

# Ряды динамики

## План

1. Понятие о рядах динамики.
2. Показатели рядов динамики.
3. Средние показатели динамики за период.
4. Методы измерения периодических колебаний.

# 1. Понятие о рядах динамики.

Общественные явления, изучаемые статистикой, находятся в постоянном развитии. Социально-экономические показатели могут быть представлены не только в статической форме, но и как процесс, происходящий во времени.

**Ряд динамики** — это последовательность числовых значений статистических показателей, характеризующих изменения социально экономических-явлений во времени.

Каждый ряд динамики представляет статистическую таблицу, состоящую из двух элементов:

- 1) уровней динамического ряда ( $y$ ) — числовых значений показателя;
- 2) обозначения времени (моментов или периодов), к которым относятся эти уровни ( $t$ ).

В зависимости от характера показателя различают **два вида динамических рядов: моментные и интервальные (периодические).**

**Моментным** называется ряд динамики, уровни которого характеризуют состояние изучаемой совокупности на **определенные моменты времени.**

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
<b>Число вкладов, млн.</b>	234,2	226,0	225,1	225,0	226,8	230,1	232,9	237,3	241,0	247,7

Особенностью моментного ряда является то, что в каждом последующем уровне содержится полностью или частично предыдущий уровень. Так, большая часть вкладов населения на начало 2008 г. вошла в число вкладов 2009 г. и т.д. **Поэтому суммировать уровни моментного ряда не следует, так как это**

Интервальным рядом динамики является ряд числовых значений, уровни которого характеризуют накопленный итог процесса за тот или иной период времени (год, квартал т.д.).

Например: выпуск книг и брошюр всего за год, тыс.

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Число книг и брошюр	34	29	29	30	34	36	45	46	48	60	70	70	81

Уровни интервального ряда в отличие от уровней моментного ряда не включают элементы предыдущих или последующих уровней. Поэтому возможно их суммирование.

Например, путем суммирования уровней ряда динамики, приведенного в табл. можно определить, сколько издано книг и брошюр за отдельные периоды.

	2006-2010	2011-2015	2016-2018
Число книг и брошюр	156	235	221

Выше были приведены ряды динамики **абсолютных величин**.

Распространены ряды динамики, построенные по различного вида **относительным величинам**.

**Среднее число студентов**, приходящихся на одного преподавателя в Российской Федерации, человек

Среднее число студентов	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	2014/2015	2015/2016	2016/2017
В государственных ВУЗах	11,5	12,3	13,4	14,6	16,1	17,6	17,9
В негосударственных Вузах	9,1	8,6	7,6	8,2	11,2	13,4	15,0

## 2. Показатели рядов динамики.

Для изучения общественных явлений простого визуального сопоставления уровней ряда динамики недостаточно, необходимо исчислять по каждому году производные показатели ряда динамики:

- 1. абсолютный прирост;**
- 2. темп роста;**
- 3. темп прироста;**
- 4. абсолютное содержание одного процента прироста.**

Расчет производных показателей рядов динамики осуществляется **на основе сравнения их уровней.**



При этом возможны два способа сопоставления уровней динамического ряда:

- расчет **базисных** показателей, при котором все последующие уровни сравнивают с некоторым начальным, принятым за базу;
- расчет **цепных** показателей, при котором каждый последующий уровень ряда динамики сопоставляют с предыдущим.

Далее рассмотрим исчисление этих показателей по данным следующего ряда динамики.

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Всего	512	729	853	1043	1796	2349	3063	3754

**1. Базисный абсолютный прирост** показывает, на сколько единиц уровень показателя в текущем году выше или ниже уровня показателя в базисном году.

В нашем примере оборот розничной торговли за каждый год сравнивается с величиной оборота в 2012 г.

Если сравнивать величину оборота розничной торговли за каждый год с величиной оборота в соответствующие предшествующие годы, то получим **цепные** показатели **абсолютного прироста**.

Абсолютный прирост ( $\Pi$ ) исчисляется как разность между сравниваемыми уровнями:

**базисный абсолютный прирост:**  $\Pi_{б} = y_i - y_{баз}$ ;

**цепной абсолютный прирост:**  $\Pi_{ц} = y_i - y_{i-1}$ .

Результаты расчета базисных и цепных абсолютных приростов оборота розничной торговли в условных единицах приведены в табл.

Абсолютный прирост оборота	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
$P_{б}$ (по отношению к базисному 2012 г.)	217	341	531	1284	1837	2551	3242
$P_{ц}$ (по отношению к предыдущему году)	217	124	190	753	553	714	691

**2. Темп роста ( $T_p$ )** показывает, во сколько раз уровень текущего года увеличился или уменьшился по сравнению с уровнем базисного либо предыдущего года. Темп роста может быть выражен либо в разгах, как показано в приведенных ниже формулах, либо в процентах.

