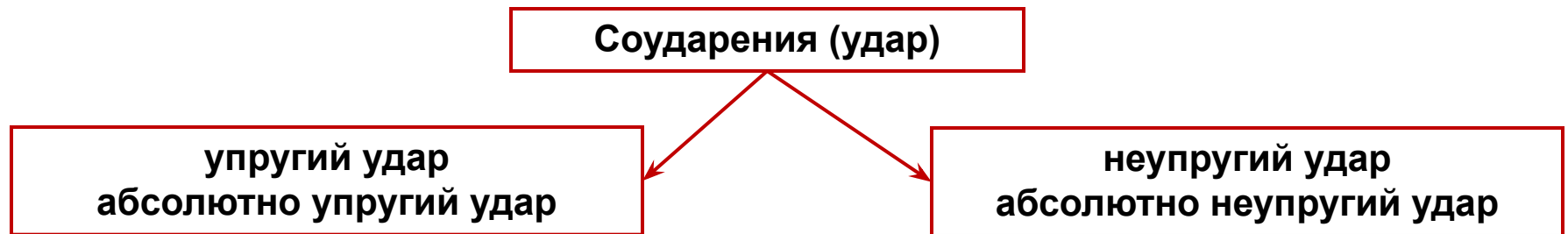
Столкновениями, или ударом, называют любые кратковременные взаимодействия частиц (тел)

Силы взаимодействия между сталкивающимися телами (ударные или **мгновенные силы**)



Это позволяет **систему тел** в процессе их соударения приближенно **рассматривать как замкнутую систему** и применять к ней законы сохранения

Сущность удара – кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации



Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения, называется **линией удара**

Удар называется **центральный**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс

УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Упругим называют удар, при котором не происходит превращения механической энергии в другие виды энергии

относительная скорость тел
после удара не достигает
своего прежнего значения



нет идеально упругих тел
и идеально гладких
поверхностей

Отношение нормальных составляющих относительной скорости тел после и до удара называется **коэффициентом восстановления ϵ**

$$\epsilon = \frac{U_n'}{U_n}$$

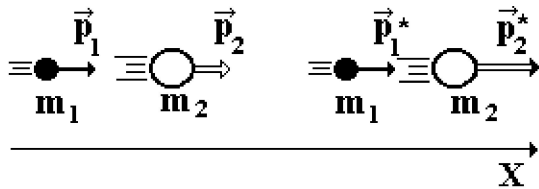
$\epsilon = 0$ тела называются абсолютно неупругими

$\epsilon = 1$ абсолютно упругие тела

упругий удар бывает двух типов: нецентральный удар; центральный удар

АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ УДАР

Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате которого взаимодействующие тела не деформируются и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию взаимодействующих тел (идеализированный случай)



$$m_1 v_1 \pm m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

до взаимодействия
(до удара)

после взаимодействия
(до удара)

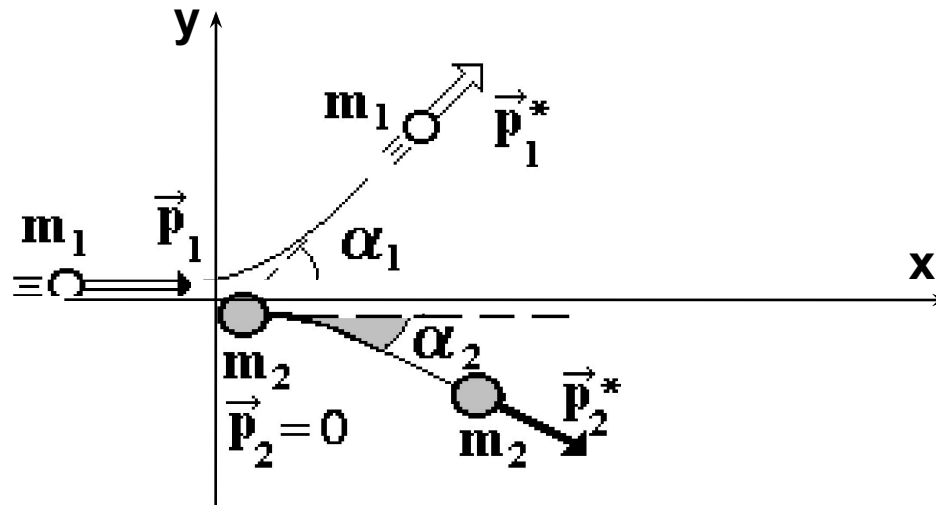


$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

УПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ В ДВУХ ИЗМЕРЕНИЯХ



На ось OX:
$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} \cos \alpha_1 + m_2 v'_{2x} \cos \alpha_2$$

На ось OY:
$$0 = m_1 v'_{1y} \sin \alpha_1 + m_2 v'_{2y} \sin \alpha_2$$

АБСОЛЮТНО УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Частные случаи:

$m_1 = m_2$, частицы обмениваются скоростями.

