

Сопротивление материалов

I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Сопротивление материалов – **это наука о прочности, жесткости и устойчивости элементов конструкций, сооружений, деталей машин и механизмов.** Сопротивление материалов относится к фундаментальным дисциплинам общетехнической подготовки специалистов с высшим техническим образованием.

Сопротивление материалов – раздел механики деформируемого твердого тела, в котором рассматриваются методы расчета элементов машин и сооружений на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочностью называется способность материала сопротивляться воздействию внешних сил, не разрушаясь и без появления остаточных деформаций. Расчеты на прочность дают возможность определить размеры и форму деталей, выдерживающих заданную нагрузку, при наименьшей затрате материала.

Жесткостью называется способность тела сопротивляться образованию деформаций. Расчеты на жесткость гарантируют, что изменения формы и размеров тела не превзойдут допустимых норм.

Устойчивостью называется способность конструкций сопротивляться усилиям, стремящимся вывести их из состояния равновесия. Расчеты на устойчивость предотвращают внезапную потерю равновесия и искривление

- **Долговечность** состоит в способности конструкции сохранять необходимые для эксплуатации служебные свойства в течение заранее предусмотренного срока времени.

Брус (рис.1, а - в) представляет собой тело, размеры поперечного сечения которого малы по сравнению с длиной. Ось бруса, это линия, соединяющая центры тяжести его поперечных сечений. Различают брусья постоянного или переменного поперечного сечения. Брус может иметь прямолинейную или криволинейную ось. Брус с прямолинейной осью называется стержнем (рис.1, а, б). Тонкостенные элементы конструкции разделяют на пластины и оболочки.

Оболочка (рис.1, г) это тело, один из размеров которого (толщина) намного меньше остальных. Если поверхность оболочки представляет собой плоскость, то объект называют пластиной (рис.1, д). Массивами называются тела, у которых все размеры одного порядка (рис.1, е). К ним относятся фундаменты сооружений, подпорные стены и др.

- Эти элементы в сопротивлении материалов используются для составления расчетной схемы реального объекта и проведения ее инженерного анализа. Под расчетной схемой понимается некоторая идеализированная модель реальной конструкции, в которой отброшены все малосущественные факторы, влияющие на ее поведение под нагрузкой

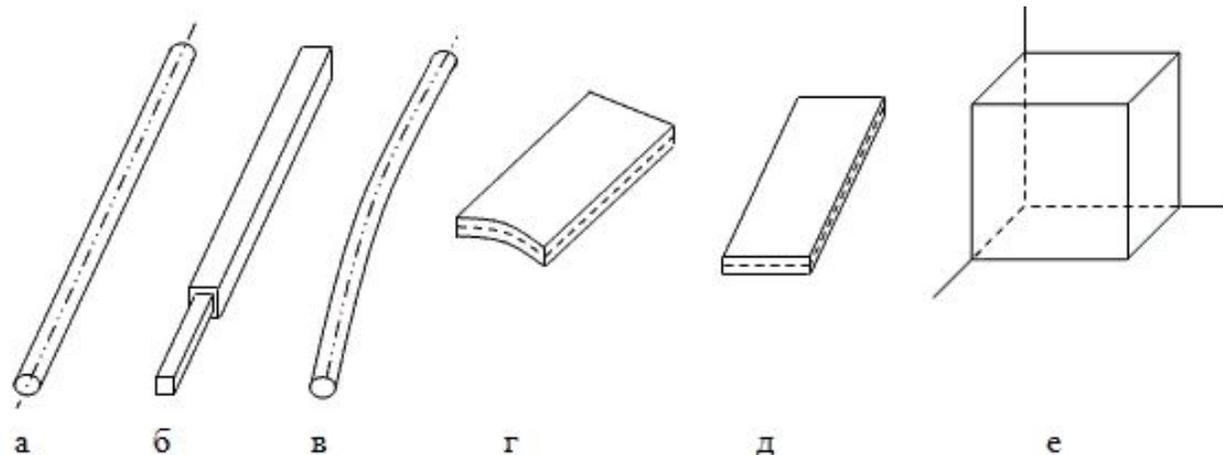


Рис.1. Основные виды элементов конструкций:

а – прямолинейный брус постоянного сечения; б – прямолинейный брус переменного сечения; в – криволинейный брус; г – оболочка; д – пластина; е - массив

Допущения о свойствах материала

- Материал считается сплошным, однородным, изотропным и идеально упругим.
- **Сплошность** – материал считается непрерывным.
Однородность – физические свойства материала одинаковы во всех его точках.
- **Изотропность** – свойства материала одинаковы по всем направлениям.
- **Идеальная упругость** – свойство материала (тела) полностью восстанавливать свою форму и размеры после устранения причин, вызвавших деформацию.

Допущения о деформациях

- 1. Гипотеза об отсутствии первоначальных внутренних усилий.
- 2. Принцип неизменности начальных размеров – деформации малы по сравнению с первоначальными размерами тела.
- 3. Гипотеза о линейной деформируемости тел – деформации прямо пропорциональны приложенным силам (закон Гука).
- 4. Принцип независимости действия сил.
- 5. Гипотеза плоских сечений Бернулли – плоские поперечные сечения бруса до деформации остаются плоскими и нормальными к оси бруса после деформации.
- 6. Принцип Сен-Венана – напряженное состояние тела на достаточном удалении от области действия локальных нагрузок очень мало зависит от детального способа их приложения

Внешние силы

- Действие на конструкцию окружающих тел заменяют силами, которые называют внешними силами или нагрузками. Рассмотрим их классификацию. К нагрузкам относятся активные силы (для восприятия которых создана конструкция), и реактивные (реакции связей) - уравнивающие конструкцию силы. По способу приложения внешние силы можно разделить на сосредоточенные и распределенные. Распределенные нагрузки характеризуются интенсивностью, и могут быть линейно, поверхностно или объемно распределенными. По характеру воздействия нагрузки внешние силы бывают статические и динамические. К статическим силам относят нагрузки, изменения которых во времени малы, т.е. ускорениями точек элементов конструкций (силами инерции) можно пренебречь. Динамические нагрузки вызывают в конструкции или отдельных ее элементах такие ускорения, которыми при расчетах пренебрегать нельзя

Внутренние силы. Метод сечений.

