

**10 класс**

**(§14)**

# **Системы показательных уравнений и неравенств**

**Задача 1**      Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 2y = -1, \\ 4^{x+y^2} = 16. \end{cases}$

Решим эту систему способом подстановки:

$$\begin{cases} x = -2y - 1, \\ 4^{-2y - 1 + y^2} = 4^2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \cdot 3 - 1 \\ y_1 = 3, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -2 \cdot (-1) - 1 \\ y_2 = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -7 \\ y_1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4^{-2y - 1 + y^2} &= 4^2, \\ -2y - 1 + y^2 &= 2, \\ y^2 - 2y - 3 &= 0, \\ y_1 &= 3, \\ y_2 &= -1. \end{aligned}$$

**Ответ**       $(-7; 3), (1; -1).$

**Задача 2** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3^{y+1} - 2^x = 5, \\ 4^x - 6 \cdot 3^y + 2 = 0. \end{cases}$$

Пусть  $2^x = u$ ,  $3^y = v$ , тогда

$$\begin{cases} 3v - u = 5, \\ u^2 - 6v + 2 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 3v - 5, \\ (3v - 5)^2 - 6v + 2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = 1, \\ u_1 = -2, \end{cases} \quad \begin{cases} v_2 = 3, \\ u_2 = 4. \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 2^x = -2, \\ 3^y = 1 \end{cases}$$

нет решения

$$2) \begin{cases} 2^x = 4, \\ 3^y = 3, \\ x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

$$(3v - 5)^2 - 6v + 2 = 0,$$

$$9v^2 - 36v + 27 = 0,$$

$$v^2 - 4v + 3 = 0,$$

$$v_1 = 1, \quad v_2 = 3.$$

**Ответ**

**(2; 1).**

**Задача 3\*** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 162, \\ 3^x \cdot 4^y = 48. \end{cases}$

Перемножив уравнения данной системы, получим

$$\begin{cases} 6^x \cdot 36^y = 162 \cdot 48 \\ 3^x \cdot 4^y = 48. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - 2y. \\ 3^{5-2y} 4^y = 48, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2, \\ x = 1. \end{cases}$$

$$6^x \cdot 36^y = 162 \cdot 48$$

$$6^{x+2y} = 6^5,$$

$$x = 5 - 2y.$$

---

$$3^{5-2y} 4^y = 48,$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^y = \frac{48}{3^5},$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^y = \left(\frac{4}{9}\right)^2,$$

**Ответ**

**(1; 2).**

**В классе:**

№ 240 (1,3),

№ 241 (1),

№ 242 (1).

**Д/з:**

**§14**

№ 240 (2,4),

№ 241 (2),

№ 242 (2).

Решить систему уравнений (240—243).

240 1) 
$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25; \end{cases}$$

3) 
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 2^{x-y} = 8; \end{cases}$$

$$\mathbf{241} \quad 1) \quad \begin{cases} 4^x \cdot 2^y = 32, \\ 3^{8x+1} = 3^{3y}; \end{cases}$$

$$\mathbf{242} \quad 1) \quad \begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 2^x - 2^y = 2; \end{cases}$$

# Урок 2

**Задача 4** Решить систему 
$$\begin{cases} 3^{x-1} \leq \sqrt{3}, \\ 0,2^{3x^2-2} = 0,2^{2x^2+x+4}. \end{cases}$$

1)  $3^{x-1} \leq \sqrt{3},$

$$3^{x-1} \leq 3^{\frac{1}{2}}$$

$$x-1 \leq \frac{1}{2},$$

$$x \leq 1,5.$$

2)  $0,2^{3x^2-2} = 0,2^{2x^2+x+4},$

$$3x^2 - 2 = 2x^2 + x + 4,$$

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$x_1 = -2,$$

$$x_2 = 3 \text{ - не удовл. условию 1)}$$

Ответ: -2.

**Задача 5\***

Решить систему 
$$\begin{cases} 3^{xy} = 3^{10}, \\ 4^x = 4^{7-y}, \\ 2^x < 2^y. \end{cases}$$

► Решим сначала систему уравнений 
$$\begin{cases} 3^{xy} = 3^{10}, \\ 4^x = 4^{7-y}. \end{cases}$$

Получаем 
$$\begin{cases} xy = 10, & \begin{cases} xy = 10, \\ x + y = 7. \end{cases} \end{cases}$$

По теореме, обратной теореме Виета, находим два решения (2; 5), (5; 2).

Теперь решим неравенство  $2^x < 2^y$ . Так как  $2 > 1$ , то  $x < y$ .

Решение системы уравнений (2; 5) удовлетворяет неравенству  $x < y$ , а решение (5; 2) ему не удовлетворяет.

**Ответ**

(2; 5). ◁

**В классе:**

№ 243 (1,3,5),  
№ 244 (1).

**Д/з:**

**§14,**  
№ 243 (2,4,6),  
№ 244 (2).

**243**

$$1) \begin{cases} 5^x - 5^y = 100, \\ 5^{x-1} + 5^{y-1} = 30; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 16^y - 16^x = 24, \\ 16^{x+y} = 256; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5^{x+1} \cdot 3^y = 75, \\ 3^x \cdot 5^{y-1} = 3; \end{cases}$$

**244** 1) 
$$\begin{cases} 5^{2x+1} > 625, \\ 11^{6x^2-10x} = 11^{9x-15}; \end{cases}$$

**№ 6.**

$$\begin{cases} 0,6^{4x} = 0,6^{2x+5}, \\ 2^{3x-1} > 4 \end{cases}$$

# Проверочная работа.

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Решить неравенство

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-9} \leq 1$$

$$(\sqrt{3})^{4-x^2} \geq 1$$

2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ 4^{2x-3y} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 1, \\ 3^{x-3y} = 27 \end{cases}$$