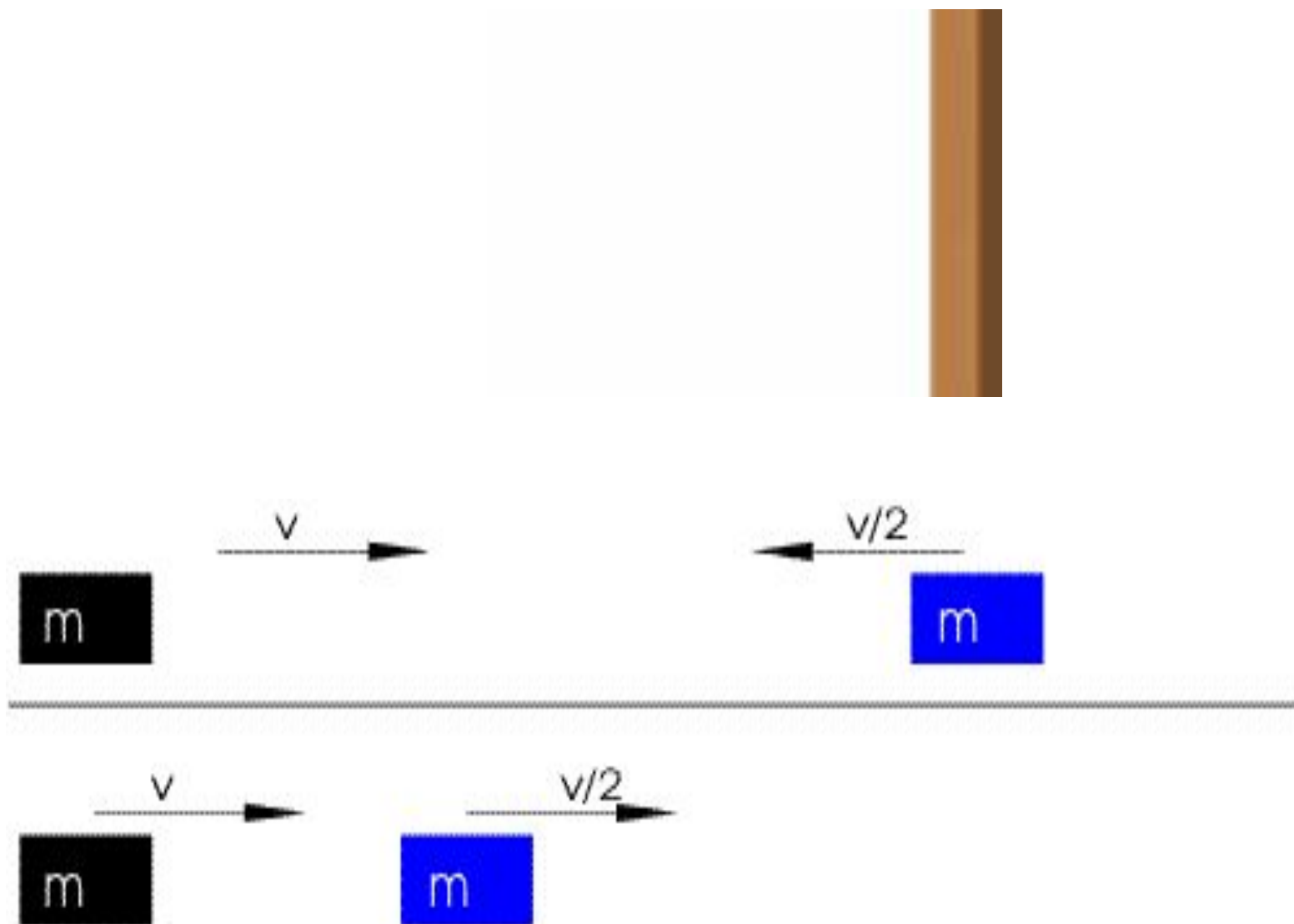
$m_1 > m_2$, первый шар продолжает двигаться в том же направлении, как и до удара, но с меньшей скоростью. Скорость второго шара после удара больше, чем скорость первого после удара.