- Действие на тело внешних сил приводит к его деформации (меняется взаимное расположение частиц тела). Вследствие этого между частицами возникают дополнительные силы взаимодействия. Это силы сопротивления изменению формы и размеров тела под действием нагрузки, называют внутренними силами (усилиями). С увеличением нагрузки внутренние усилия возрастают. Выход из строя элемента конструкции наступает при превышении внешних сил некоторого предельного для данной конструкции уровня внутренних усилий. Поэтому оценка прочности нагруженной конструкции требует знания величины и направления возникающих внутренних усилий. Значения и направления внутренних сил в нагруженном теле определяют при заданных внешних нагрузках методом сечений.

- Действие на тело внешних сил приводит к его деформации (меняется взаимное расположение частиц тела). Вследствие этого между частицами возникают дополнительные силы взаимодействия. Это силы сопротивления изменению формы и размеров тела под действием нагрузки, называют внутренними силами (усилиями). С увеличением нагрузки внутренние усилия возрастают. Выход из строя элемента конструкции наступает при превышении внешних сил некоторого предельного для данной конструкции уровня внутренних усилий. Поэтому оценка прочности нагруженной конструкции требует знания величины и направления возникающих внутренних усилий. Значения и направления внутренних сил в нагруженном теле определяют при заданных внешних нагрузках методом сечений.

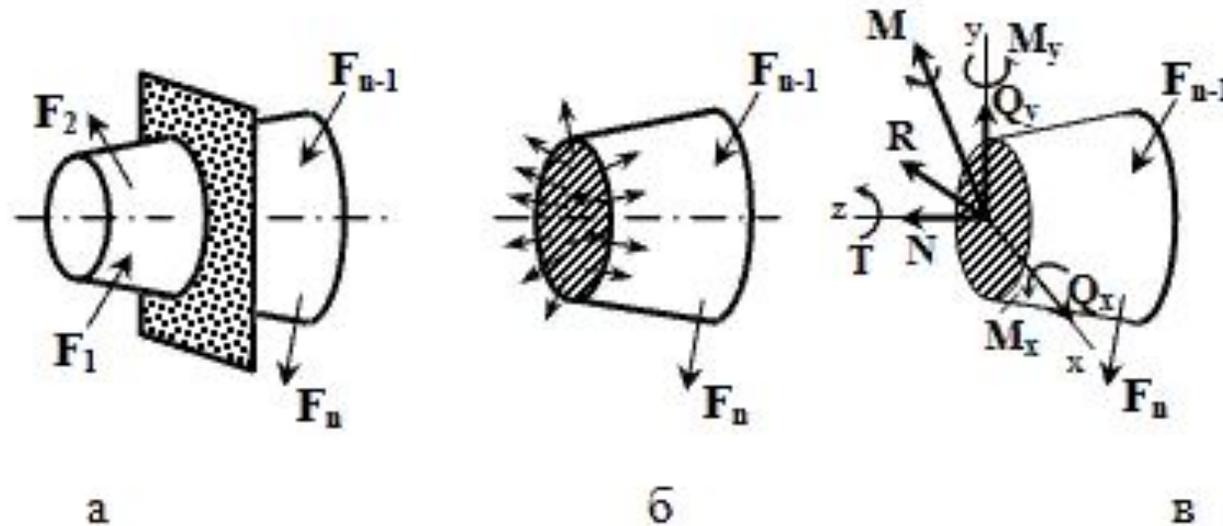
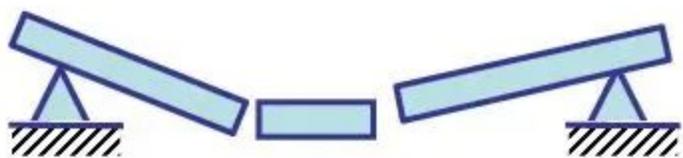
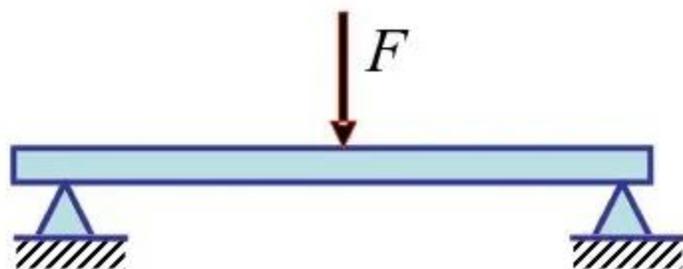


