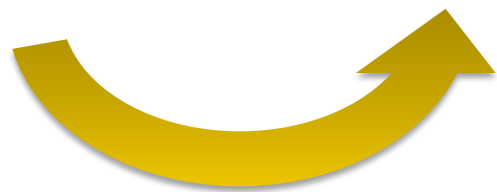


# Свойства логарифмов

# ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ!

$$\underline{a > 0, a \neq 1}$$

$$1) \log_a a = 1 \qquad a^1 = a$$

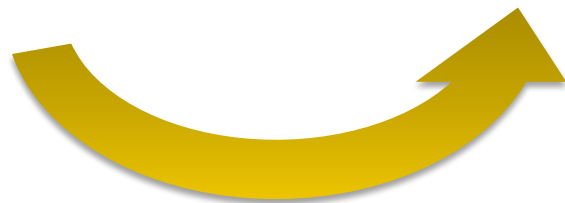


$$\log_3 3 = 1$$

# ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ!

$$a > 0, a \neq 1$$

$$2) \log_a 1 = 0 \qquad a^0 = 1$$



$$\log_{112} 1 = 0$$

# ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ!

$$a > 0, a \neq 1$$

$$3) \log_a \frac{1}{a} = -1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\log_6 \frac{1}{6} = -1$$

# ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a > 0, b > 0, a \neq 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$5^{2\log_5 16} = (5^{\log_5 16})^2 = 16^2 = 256$$

$$7^{-3\log_7 5} = (7^{\log_7 5})^{-3} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$$

# ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a > 0, b > 0, a \neq 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$9^{\log_3 5} = 3^{2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25$$

$$6^{3+\log_6 2} = 6^3 \cdot 6^{\log_6 2} = 216 \cdot 2 = 432$$

$$4^{2-\log_4 5} = 4^2 \div 4^{\log_4 5} = 16 \div 5 = 3,2$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$9^{\log_3 5} = 3^{2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25$$

$$\frac{60}{4^{\log_4 10}} = \frac{60}{10} = 6$$

**Решите по образцу:**

$$216^{\log_6 4} =$$

$$343^{\log_7 5} =$$

$$216^{\log_6 9} =$$

$$64^{\log_4 7} =$$

$$343^{\log_7 2} =$$

$$81^{\log_9 5} =$$

$$\frac{16}{3^{\log_3 5}}$$
$$\frac{45}{5^{\log_5 10}}$$
$$\frac{15}{4^{\log_4 5}}$$
$$\frac{15}{6^{\log_6 10}}$$
$$\frac{32}{5^{\log_5 8}}$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\frac{60}{4^{\log_4 10}} = \frac{60}{10} = 6$$

**Решите по образцу:**

$$\frac{16}{3^{\log_3 5}}$$
$$\frac{45}{5^{\log_5 10}}$$
$$\frac{15}{4^{\log_4 5}}$$
$$\frac{15}{6^{\log_6 10}}$$
$$\frac{32}{5^{\log_5 8}}$$



**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$6^{3+\log_6 2} = 6^3 \cdot 6^{\log_6 2} = 216 \cdot 2 = 432$$

$$4^{2-\log_4 5} = 4^2 \div 4^{\log_4 5} = 16 \div 5 = 3,2$$

**Решите по образцу:**

$$3^{3+\log_3 6} =$$

$$9^{2+\log_9 6} =$$

$$6^{2+\log_6 8} =$$

$$3^{2+\log_3 7} =$$

$$2^{\log_2 3-1} =$$

$$5^{2+\log_5 6} =$$

# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ!

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$$

$$4) \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$$

Пример (ЕГЭ):

$$\log_3 0,9 + \log_3 10 = \log_3(0,9 \cdot 10) = \log_3 9 = 2$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log_3 0,9 + \log_3 10 = \log_3 (0,9 \cdot 10) = \log_3 9 = 2$$

**Решите по образцу:**

$$\log_3 2,25 + \log_3 4 =$$

$$\log_9 16,2 + \log_9 5 =$$

$$\log_{13} 16,9 + \log_{13} 10 =$$

$$\log_3 20,25 + \log_3 4 =$$

$$\log_2 0,2 + \log_2 20 =$$

# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ!

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$$

$$5) \log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \left( \frac{b}{c} \right)$$

Пример (ЕГЭ):

$$\log_6 270 - \log_6 7,5 = \log_6 \left( \frac{270}{7,5} \right) = \log_6 36 = 2$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log_6 270 - \log_6 7,5 = \log_6 \left( \frac{270}{7,5} \right) = \log_6 36 = 2$$

**Решите по образцу:**

$$\log_{0,48} 25 - \log_{0,48} 12 =$$

$$\log_{2,75} 4 - \log_{2,75} 11 =$$

$$\log_{1,8} 5 - \log_{1,8} 9 =$$

$$\log_{1,25} 4 - \log_{1,25} 5 =$$

$$\log_{0,8} 20 - \log_{0,8} 16 =$$

# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ!

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$$

$$6) \log_a b^m = m \log_a b$$

$$m \log_a b = \log_a b^m$$

Пример (ЕГЭ):

$$1) \log_3 3^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_3 3 = \frac{1}{4} \cdot 1 = 0,25$$

$$2) 6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 2$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$1) \log_3 3^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_3 3 = \frac{1}{4} \cdot 1 = 0,25$$

$$2) 6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 2$$

**Решите по образцу:**

$$64 \log_5 \sqrt[4]{5} =$$

$$10 \log_6 \sqrt[4]{6} =$$

$$18 \log_5 \sqrt[9]{5} =$$

$$21 \log_8 \sqrt[7]{8} =$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \frac{\frac{1}{2} \log_6 13}{\log_6 13} = 0,5$$

**Решите по образцу:**

---

$$\frac{\log_5 \sqrt[5]{11}}{\log_5 11}$$

$$\frac{\log_{0,3} \sqrt[25]{47}}{\log_{0,3} 47}$$

$$\frac{\log_2 \sqrt{3}}{\log_2 9}$$

$$\frac{\log_8 \sqrt{14}}{\log_8 196}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{15}}{\log_6 225}$$



# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ!

