

Урок № 79

Тема:

Основные понятия и
формулы теории
вероятностей

При определенных условиях
выполняются испытания.

Итоги испытаний принимаются в
теории вероятностей за
события

Основные понятия теории вероятностей

Рассмотрим множество всех событий, которые могут произойти или не произойти в данном эксперименте.

Невозможное (или невыполнимое) событие – событие, которое не может наступить в данном эксперименте - $\emptyset$.

Достоверное (или истинное) событие – событие, которое обязательно произойдет в данном эксперименте – Ω .

Случайное событие – событие, которое может произойти, а может не произойти в данном эксперименте

Несколько событий называют **равновозможными**, если в результате опытов ни одно из них не имеет большую возможность появления, чем другие.

Несколько событий называются **неравновозможными**, если в результате опытов одно из них имеет большую возможность появления, чем другие.

Свойства вероятности

Свойства вероятности согласно классическому определению.

- $P(\Omega)=1$;
- $P(\emptyset)=0$;
- $0 \leq P(A) \leq 1$, A - случайное событие.

Основные понятия теории вероятностей

Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании.

Пример 1. Испытание: однократное бросание игральной кости. Событие A — появление четырех очков, событие B — появление четного числа очков. События A и B совместны.

Два события называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

Пример 2. Испытание: однократное бросание монеты. Событие A — выпадение герба, событие B — выпадение цифры. Эти события несовместны, так как появление одного из них исключает появление другого.

Основные понятия теории вероятностей

- Два события A и B называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит. Событие, противоположное событию A , обозначают через $\bar{A}$.

Пример 3. Испытание: однократное бросание монеты. Событие A — выпадение герба, событие B — выпадение цифры. Эти события противоположны, так как исходами бросания могут быть лишь они и появление одного из них исключает появление другого, т. е. $\bar{A} = B$ или $\bar{B} = A$

Классическое определение вероятности

Событие A называется **благоприятствующим** событию B , если наступление события A влечет за собой наступление события B .

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу

- где m — число элементарных исходов, благоприятствующих A ;
- n — число всех возможных элементарных исходов испытания.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Сложение несовместных событий

Два события называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

Суммой событий A и B называется событие $A + B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: A или B .

Теорема. Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

Пример 1

В урне 30 шариков: 15-**красные**, 10-**синие**, 5- **зеленые**.

Найти вероятность, что наудачу извлеченный шарик – не **зеленый**

$$\frac{5}{6}$$

Пример 2 Уровень В*

46. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие A).

$$\frac{67}{91}$$

Произведение независимых событий

Событие B называют **независимым** от события A , если появление события A не изменяет вероятности события B .

Теорема. Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. $P(AB) = P(A) P(B)$

Пример 3

Пример. В двух коробках лежат карандаши одинаковой величины и формы, но разного цвета. В первой коробке 4 красных и 6 черных, а во второй 3 красных, 5 синих и 2 черных. Из обеих коробок вынимается наугад по одному карандашу. Какова вероятность того, что оба карандаша окажутся красными?

$$0,12 = \frac{3}{25}$$

Формула Бернулли для n независимых испытаний

A - событие в том, что оно произойдет
ровно k раз:

$$p(A) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

Пример 4.

Найдите вероятность,
что событие произойдет ровно 3 раза в
5 пяти независимых испытаниях,
если постоянная вероятность этого
события равна 0,2

0,0512

HOMEWORK

Если вероятность одного из двух противоположных событий обозначена через p , то вероятность другого события обозначают через q .

$$p + q = 1$$

51. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго—0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

Level B*

56. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятности того, что за время t безотказно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

г) по меньшей мере один элемент