Рис. 2. Метод сечений

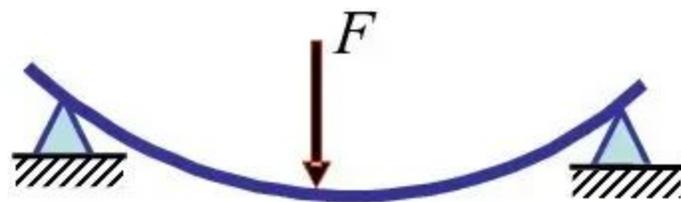
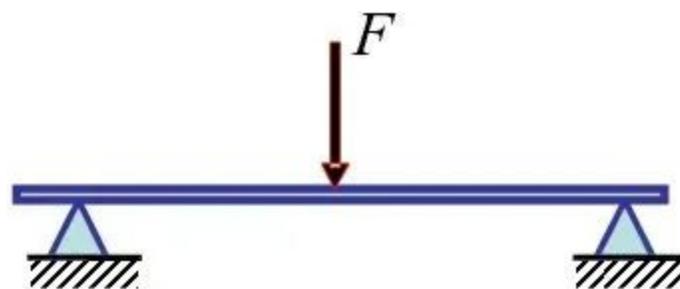
- В соответствии с правилом параллельного переноса сил статики приведем все распределенные внутренние силы к центру тяжести сечения. В результате получим их главный вектор R и главный момент M системы внутренних сил (рис. 2, в). Выбрав систему координат $Oxyz$ так, чтобы ось z являлась продольной осью бруса и проецируя главный вектор R и главный момент M внутренних сил на оси, получим шесть внутренних силовых факторов в сечении бруса: продольную силу N , поперечные силы Q_x и Q_y , изгибающие моменты M_x и M_y , а также крутящий момент T . По виду внутренних силовых факторов можно определить характер нагружения бруса. Если в поперечных сечениях бруса возникает только продольная сила N , а другие силовые факторы отсутствуют, то имеет место «растяжение» или «сжатие» бруса (в зависимости от направления силы N). Если в сечениях действуют только поперечная сила Q_x или Q_y - это случай «чистого сдвига». При «кручении» в сечениях бруса действуют только крутящие моменты T . При «чистом изгибе» - только изгибающие моменты M . Возможны также комбинированные виды нагружения (изгиб с растяжением, кручение с изгибом и др.) – это случаи «сложного сопротивления». Для наглядного представления характера изменения внутренних силовых факторов вдоль оси бруса строят их графики, называемые эпюрами. Эпюры позволяют определить наиболее нагруженные участки бруса и установить опасные. Если в поперечных сечениях бруса возникает только продольная сила N , а другие силовые факторы отсутствуют, то имеет место «растяжение» или «сжатие» бруса (в зависимости от направления силы N). Если в сечениях действуют только поперечная сила Q_x или Q_y - это случай «чистого сдвига». При «кручении» в сечениях бруса действуют только крутящие моменты T . При «чистом изгибе» - только изгибающие моменты M . Возможны также комбинированные виды нагружения (изгиб с растяжением, кручение с изгибом и др.) – это случаи «сложного сопротивления». Для наглядного представления характера изменения внутренних силовых факторов вдоль оси бруса строят их графики, называемые эпюрами. Эпюры позволяют определить наиболее нагруженные участки бруса и установить опасные сечения.

Понятие прочности

Способность детали или конструкции сопротивляться действием внешних сил не получая значительных пластических деформаций и не разрушаясь (не распадаясь на две и более частей) называется **прочностью**.



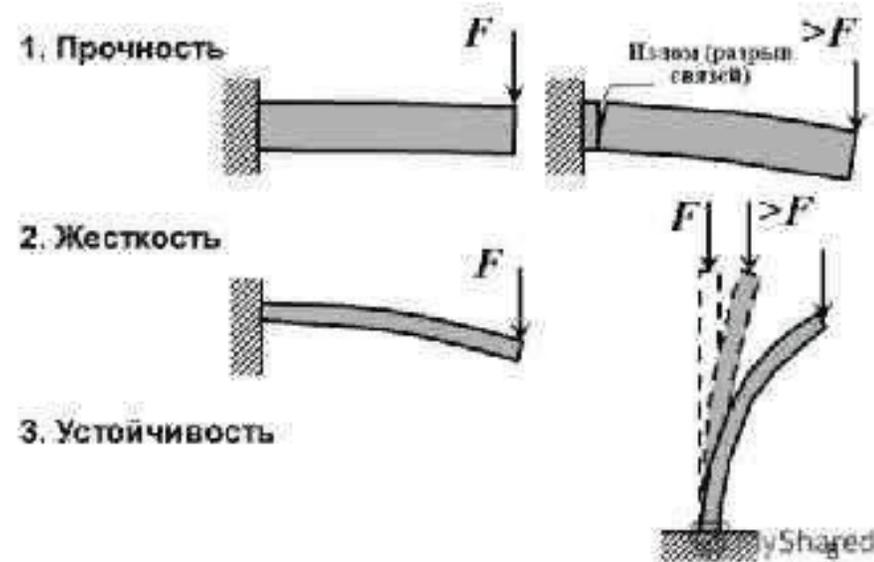
Деталь разрушается, то есть распадается на две или более частей. **Теряет прочность**



В детали возникают значительные пластические деформации, которые не исчезают после снятия нагрузки. **Теряет прочность**

Основной задачей сопротивления материалов является разработка методов расчета на прочность, жесткость и устойчивость с целью получения надежных и экономически обоснованных размеров элементов конструкций

Цели расчёта: Определение размеров деталей или внешних нагрузок, при которых исключается возможность разрушения деталей или появления недопустимых с точки зрения нормальной работы конструкции деформаций этих деталей



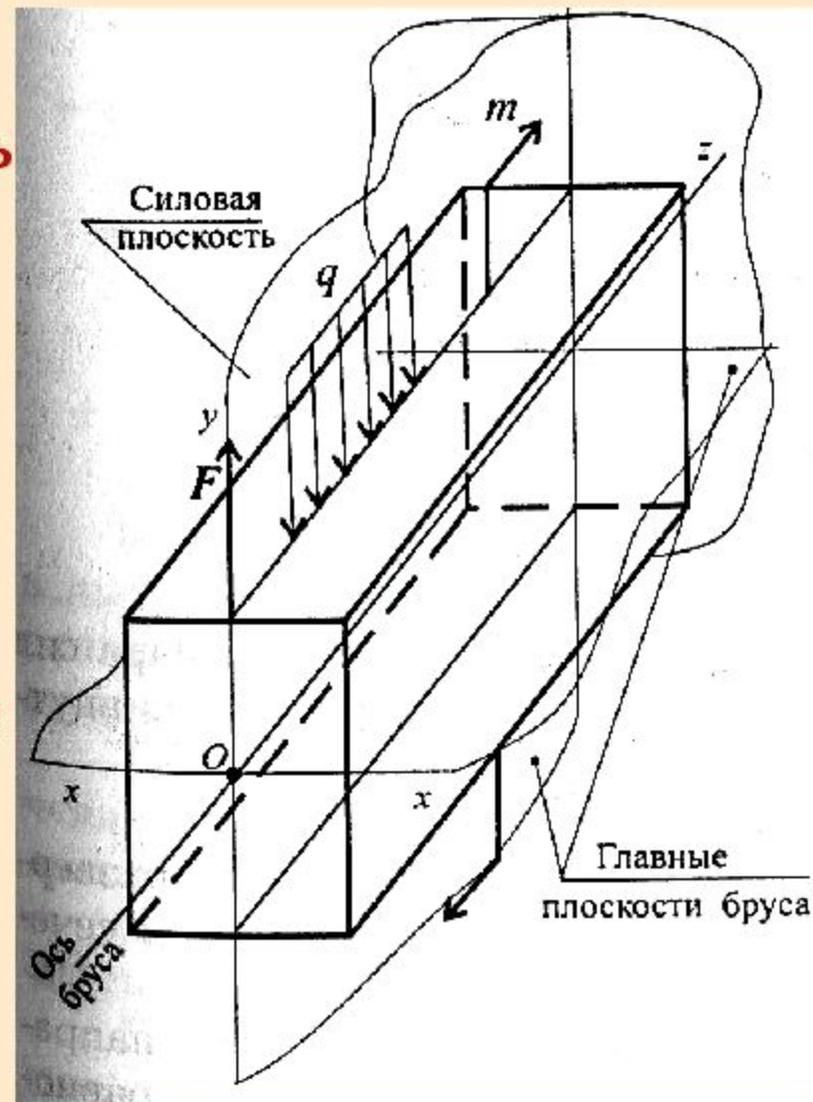
Основные определения.