**Базисный темп роста** рассчитывается по формуле:  $T_{pб} = \frac{y_i}{y_{баз}}$ .

**Цепной темп роста** исчисляется по формуле:  $T_{pц} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ .

Расчетные значения **базисных** и **цепных темпов роста** оборота розничной торговли % представлены в табл.

Темпы роста оборота	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
	142,4	166,6	203,7	350,8	458,8	598,2	733,2
	142,4	117,0	122,3	172,2	130,8	130,4	122,6

**Темп прироста** ( $T_{пр}$ ) показывает, на сколько процентных пунктов уровень данного года выше или ниже уровня базисного или предыдущего года.

Темп прироста определяется путем вычитания 100% из величины соответствующего показателя темпа роста, выраженного в процентах.

**Базисный темп прироста** рассчитывается по формуле:

$$T_{прб} = \frac{П_б}{y_{баз}} \text{ или } T_{рб} - 100\%$$

**Цепной темп прироста** исчисляется по формуле:

$$T_{прц} = \frac{П_ц}{y_{i-1}} \text{ или } T_{рц} - 100\%$$

По исходным данным или по расчетным данным, можно вычислить % **базисные** и **цепные темпы прироста**.

Темпы прироста оборота	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
По отношению к базисному 2012 г.	42,4	66,6	103,7	250,8	358,8	498,2	633,2
По отношению к предыдущему году	42,4	17,0	22,3	72,2	30,8	30,4	22,6

Показатель **абсолютного содержания одного процента прироста** ( $A$ ) показывает, какое абсолютное значение содержит один процент прироста показателя и исчисляется как **отношение абсолютного прироста к темпу прироста**:

**базисный** показатель:  $A = \frac{П_б}{T_{прб}}$ .

**цепной** показатель:  $A = \frac{П_ц}{T_{прц}}$ . Подставив в формулу

составляющие можно записать:  $A = \frac{y_{i-1}}{100\%}$ .

Вычисление и анализ данных показателей способствуют более глубокому пониманию характера развития исследуемой совокупности.

Например, данные рассматриваемого примера свидетельствуют о том, что:

- при колебаниях темпов роста и абсолютных приростов за отдельные годы, базисные показатели абсолютного содержания одного прироста остаются практически неизменными,

- однако, цепные показатели, характеризующие изменения абсолютного значения одного процента прироста в каждом последующем году по сравнению с предыдущим, непрерывно

возрастают

	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Базисные показатели	5,11	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12
Цепные показатели	5,11	7,29	8,52	10,43	17,95	23,48	30,57

### **3. Средние показатели динамики за период.**



Расчет средних показателей динамики за достаточно длительный период времени позволяет:

- абстрагироваться от ежегодных колебаний показателей;
- выявить общую тенденцию развития совокупности.

Основными видами динамических средних показателей являются:

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста;
- средний темп прироста;
- среднее значение одного процента прироста.

Методика расчета средних уровней рядов динамики существенно различается в зависимости от вида ряда.

Средний уровень интервального ряда динамики рассчитывается следующим образом:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

где:  $\bar{y}$  - средний уровень интервального ряда;

$y_i$  - исходные уровни ряда;

$n$  - число лет в периоде, за которые производится расчет.

Для нашего примера среднегодовой уровень розничного товарооборота будет равен (в условных единицах):

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = 1762.4$$

То есть за период с 2012 по 2019 г. объем розничного товарооборота в среднем за год составлял 1762,4 условных единиц.

Для **моментного ряда динамики**, при условии равенства промежутков времени между датами, средний уровень исчисляется по формуле **средней хронологической**:

$$\overline{y_{\text{хр}}} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1}$$

где:  $\overline{y_{\text{хр}}}$  - средняя хронологическая величина;

$y_1, \dots, y_n$  - уровни ряда;

$n$  - число уровней, участвующих в расчете.

*Исходными данными для вычисления среднего уровня моментного ряда по методу средней хронологической может служить следующая информация.*

Стоимость основных фондов в экономике Российской Федерации по полной учетной стоимости, на конец года.

	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Условные единицы	14 278	14 335	17 464	21 495	26 307	32 274

Вычислим среднегодовую стоимость основных фондов за период 2014 - 2019 гг. по формуле средней хронологической.