$m_1 < m_2$, направление движения первого шара при ударе изменяется — шар отскакивает обратно. Второй шар движется в ту же сторону, в которую двигался первый шар до удара, но с меньшей скоростью.

$m_1 \ll m_2$, (столкновение шара со стеной)

$$v_1' = -v_1$$
$$v_2 \approx 0$$
$$\Delta p \updownarrow = 2m \cdot v \updownarrow$$

АБСОЛЮТНО УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

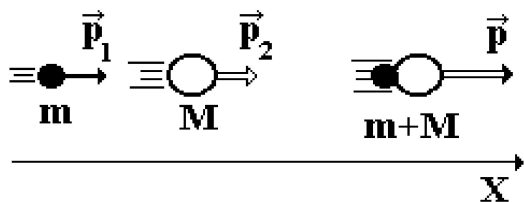


АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое

Абсолютно неупругий удар — происходит «потеря» механической энергии под действием **диссипативных сил**

Диссипативные силы — силы, при действии которых на механическую систему её полная механическая энергия убывает (то есть диссипирует), переходя в другие, не механические формы энергии, например, в теплоту



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

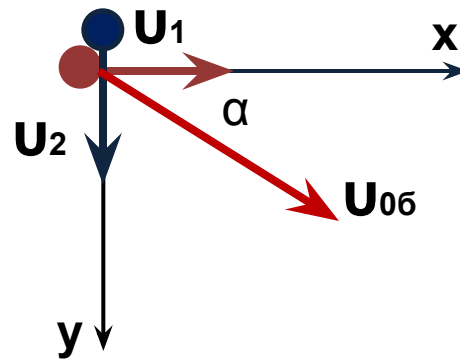
до взаимодействия
(до удара)

после взаимодействия
(до удара)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

НЕУПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ В ДВУХ ИЗМЕРЕНИЯХ



На ось OX:
$$m_1 u_{1x} = (m_1 + m_2) \cdot u'_x \cos \alpha$$

На ось OY:
$$m_1 u_{2y} = (m_1 + m_2) \cdot u'_y \sin \alpha$$

АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Частные случаи:

$$m_1 \ll m_2, \text{ (второе тело неподвижно)} \quad \vec{v}, \quad \vec{v}_1$$

почти вся кинетическая энергия тела при ударе переходит в другие формы энергии (наковальня должна быть массивнее молотка)

$$m_1 \gg m_2, \text{ (второе тело неподвижно)} \quad \vec{v}, \quad \vec{v}_1$$

почти вся кинетическая энергия тела при ударе переходит в другие формы энергии (масса молотка должна быть гораздо больше массы гвоздя)

$$m_1 = m_2 \text{ (оба тела движутся)} \quad \vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}$$

ЗАДАЧИ 1

1. Движение материальной точки описывается уравнением: $X = 7 + 5t + 3t^2$. Приняв ее массу равной 3 кг, найти импульс через 4 с после начала отсчета времени.
2. Белка массой 0,5 кг сидит на абсолютно гладкой, обледенелой, горизонтальной, плоской крыше. Человек бросает белке камень массой 0,1 кг. Камень летит горизонтально со скоростью 6 м/с. Белка хватается камень и удерживает его. Вычислите скорость белки, поймавшей камень.
3. Тележка с песком катится со скоростью 1 м/с по горизонтальному пути без трения. Навстречу тележке летит шар массой 2 кг с горизонтальной скоростью 7 м/с. Шар после попадания в песок застревает в нем. В какую сторону, и с какой скоростью покатится тележка после столкновения с шаром? Масса тележки 10 кг.
4. Тележка, масса которой 120 кг движется по горизонтальной плоскости со скоростью 6 м/с. С тележки соскакивает человек массой 80 кг под углом 30° к направлению ее движения в горизонтальной плоскости. Скорость тележки уменьшилась при этом до 5 м/с. Какова скорость человека во время прыжка относительно Земли.
5. Бильярдный шар, движущийся со скоростью 10 м/с, ударил покоящийся шар такой же массы. После удара шары разошлись на 90° относительно друг друга. Найти скорости шаров после удара.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Кинетическая энергия – энергия, которой обладают движущиеся тела.

$$T = \frac{m \cdot v^2}{2} \text{ Дж}$$

Способность движущегося тела совершить работу оценивается его кинетической энергией

Кинетическая энергия зависит от массы и скорости тела и от выбора системы отсчета. Всегда положительна

Теорема об изменении кинетической энергии:
изменение кинетической энергии материальной точки равно сумме работ всех сил, действующих на эту точку.