Изгиб – это такой вид нагружения, при котором стержень загружен моментами в плоскостях, проходящих через продольную ось стержня.

Стержень, работающий на изгиб, называется балкой (или брусом).

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называется силовой плоскостью.

Главная плоскость бруса - плоскость, проходящая через продольную ось бруса и через одну из главных центральных осей его поперечного сечения.



Внутренние силы. Метод сечений

План построения эпюры ВСФ

- 1. Вычерчивают схему нагружения стержня.*
- 2. Определяют реакции связей*
- 3. Выявляют «характерные участки» стержня*
- 4. Применяя метод сечений на каждом характерном участке, составляют уравнения ВСФ по длине участка*
- 5. Строят графики зависимостей ВСФ*

ВНЕШНИЕ СИЛЫ (нагрузки)

- **активные и реактивные**
- **сосредоточенные и распределенные** (*линейно, поверхностно, объемно распределенные*)
- **статические и динамические**

ХАРАКТЕР ДЕФОРМАЦИИ

Остаточные (пластические) деформации не исчезают после снятия нагрузки

Упругие деформации исчезают после разгрузки

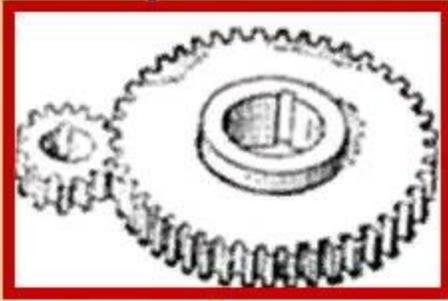
Закон Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

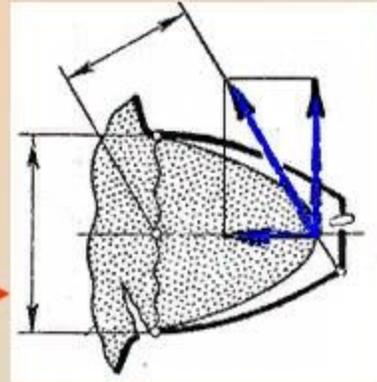
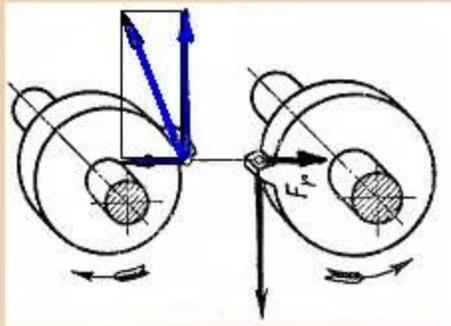
E - модуль Юнга (модуль продольной упругости)

$$\tau = G \cdot \gamma$$

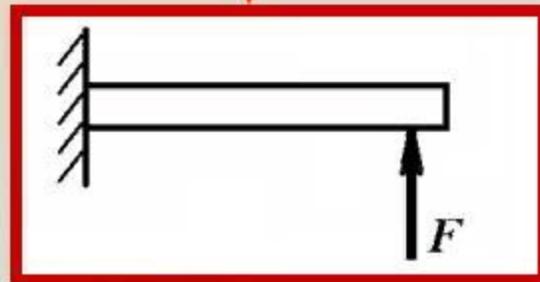
G - модуль сдвига



**РЕАЛЬНАЯ
КОНСТРУКЦИЯ**



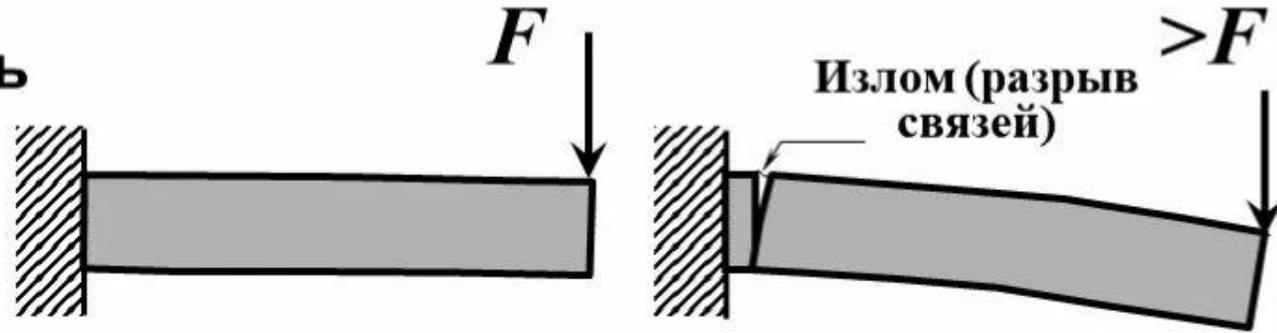
освобождение от
несущественных
особенностей