$\overline{U_{xp}} = (0,5 \cdot 14278 + 14335 + 17464 + 21495 + 26307 + 0,5 \cdot 32274) : 5 = 20575$  (условных единиц).

**Средний уровень моментного ряда**, в котором исходные данные представлены через неравные промежутки времени, производится по формуле **средней арифметической взвешенной**.

**Например:** используем часть данных табл. и представим их в следующем виде:

**стоимость основных фондов в экономике РФ по полной учетной стоимости, на конец года**

	2014	2016	2018	2019
условные единицы	14 278	17 464	26 307	32 274

$$\begin{aligned} \overline{x_{ар}} &= \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} \\ &= (14278 \cdot 1 + 17464 \cdot 2 + 26307 \cdot 1,5 + 32274 \cdot 0,5) : 5 = 20\,960 \end{aligned}$$

**Средний абсолютный прирост** вычисляется по формуле:

$$\bar{\Pi} = \frac{(\Pi_1^{\text{ц}} + \Pi_2^{\text{ц}} + \dots + \Pi_n^{\text{ц}})}{n} = \frac{y_n - y_0}{n}.$$

Рассчитаем среднегодовой абсолютный прирост оборота розничной торговли, используя данные таблиц.

Оборот розничной торговли, в условных единицах.

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Всего	512	729	853	1043	1796	2349	3063	3754

Результаты расчета базисных и цепных абсолютных приростов оборота розничной торговли в условных единицах

Абсолютный прирост оборота	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
$\Pi_b$ (по отношению к базисному 2012 г.)	217	341	531	1284	1837	2551	3242
$\Pi_{\text{ц}}$ (по отношению к предыдущему году)	217	124	190	753	553	714	691

$$\bar{\Pi} = (217+124+190+753+553+714+691):7=(3754-512):7=463 \text{ усл. ед.}$$

**Средний темп роста** исчисляется по формуле средней геометрической величины из цепных темпов роста ряда динамики:

$$\overline{T_p} = \sqrt[n]{T_{p_1} \cdot T_{p_2} \cdot T_{p_3} \cdot \dots \cdot T_{p_n}},$$

где:  $\overline{T_p}$  - средний темп роста;

$T_{p_1}, T_{p_2}, T_{p_3}, \dots, T_{p_n}$  - цепные темпы роста за отдельные годы;

$n$  - число лет в периоде, за который производится расчет среднего темпа.

Расчеты с показателем корня больше трех, как правило, выполняются при помощи логарифмирования.

Из алгебры известно, что логарифм корня равен логарифму подкоренной величины, деленной на показатель корня, и что логарифм произведения нескольких сомножителей равен сумме логарифмов этих сомножителей.

Исчислим **средние темпы роста и прироста** на примере ряда динамики розничного товарооборота, используя значения цепных темпов роста из таб.

Расчетные значения базисных и цепных темпов роста оборота розничной торговли % представлены в табл.

Темпы роста оборота	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
$T_{pб}$ (база 2012 г.)	142,4	166,6	203,7	350,8	458,8	598,2	733,2
$T_{pц}$	142,4	117,0	122,3	172,2	130,8	130,4	122,6

$$\overline{T_p} = \sqrt[7]{142.4 \cdot 117.0 \cdot 122.3 \cdot 130.8 \cdot 130.4 \cdot 122.6} = 133\%$$

В процентах среднегодовой темп роста составляет: 133%.

Среднегодовой темп прироста равен:

$$\overline{T_{пр}} = \overline{T_p} - 100\% = 133\% - 100\% = 33\%.$$



**Средние темпы прироста** представляют собой разность между средним темпом роста, выраженном в разах, и единицей ( $\overline{T_p} - 1$ ), или средним темпом роста, выраженным в процентах:

$$\overline{T_{\text{пр}}} = \overline{T_p} - 1 \text{ или } \overline{T_{\text{пр}}} = \overline{T_p} - 100\% .$$

Приведенная выше формула среднего темпа роста может быть преобразована и приведена к более простому виду:

$$\overline{T_{\text{пр}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где:  $y_n$  - конечный уровень динамического ряда;

$y_1$  - начальный уровень динамического ряда;

$n$  - число лет в периоде, за который производится расчет среднего уровня.

Выполнив расчет по этой формуле, получим:

$$\overline{T_{\text{пр}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = 1.33 , \text{ или в процентном выражении } 133\% .$$

Очевидно, что показатели средних темпов роста и прироста, исчисленные по двум формулам, имеют одинаковые числовые значения.

Материалы анализа динамики являются основой при разработке прогнозов и целевых программ социально-экономического развития предприятия, отрасли, города, региона, страны в целом.