$$T = \sum_{i=1}^n A = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Связь кинетической энергии с импульсом

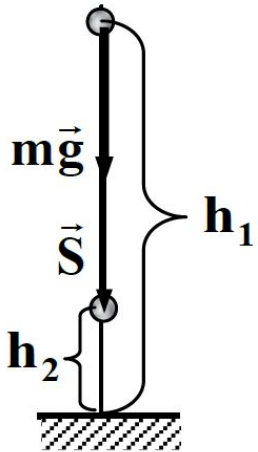
$$T = \frac{p^2}{2m}$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Потенциальная энергия — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними

Для материальной точки массой m , поднятой на высоту h над поверхностью Земли, потенциальная энергия равна:

$$\Pi = mgh$$



Потенциальная энергия упругодеформированного тела:

$$\Pi = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Потенциальная энергия системы зависит от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам

Теорема о потенциальной энергии: работа консервативной силы равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком:

$$A_{\text{конс.сил}} = -(\Pi_2 - \Pi_1)$$

консервативные силы (потенциальные силы) — это силы, работа которых не зависит от вида траектории, точки приложения этих сил и закона их движения, и определяется только начальным и конечным положением этой точки

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Полной механической энергией называется величина, равная сумме кинетической и потенциальной энергии тела или материальной точки:

$$E = T + \Pi = const$$

Закон изменения полной механической энергии материальной точки: изменение полной механической энергии материальной точки равно сумме работ всех неконсервативных сил действующих на эту материальную точку:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \sum A_{нк}$$

Механическая энергия материальной точки не изменяется с течением времени, если сумма работ неконсервативных сил равна нулю.

Условие выполняется в следующих случаях:

1. на материальную точку действуют только консервативные силы,
2. на материальную точку действуют и консервативные и неконсервативные силы, однако сумма работ неконсервативных сил равна нулю.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Закон сохранения механической энергии: в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется

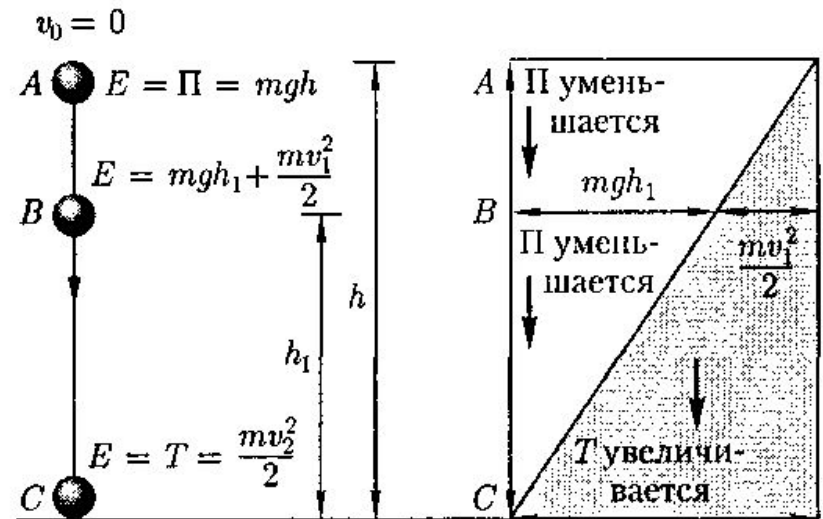
Консервативные (потенциальные) силы: гравитационная сила, сила тяжести, сила упругости, сила Кулона и сила Архимеда

Неконсервативные силы: силы трения, силы вихревого электрического поля

В неконсервативных системах полная механическая энергия системы **не сохраняется**

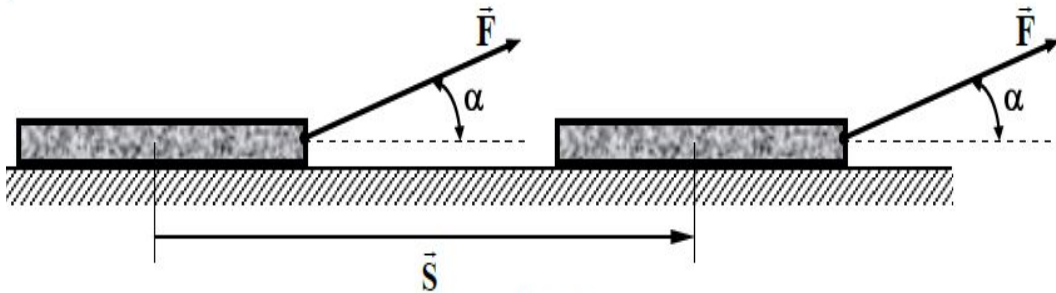


Закон сохранения энергии, т.е. потенциальная энергия поднятого маятника переходит в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения



РАБОТА СИЛЫ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Механической работой постоянной по величине и направлению силы называется скалярная величина, равная произведению величины силы F , действующей на тело, на величину вектора перемещения S точки приложения силы и на косинус угла между векторами F и S , т.е.:



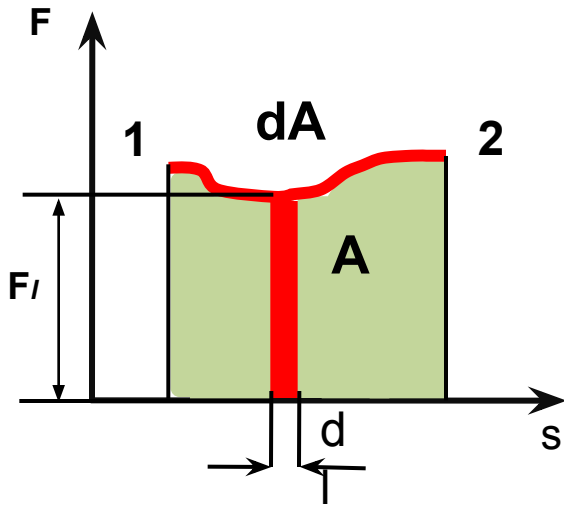
$$A = |\vec{F}| |\vec{S}| \cos \alpha$$

1 Дж = 1 Н · м

Величина работы может быть как положительной, так и отрицательной. Знак определяется косинусом угла α .

- если $\alpha < 90^\circ$ – работа положительная,
- если $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ – величина работы отрицательная,
- если $\alpha = 90^\circ$ – работа равна нулю

РАБОТА СИЛЫ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ



Работа постоянной силы, действующей в направлении перемещения или же под неизменным углом к перемещению, можно изобразить площадью прямоугольника, одной стороной которого является длина пути, а другой – величина проекции силы на путь

$$dA = \int_1^2 F \cos \alpha ds = \int_1^2 F_{\parallel} ds$$

Работа по замкнутому контуру в стационарном потенциальном поле равна нулю

Работа консервативных сил по замкнутому контуру равна нулю

Консервативная сила – сила, работа которой при перемещении тела из одного положения в другое не зависит от формы траектории, а зависит только от начального и конечного положения тела

МОЩНОСТЬ

Мощность N - это скорость совершения работы, т.е. отношение работы dA к промежутку времени dt , за который она совершена:

$$N = \frac{dA}{dt}$$

$$N = \frac{F ds}{dt} = Fv$$

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$$

$$1 \text{ л.с.} = 735,5 \text{ Вт}$$

Коэффициентом полезного действия называется величина, равная отношению величины полезной работы к величине полной работы:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез}}}{A_{\text{затр}}} 100\%$$

A_p – полезная работа (работа, для выполнения которой был создан механизм) является частью затраченной работы

A_z – затраченная (полная) работа, всегда больше полезной работы, т.к. равна сумме работ: полезной, работы по преодолению сил сопротивления, работы по перемещению частей механизма

ЗАДАЧИ 2

1. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с . На какой высоте кинетическая энергия камня равна его потенциальной энергии?
2. Найти потенциальную и кинетическую энергии тела массой 3 кг , падающего свободно с высоты 5 м , на расстоянии 2 м от поверхности земли.
3. Каковы значения потенциальной и кинетической энергии стрелы массой 50 г , выпущенной из лука со скоростью 30 м/с вертикально вверх, через 2 с после начала движения.
4. К концу сжатой пружины детского пистолета на 3 см приложенная к ней сила была равна 20 Н . Найти потенциальную энергию сжатой пружины.
5. Кинетическая энергия тела 16 Дж . Если при этом импульс тела равен 8 кг м/с . Чему равна масса тела?
6. В ящик массой M , подвешенный на тонкой нити, попадает пуля массой m , летевшая горизонтально со скоростью V_0 , и застревает в нем. На какую высоту h поднимается ящик после попадания пули?
7. Тело массой M соскальзывает без трения с наклонной доски на неподвижную платформу. Какую скорость будет иметь платформа после того, как тело упадет на нее. Масса платформы M_1 , высота начального положения тела H , угол наклона доски к горизонту α . Трение не учитывать.