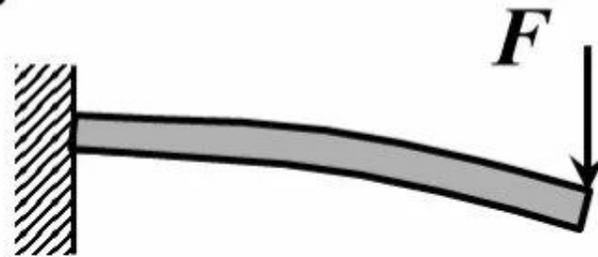
**РАСЧЕТНАЯ
СХЕМА**

Основные задачи СМ

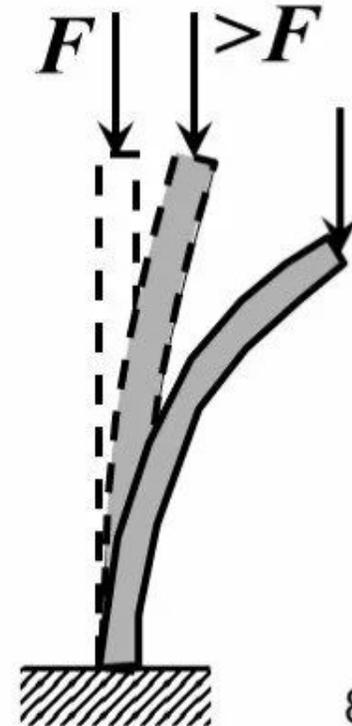
1. Прочность



2. Жесткость



3. Устойчивость



18.1. Общие понятия и определения циклического нагружения

Сопротивление материалов действию нагрузок, меняющих свою величину или величину и знак во времени, существенно отличается от сопротивления тех же материалов статическому и ударному действию нагрузок.

В условиях действия повторно-переменных нагрузок (и соответствующих им напряжений) работают различные элементы конструкций и даже целые конструкции.

Разрушение материалов под действием переменных во времени нагрузок наблюдается ПРИ РАБОЧИХ НАГРУЗКАХ (напряжениях), ВЕЛИЧИНА КОТОРЫХ НАМНОГО МЕНЬШЕ в сравнении с их допускаемыми значениями.

Разрушение конструкции ЧАЩЕ ВСЕГО происходит ВНЕЗАПНО, что ОЧЕНЬ ОПАСНО!

Основные понятия и принципы механики тонкостенных конструкций

Главным положением, на которое опирается сопротивление материалов, является гипотеза плоских сечений

Эта гипотеза справедлива для большинства случаев определения напряжений в призматических стержнях, утверждает, что во время упругого изгиба плоские сечения, перпендикулярные оси первоначально прямого стержня, остаются плоскими на все время деформации

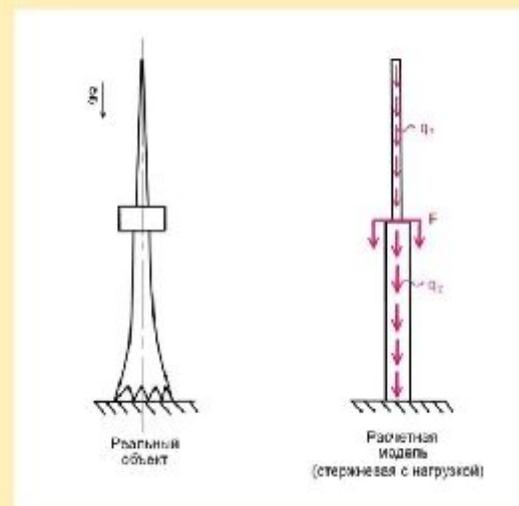
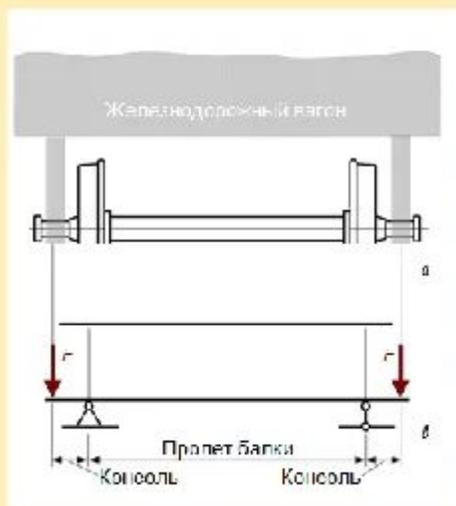
Однако с развитием науки о сопротивлении материалов оказалось, что для призматических стержней во всех случаях деформации сдвига, а следовательно при действии крутящих моментов и поперечных сил, такое положение неправильно

Сечения тонкостенных стержней не остаются плоскими, а подвергаются боковому выпучиванию

Боковое выпучивание плоских сечений называется их депланацией (или короблением)

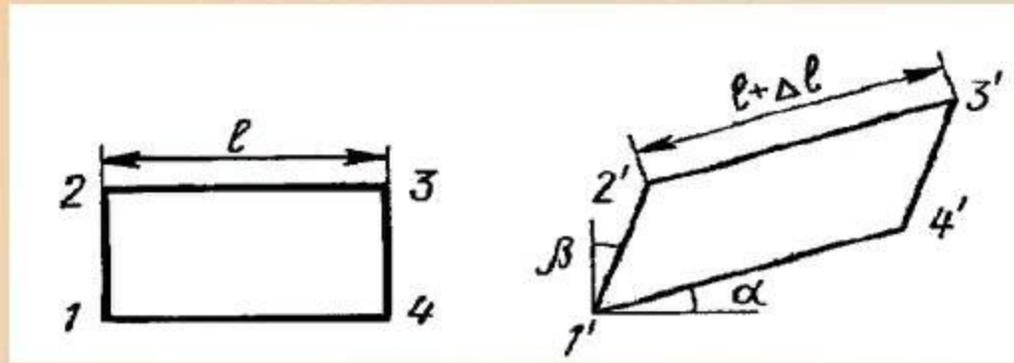
ТИПЫ СХЕМАТИЗАЦИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

РЕАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ – ИССЛЕДУЕМЫЙ ЭЛЕМЕНТ КОНСТРУКЦИИ, ВЗЯТЫЙ С УЧЕТОМ ВСЕХ СВОИХ ОСОБЕННОСТЕЙ: ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ, ФИЗИЧЕСКИХ, МЕХАНИЧЕСКИХ И ДРУГИХ.