Анализ динамики и прогнозирование составляют единый блок экономико-математических расчетов, в которых доминирующую роль играют методы моделирования.

Изучите материал и решите задачи.

# Методы измерения периодических колебаний

Уровни динамического ряда отражают одновременно:

- тренд, т.е. основную тенденцию;

- закономерности развития совокупности;

- случайные колебания;

- периодические колебания, которые могут носить природный (сезонный) характер или быть обусловлены социальными факторами (периодичность выплаты заработной платы).

Рассмотренные в лекции средние показатели динамики позволяют охарактеризовать основную тенденцию развития, но, периодические колебания могут существенно влиять на хозяйственную или иную деятельность и поэтому их масштабы следует измерять. Если колебания носят сезонный характер, то единицей времени динамического ряда должен быть квартал, месяц или иной более короткий отрезок времени.

Общий порядок измерения периодических колебаний следующий:

1) предварительно необходимо одним из возможных методов *выровнять ряд динамики, устранив периодические колебания;*

2) *вычислить коэффициенты сезонности (в процентах или долях)* как отношение каждого фактического уровня к выровненному;

3) *вычислить средние коэффициенты сезонности* как простую среднюю арифметическую из коэффициентов сезонности по одноименным месяцам или кварталам.

*Существуют достаточно простые методы выравнивания: укрупнение единиц времени, к которым относятся уровни ряда динамики, метод скользящих средних и др. Более совершенными*

Рассмотрим пример выравнивания путем укрупнения единицы времени. Предположим, что имеются следующие данные о валовом сборе зерновых культур по одному из сельскохозяйственных предприятий, по годам в тоннах

2005 – 171,2	2010 – 181,2	2015 – 223,8
2006 – 147,9	2011 – 168,2	2016 – 195,7
2007 – 169,5	2012 – 222,5	2017 – 237,4
2008 – 162,4	2013 – 195,7	2018 – 179,3
2009 – 186,6	2014 – 140,1	2019 – 189,1

Из таблицы видно, что в течение 2005–2019 гг. имели место значительные колебания валового сбора зерновых по отдельным годам. Чтобы более отчетливо выявить закономерность динамики производства зерна, определим среднегодовой сбор зерна по укрупненным пятилетним периодам путем деления суммы сборов в каждой пятилетке на число лет. Так, для пятилетнего периода (2005–2009 гг.) величина среднегодового валового сбора зерновых культур определяется на основе вышеприведенных данных следующим образом.

Среднегодовой сбор зерновых культур (2005—2009 гг.) равен:

$$\frac{172.2 + 147.9 + 169.5 + 162.4 + 186.8}{5} = 167.6 \text{ т.}$$

Таким образом, определены величины среднегодовых объемов валового сбора зерновых культур по пятилетиям, т:

(2005 – 2009 гг.) –	167,6
(2010 – 2014 гг.) –	181,5
(2015 – 2019 гг.) –	205,0

В результате укрупнения периодов более отчетливо проявляется общее направление развития зернового производства сельскохозяйственного предприятия.

Наиболее распространенным способом выравнивания рядов динамики является **метод скользящих средних**.

Выравнивание этим методом производится в следующем порядке:

1) **определяют продолжительность периода, по которому будут производиться расчеты скользящих средних**.

Если выравнивание проводится с целью получения информации для последующего расчета коэффициентов сезонности, то этот период должен быть **кратен длительности полного цикла колебания** — году при **сезонных колебаниях**. В нашем примере принята длительность периода *в 5 лет*;

2) **для каждого уровня ряда (кроме начальных и конечных, для расчета которых нет данных) рассчитывают среднее значение, размещая выравниваемый уровень в центре периода расчета**.

Расчетная процедура выполняется последовательно для каждого уровня, как бы скользя по ряду динамики.



В табл. показан порядок проведения таких расчетов.

Первый выровненный уровень ряда динамики рассчитывается по формуле простой средней арифметической из первых пяти уровней:

$$\frac{5.7 + 6.0 + 6.0 + 5.9 + 5.7}{5} = 5.86 \approx 5.9$$

Второй выровненный уровень найдем путем исчисления средней из следующих пяти уровней, начиная со второго, т.е. с 2004 г. В результате получим:

$$\frac{6.0 + 6.0 + 5.9 + 5.7 + 6.9}{5} = 6.1$$

Год	Валовой сбор картофеля, фактические уровни	Скольльзящая сумма валового сбора картофеля за 5 лет	Валовой сбор картофеля, выровненные уровни
2003	5,7		
2004	6,0		
2005	6,0	29,3	5,9
2006	5,9	30,5	6,1
2007	5,7	31,6	6,3
2008	6,9	32,9	6,6
2009	7,1	34,7	6,5
2010	7,3	37,4	7,48
2011	7,7	38,4	7,7
2012	8,4	39,6	7,9
2013	7,9	41,1	8,2
2014	8,3	41,9	8,4
2015	8,8	42,7	8,5
2016	8,5	44,7	8,9
2017	9,2		
2018	9,9		

Далее последовательно исчисляем следующие значения скользящих средних за каждые пять лет, постепенно сдвигаясь на один уровень ниже.

