

---

# Графоаналитический метод решения $2 \times n$ игр и $m \times 2$ игр

---

Чернова Екатерина Сергеевна,  
доцент кафедры прикладной математики,  
Кемеровский государственный университет

# Игра $2 \times n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix}$$

# Ожидаемый выигрыш 1го игрока

при выборе 2м игроком  $j$ -й чистой стратегии:

$$a_{1j}u_1 + a_{2j}u_2, u = (u_1, u_2)$$

# Задача игрока 1

СОСТОИТ В МАКСИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ:

$$g(u) = \min_{j=1, \dots, n} (a_{1j}u_1 + a_{2j}u_2)$$

---

Выразим  $u_1$  через  $u_2$

$$u_1 = 1 - u_2,$$

$$g(u_2) = \min_{j=1, \dots, n} ((a_{2j} - a_{1j})u_2 + a_{1j}),$$

$$u_2 \in [0, 1]$$

---

# Цена игры

$\max(g(u_2))$  дает значение (цену) игры  $v$ .

---

# Вывод

$v$  – минимум  $n$  линейных функций одной переменной  $u_2$ .

Можно начертить графики этих функций и затем максимизировать их минимум  $g(u_2)$  графическим методом.

# Пример

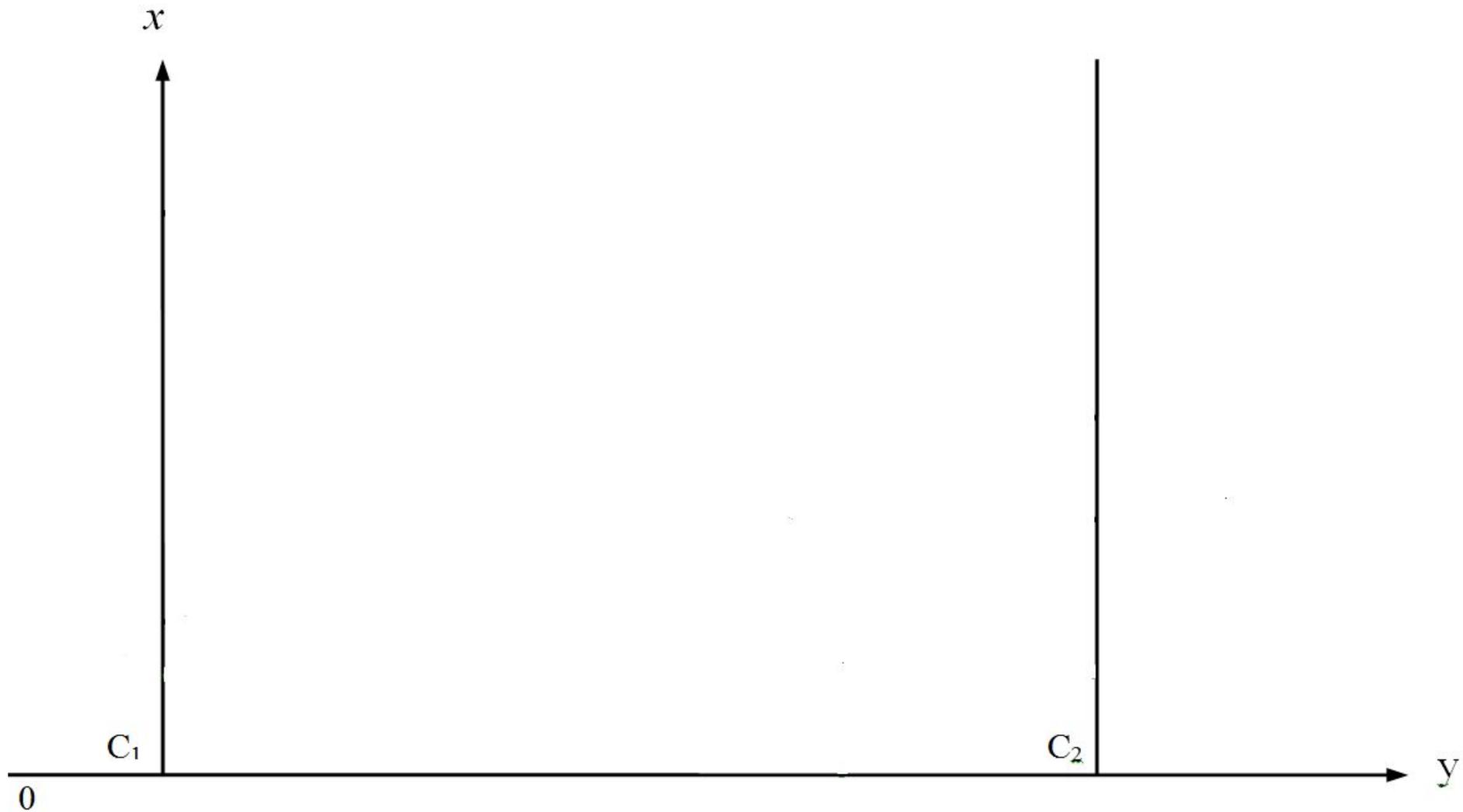
$$\begin{array}{c} 1 \\ C_1 \\ C_2 \end{array} \begin{array}{ccc} & 2 & \\ & B_1 & B_2 & B_3 \\ \left( \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 11 \\ 7 & 5 & 2 \end{array} \right) \end{array}$$