РАСЧЕТНАЯ СХЕМА – ИДЕАЛИЗИРОВАННАЯ СХЕМА, ОТРАЖАЮЩАЯ НАИБОЛЕЕ СУЩЕСТВЕННЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕАЛЬНОГО ОБЪЕКТА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЕГО ПОВЕДЕНИЕ ПОД НАГРУЗКОЙ.

ВИДЫ ДЕФОРМАЦИИ



Δl - абсолютная линейная деформация

ε - относительная линейная деформация

$$\varepsilon = \Delta l / l$$

γ - угловая деформация (угол сдвига)

$$\gamma = \alpha + \beta$$



Примеры: фундаменты зданий, опорные колонны, шарики или ролики в подшипниках качения и т.п.

Допущения и гипотезы в сопротивлении материалов

В сопротивлении материалов все расчеты ведутся простыми математическими методами с привлечением упрощающих допущений и гипотез.

•1 **Гипотезы по свойствам материала:**

• **гипотеза однородности.** Материал элемента однороден, т.е. тело элемента состоит из материала с одними и теми же физико-механическими характеристиками;

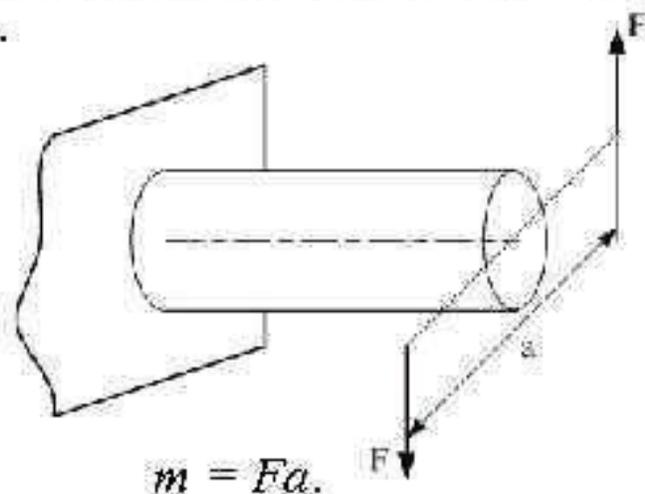
• **гипотеза сплошности.** Материал элемента абсолютно сплошной, т.е. весь объем тела элемента полностью заполнен материалом без каких-либо пустот, трещин и ослаблений;

22 Кручение

22.1 Основные понятия и определения

Кручение – вид нагружения бруса, когда в его поперечных сечениях возникает только одно внутреннее усилие – M_k , все остальные внутренние силовые факторы равны 0.

Кручение возникает при действии пары сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной оси бруса.



Справедлива гипотеза Бернулли.

Поперечные сечения бруса при кручении остаются плоскими и перпендикулярными оси бруса; ось бруса прямолинейна, диаметр не изменяется.

Брус, работающий на кручение, называется валом.

1.4. Основные принципы в сопротивлении материалов.

Принцип – это утверждение, недоказуемое в общем виде, но связанное со здравым смыслом. В сопротивлении материалов используется три главных принципа относительно сил и перемещений.

1. **Принцип относительной жесткости (принцип начальных размеров):** изменение формы упругого тела мало по сравнению с размерами самого тела. Позволяет рассматривать систему как абсолютно жесткое тело при определении реакций.
2. **Принцип суперпозиции (принцип независимости действия сил):** действие суммы сил равно сумме их действий. Применяется для линейных систем, т.е. линейность системы и принцип суперпозиции равноценны.

Системы сил называются **эквивалентными**, если их действие на тело одинаково. В теоретической механике сложную систему сил заменяют более простой, ей эквивалентной. В сопротивлении материалов такая замена допустима только согласно принципу Сен-Венана.

3. **Принцип Сен-Венана:** в зонах, удаленных от мест приложения нагрузки, особенности приложения сил не имеют значения. Это расстояние имеет величину порядка размеров поперечного сечения.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ДЕТАЛЯМ И КОНСТРУКЦИЯМ И ВИДЫ РАСЧЕТОВ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

<i>Механические свойства материалов</i>	Определение	Вид расчета (что обеспечивает?)
прочность	способность не разрушаться под нагрузкой	обеспечивает неразрушение конструкции
жесткость	способность <u>незначительно</u> деформироваться под нагрузкой	обеспечивает деформации конструкции под нагрузкой в пределах допустимых норм
выносливость	способность длительное время выдерживать переменные нагрузки	обеспечивает необходимую долговечность элементов конструкции
устойчивость	способность сохранять первоначальную форму упругого равновесия	обеспечивает сохранение необходимой формы равновесия и предотвращает внезапное искривление длинных стержней
вязкость	способность воспринимать ударные нагрузки	Для обеспечения прочности и конструкций, работающих при ударных нагрузках (при ковке, штамповке и подобных случаях), проводятся <i>расчеты на удар</i>

Простейшие виды деформации

В общем случае элементы конструкции могут быть подвержены сложному деформированию, которые можно разбить на четыре простейших вида: растяжение (сжатие), сдвиг, кручение, изгиб.

Растяжение и сжатие наблюдаются, когда в элементе возникает деформация удлинения или укорочения под действием продольных сил.