В результате такого выравнивания ряд сглаживается и более отчетливо проявляется общая тенденция развития.

$$\frac{6.0+5.9+5.7+6.9+7.1}{5} = 6.32 \text{ и т.д}$$

В нашем примере сглаженный ряд, состоящий из скользящих средних, обнаруживает плавное повышение урожаев картофеля из года в год.

## Сезонные колебания измеряются коэффициентами сезонности,

пример расчета которых приве-

Месяцы	Продажа мороженого в месяц				Средняя продажа за три года	Коэффициенты сезонности, %
	2016	2017	2018	5		
1	2	3	4	5	6	
1	7,5	8,0	7,9	$(7,5 + 8,0 + 7,9) : 3 = 7,8$	$(7,8 : 9,5) 100 = 82,1$	
2	7,8	7,2	6,0	$(7,8 + 7,2 + 6,0) : 3 = 7,0$	$(7,0 : 9,5) 100 = 73,7$	
3	7,4	7,9	7,2	$(7,4 + 7,9 + 7,2) : 3 = 7,5$	$(7,5 : 9,5) 100 = 78,9$	
4	7,1	6,9	7,9	$(7,1 + 6,9 + 7,9) : 3 = 7,3$	$(7,3 : 9,5) 100 = 76,8$	
5	8,1	7,9	8,3	$(8,1 + 7,9 + 8,3) : 3 = 8,1$	$(8,1 : 9,5) 100 = 85,3$	
6	10,1	12,1	10,2	$(10,1 + 12,1 + 10,2) : 3 = 10,8$	$(10,8 : 9,5) 100 = 113,7$	
7	14,0	16,2	16,6	$(14,0 + 16,2 + 16,6) : 3 = 15,6$	$(15,6 : 9,5) 100 = 164,2$	
8	12,0	12,1	12,5	$(12,0 + 12,1 + 12,5) : 3 = 12,2$	$(12,2 : 9,5) 100 = 128,4$	
9	10,0	12,1	11,5	$(10,0 + 12,1 + 11,5) : 3 = 11,2$	$(11,2 : 9,5) 100 = 117,9$	
10	8,9	9,0	9,4	$(8,9 + 9,0 + 9,4) : 3 = 9,1$	$(9,1 : 9,5) 100 = 95,8$	
11	7,6	9,5	8,5	$(7,6 + 9,5 + 8,5) : 3 = 8,5$	$(8,5 : 9,5) 100 = 89,5$	
Всего	109	117	114,6	$(109 + 117 + 114,6) : 3 = 113,5$	–	
Итого в среднем	9,1	9,75	9,55	$(109 + 117 + 114,6) : 36 = 9,46$	–	

Выравнивание исходных данных проведено простейшим методом, который можно применять только при условии отсутствия тенденции роста или снижения уровней. Произведен расчет среднего значения показателя за весь изучаемый трехлетний период, и оно

принято за факторный уровень при расчете коэффициентов сезонности. В качестве факторного уровня, единый для всего ряда динамического показателя по каждому месяцу, вычисленные в целом динамика.

Вычисленные коэффициенты сезонности позволяют сделать следующие выводы.

Во-первых, продажа мороженого характеризуется значительной сезонностью

Решите **1** задачу.

## Задача 1.

По данным таблицы происшествий рассчитайте:

1) средний уровень ряда динамики;

2) средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.

Год	Число происшествий
2013	2625
2014	2759
2015	2706
2016	2839
2017	3019
2018	3098
2019	3120

## Задача 2.

Дана урожайность озимой пшеницы за пятнадцать лет.

Года	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Урожай-ность	16,5	20.2	27.7	22.4	22.2	27.5	22.5	28.8	27.9	30.0	36.1	42.6	51.3	46.2	51.5

А) Необходимо выровнять ряд методом скользящей средней, приняв период:

- 3 года;

- 5 лет.

Б) Начертите графики не выровненного ряда динамики, выровненного ряда динамики периодом 3 года и выровненного ряда динамики периодом 5 лет в MS Word или MS Excel.