# Шаг 1

На плоскости  $xOy$  введём систему координат и на оси  $Ox$  отложим отрезок единичной длины  $S_1S_2$ , каждой точке которого поставим в соответствие некоторую смешанную стратегию игрока 1  $(u, 1 - u)$ .

В точках  $S_1$  и  $S_2$  восстановим перпендикуляр.

# Иллюстрация к шагу 1

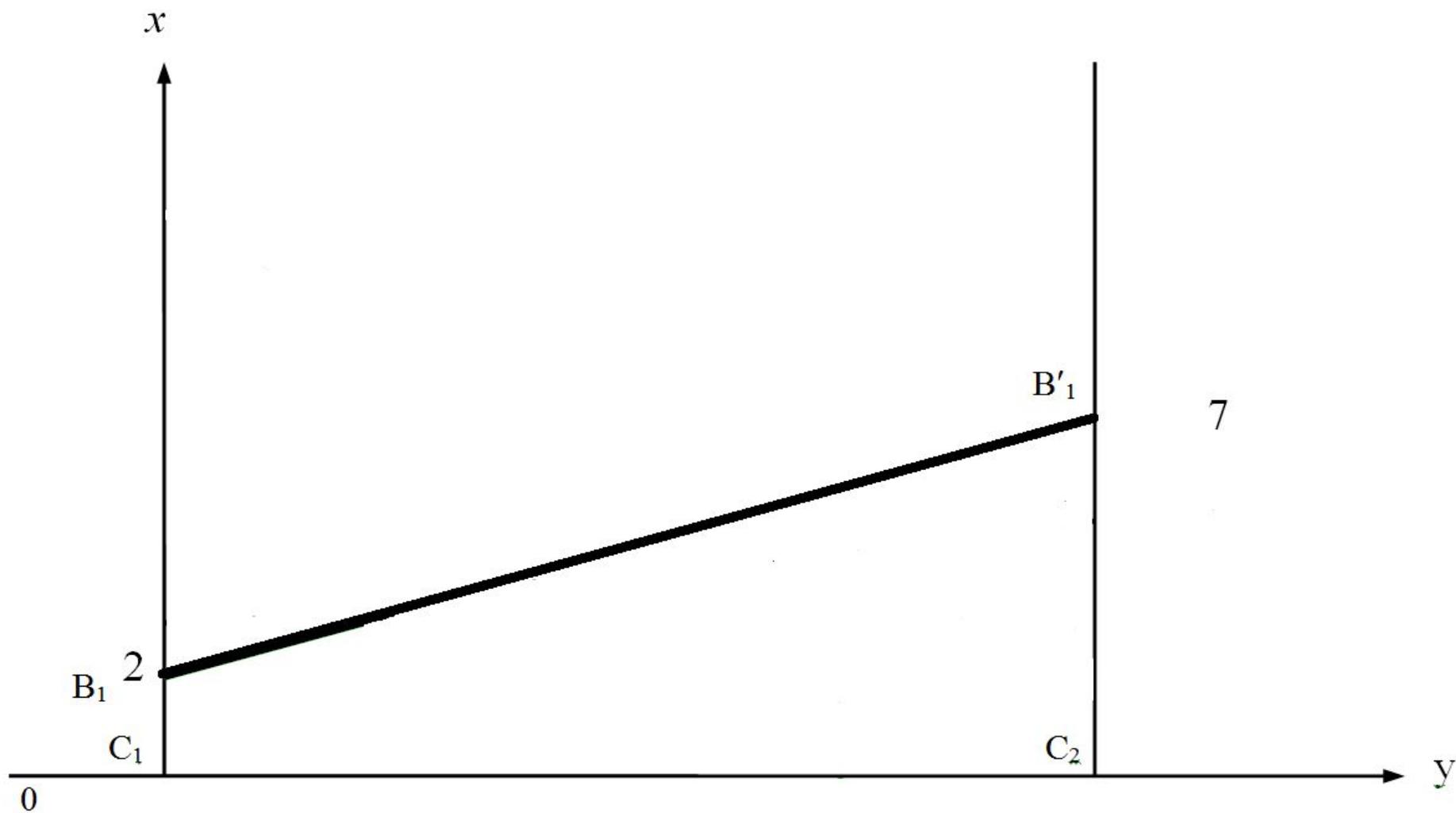


---

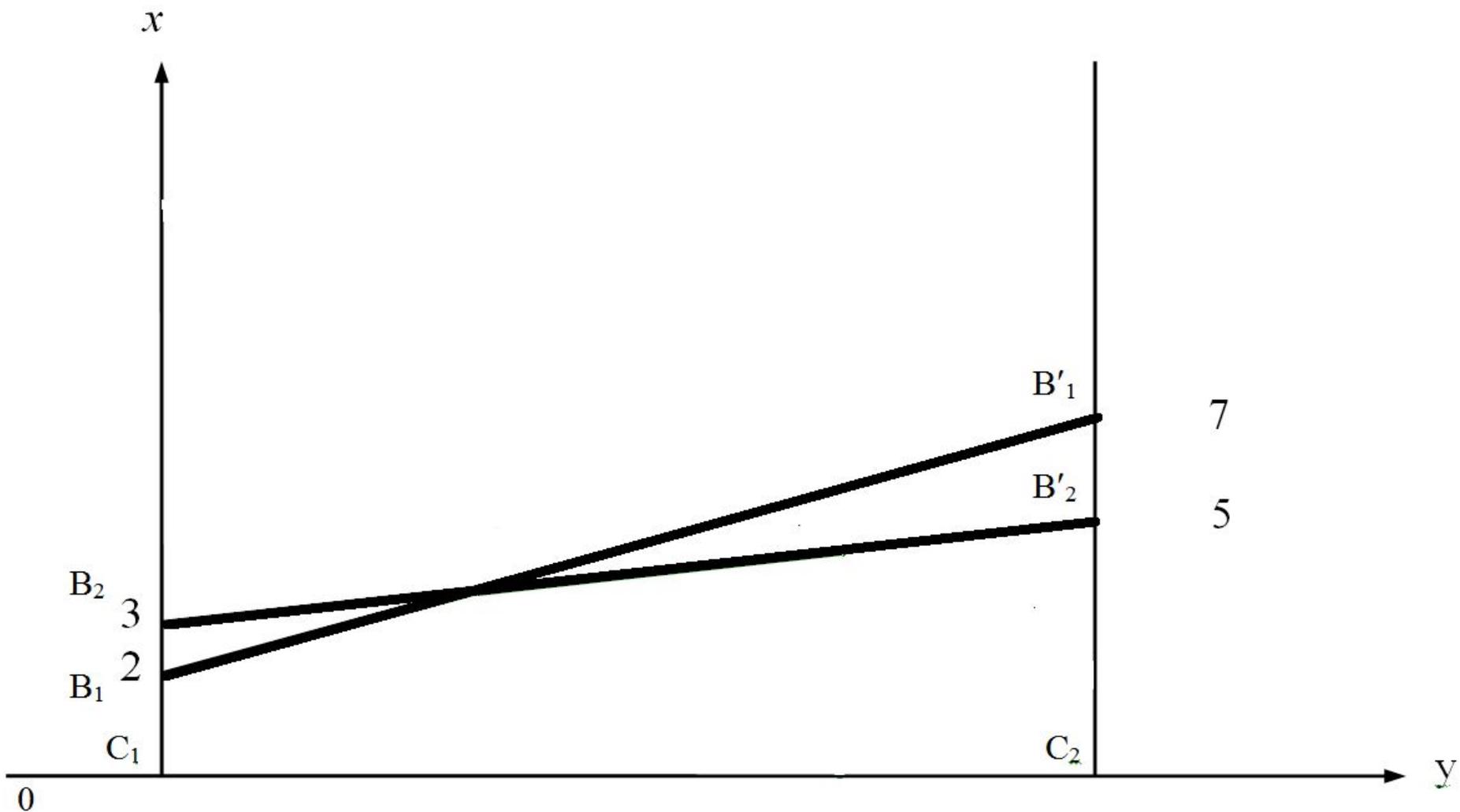
## Шаг 2

На первом перпендикуляре (он совпадает с осью  $Oy$ ) отложим выигрыш игрока 1 при стратегии  $S_1$ , а на втором – при стратегии  $S_2$ . Соединим между собой полученные точки.