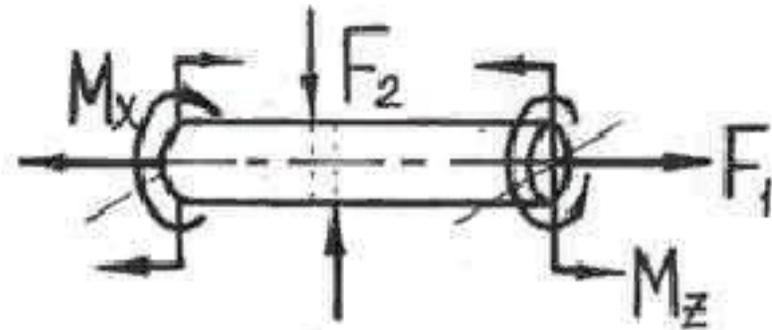
Сдвиг возникает, когда в элементе соседние сечения перемещаются параллельно друг другу под действием поперечных сил.

Кручение возникает, когда соседние поперечные сечения элемента поворачиваются относительно друг друга под действием крутящих моментов, относительно рассматриваемой оси.

Изгиб возникает, когда ось бруса или срединная поверхность пластины меняет свою кривизну под действием изгибающих моментов.

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

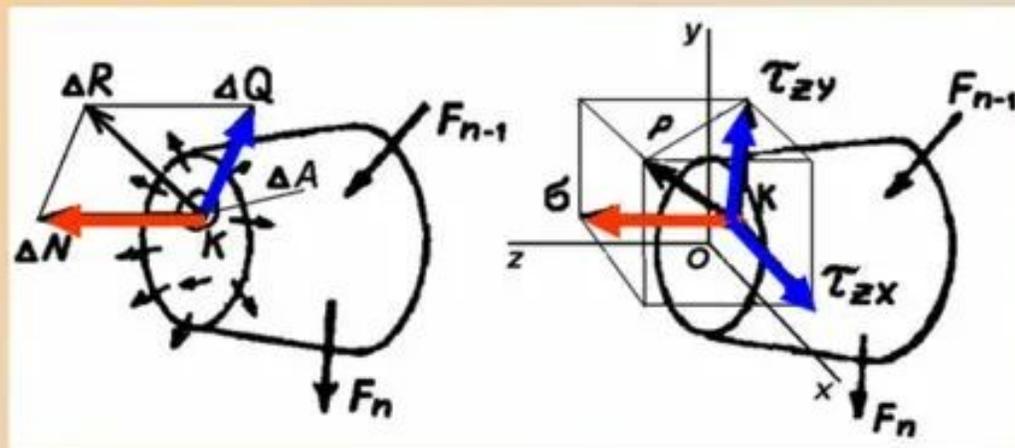
- *Сложным сопротивлением называются виды нагружения, при которых в поперечных сечениях одновременно действуют несколько внутренних силовых факторов.*
- Сложный вид деформации можно рассматривать как сумму простых видов, изученных ранее (растяжение, изгиб, кручение), при которых в сечениях элементов конструкций возникал только один внутренний силовой фактор: нормальная сила N - при растяжении, изгибающий момент M_z - при чистом изгибе, крутящий момент M_x - при кручении. Эти виды нагружения, растяжение, изгиб, кручение, являются простыми.
- Задачи на сложное сопротивление решаются следующим образом. Определяются напряжения и деформации при действии простейших видов деформации, составляющих сложное сопротивление, а затем полученные результаты суммируют, используя при необходимости теории прочности.



Внутренние силовые факторы (ВСФ)

ВСФ	Вид деформации
продольная сила N	- «растяжение» или «сжатие»
поперечная сила Q	- «чистый сдвиг».
крутящий момент T	- «кручение»
изгибающий момент M	- «чистый изгиб»
комбинированные виды нагружения	- «сложное сопротивление».