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$$

$$7) \log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$$

Пример (ЕГЭ):

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6$$

$$\frac{\log_3 7}{\log_{27} 7} = \frac{\log_3 7}{\log_{3^3} 7} = \frac{\log_3 7}{\frac{1}{3} \log_3 7} = 3$$

**Решите по образцу:**

$$\log_{\sqrt[9]{10}} 10 =$$

$$\log_{\sqrt[7]{9}} 9 =$$

$$\log_{\sqrt[4]{3}} 3 =$$

$$\log_{\sqrt[9]{11}} 11 =$$

$$\frac{\log_5 8}{\log_{25} 8}$$

$$\frac{\log_3 14}{\log_9 14}$$

$$\frac{\log_3 4}{\log_{81} 4}$$

$$\frac{\log_3 13}{\log_9 13}$$

$$\frac{\log_3 13}{\log_9 13}$$

$$\frac{\log_3 13}{\log_9 13}$$

$$\frac{\log_3 13}{\log_9 13}$$

$$\frac{\log_3 13}{\log_9 13}$$

# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ!

$$\underline{a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0}$$

$$8) \log_a a^n b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

Пример (ЕГЭ):

$$\log_{0,25} 32 = \log_{\frac{1}{4}} 32 = \log_{2^{-2}} 2^5 = \frac{5}{-2} \log_2 2 = -2,5$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log_{0,25} 32 = \log_{\frac{1}{4}} 32 = \log_{2^{-2}} 2^5 = \frac{5}{-2} \log_2 2 = -2,5$$

**Решите по образцу:**

$$\log_{0,125} 8$$

$$\log_{0,05} 8000$$

$$\log_{0,25} 16$$

$$\log_{0,125} 64$$

$$\log_{0,25} 0,5$$

$$\log_{0,2} 625$$

$$\log_{0,2} 5$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11} = \log_{11^{-1}} 11^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} \log_{11} 11 = -\frac{1}{2} = -0,5$$

**Решите по образцу:**

$$\log_{\frac{1}{15}} \sqrt{15}$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \sqrt{1,5}$$

$$\log_{\frac{2}{5}} \sqrt{2,5}$$

$$\log_{\frac{1}{17}} \sqrt{17}$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\log^2_{\sqrt{12}} 1728 = \left( \log_{\sqrt{12}} 1728 \right)^2 = \left( \log_{12^{\frac{1}{2}}} 12^3 \right)^2 = \left( \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_{12} 12 \right)^2 = 6^2 = 36$$

**Решите по образцу:**

$$\log^3_{\sqrt{7}} 7$$

$$\log^2_{\sqrt{13}} 169$$

$$\log^2_{\sqrt{7}} 49$$

$$\log^2_{\sqrt{5}} 125$$

$$\log^2_{\sqrt{7}} 7$$

$$\log^3_{\sqrt{7}} 49$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 \frac{50}{2}} = 9^2 = 81$$

**Решите по образцу:**

$$6^{\log_{10} 300}$$

$$\frac{6^{\log_{10} 300}}{6^{\log_{10} 3}}$$

$$7^{\log_4 32}$$

$$\frac{7^{\log_4 32}}{7^{\log_4 2}}$$

$$8^{\log_9 162}$$

$$\frac{8^{\log_9 162}}{8^{\log_9 2}}$$

$$4^{\log_{12} 432}$$

$$\frac{4^{\log_{12} 432}}{4^{\log_{12} 3}}$$

**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10} = \frac{\log_2(8 \cdot 10)}{3 + \log_2 10} = \frac{\log_2 8 + \log_2 10}{3 + \log_2 10} = \frac{3 + \log_2 10}{3 + \log_2 10} = 1$$

---

**Решите по образцу:**

$$\frac{\log_3 54}{2 + \log_3 6}$$
$$\frac{\log_2 56}{3 + \log_2 7}$$
$$\frac{\log_5 100}{2 + \log_5 4}$$
$$\frac{\log_5 75}{2 + \log_5 3}$$
$$\frac{\log_7 196}{2 + \log_7 4}$$



**Отрабатываем  
задания  
ЕГЭ**

**Образец:**

$$\underline{\log_2 \log_8 64 = \log_2 2 = 1.}$$

**Решите по образцу:**

$$\log_9 \log_3 27$$

$$\log_9 \log_4 64$$

$$\log_4 \log_6 36$$

$$\log_{64} \log_2 256$$

$$\log_2 \log_4 16$$

$$\log_3 \log_9 729$$

## Примеры:

$$1) \log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50 =$$

$$= \log_5 \sqrt{3} - \log_5 12^{\frac{1}{2}} + \log_5 50 =$$

$$= \log_5 \sqrt{3} - \log_5 \sqrt{12} + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \log_5 50 =$$

$$= \log_5 \sqrt{\frac{1}{4}} + \log_5 50 = \log_5 \left( \frac{1}{2} \cdot 50 \right) = \log_5 25 = 2$$

## Примеры:

$$\begin{aligned} 2) \frac{\log_9 \sqrt[10]{512}}{\log_9 8} &= \frac{\log_9 \sqrt[10]{8^3}}{\log_9 8} = \frac{\log_9 8^{\frac{3}{10}}}{\log_9 8} = \\ &= \frac{\frac{3}{10} \log_9 8}{\log_9 8} = \frac{3}{10} = 0,3 \end{aligned}$$