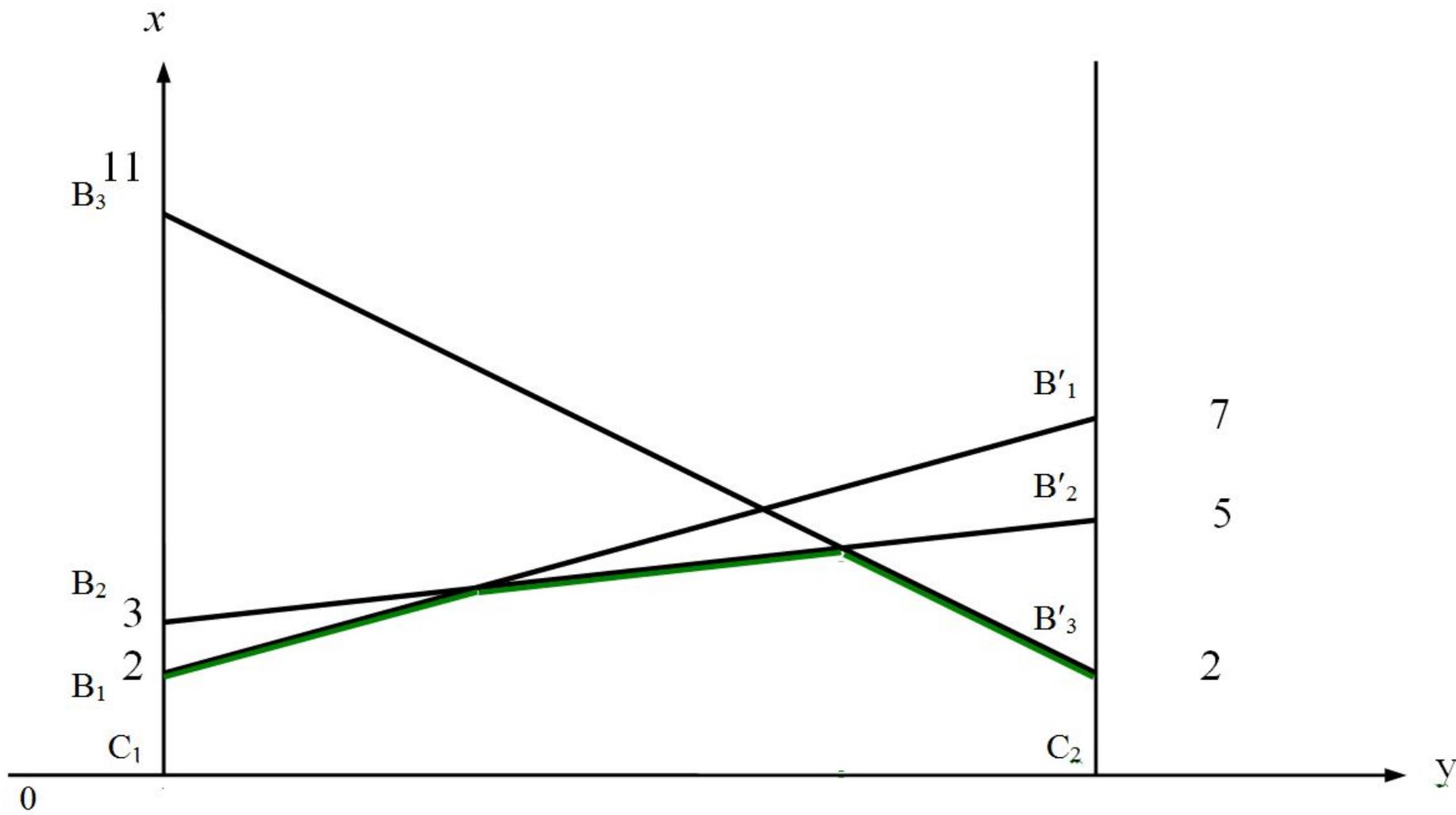
# Иллюстрация к шагу 2



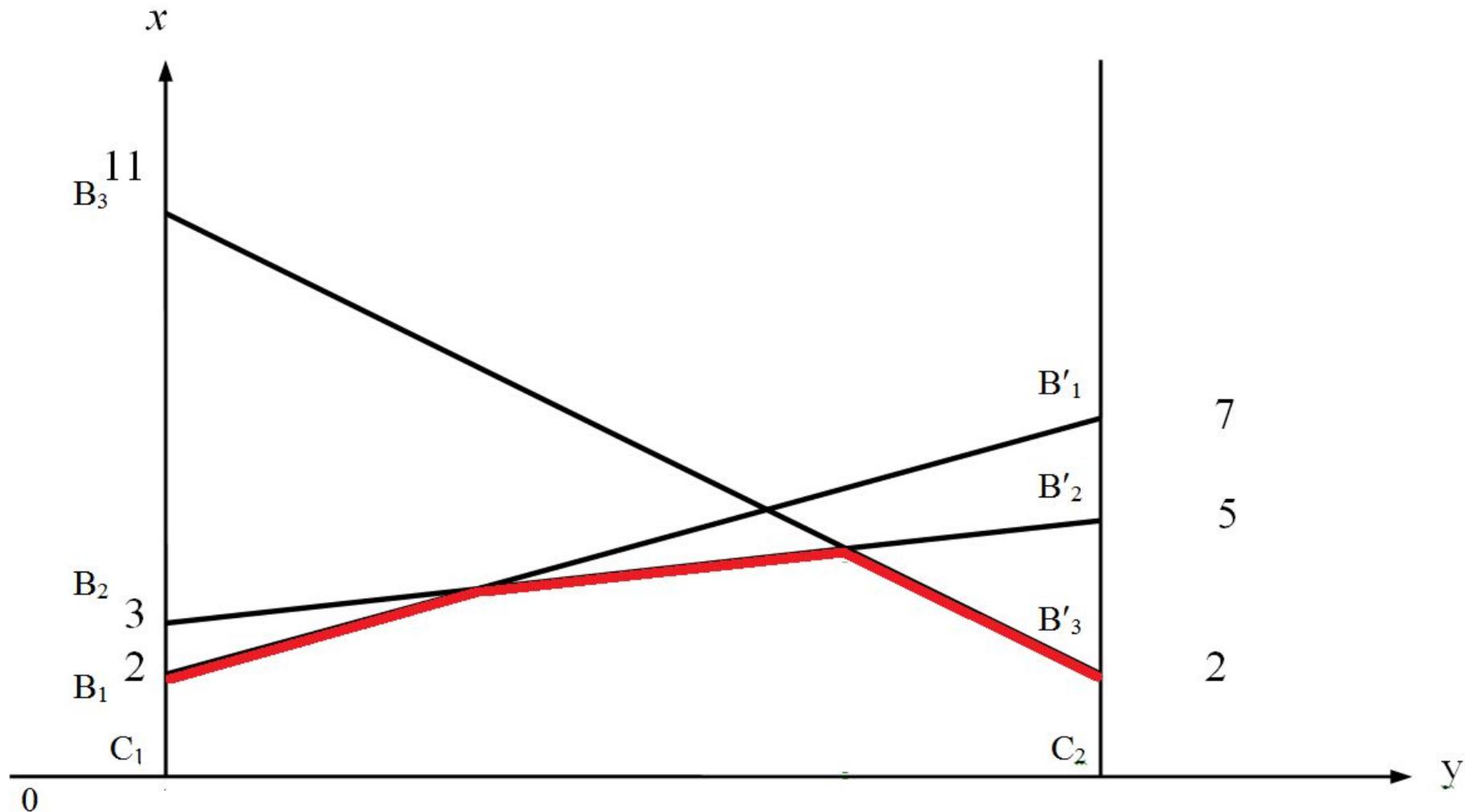
# Шаг 3



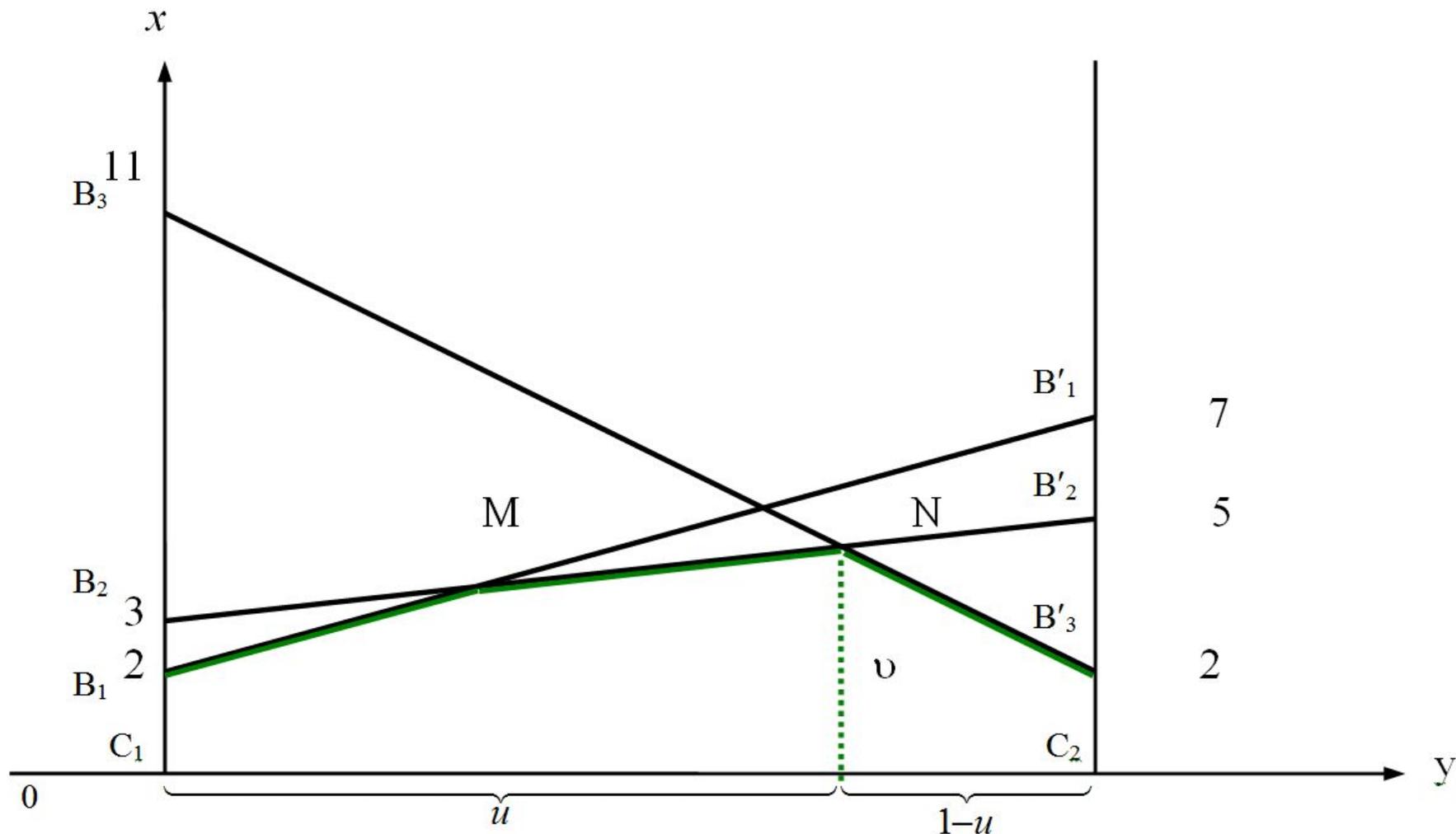
# Шаг 4



# Шаг 5. Нижняя огибающая графиков



# Шаг 6. Верхняя точка нижней огибающей



---

## Шаг 7. Построение подыгры

$$\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

---

## Шаг 8. Вычисление оптимальных смешанных стратегий в подыгре

$$u = (3/11, 8/11);$$

$$w = (9/11, 2/11);$$

$$v = 49/11.$$

---

## Шаг 9. Определение оптимальных стратегий в исходной игре

$$u^* = (3/11, 8/11);$$

$$w^* = (0, 9/11, 2/11);$$

$$v = 49/11.$$