Эпюры ВСФ - графики изменения внутренних силовых факторов вдоль оси бруса



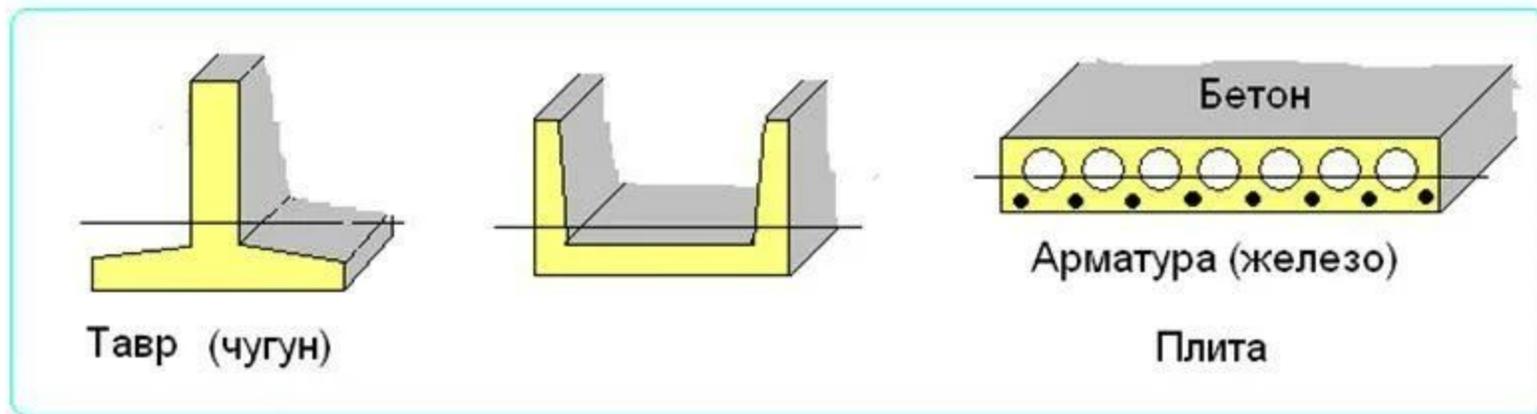
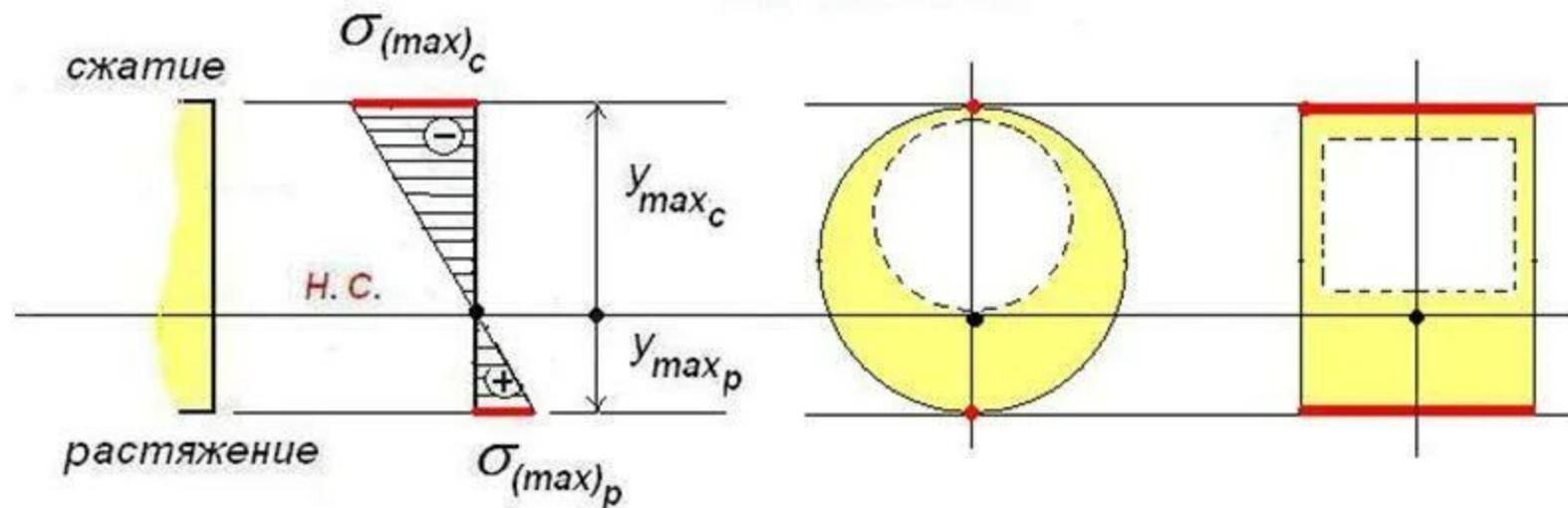
Нормальное напряжение σ , направленное по нормали к плоскости сечения

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA}$$

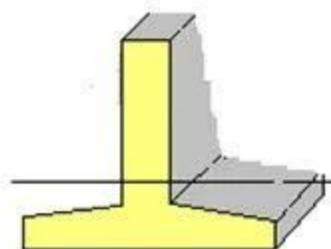
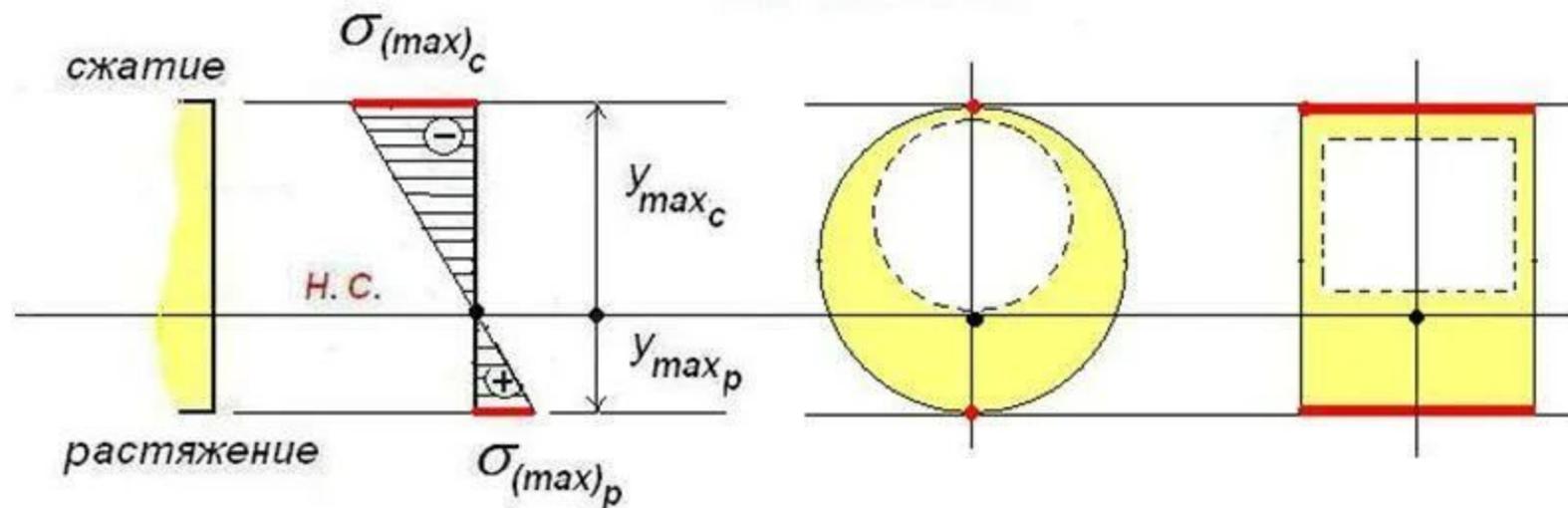
Касательное напряжение τ , лежащее в плоскости сечения:

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$$

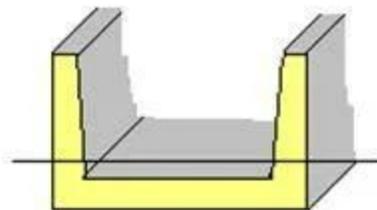
Материал хрупкий (хорошо сопротивляется сжатию,
плохо растяжению)



Материал хрупкий (хорошо сопротивляется сжатию,
плохо растяжению)



Тавр (чугун)



Арматура (железо)

Плита