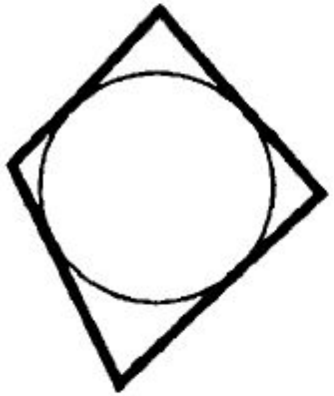
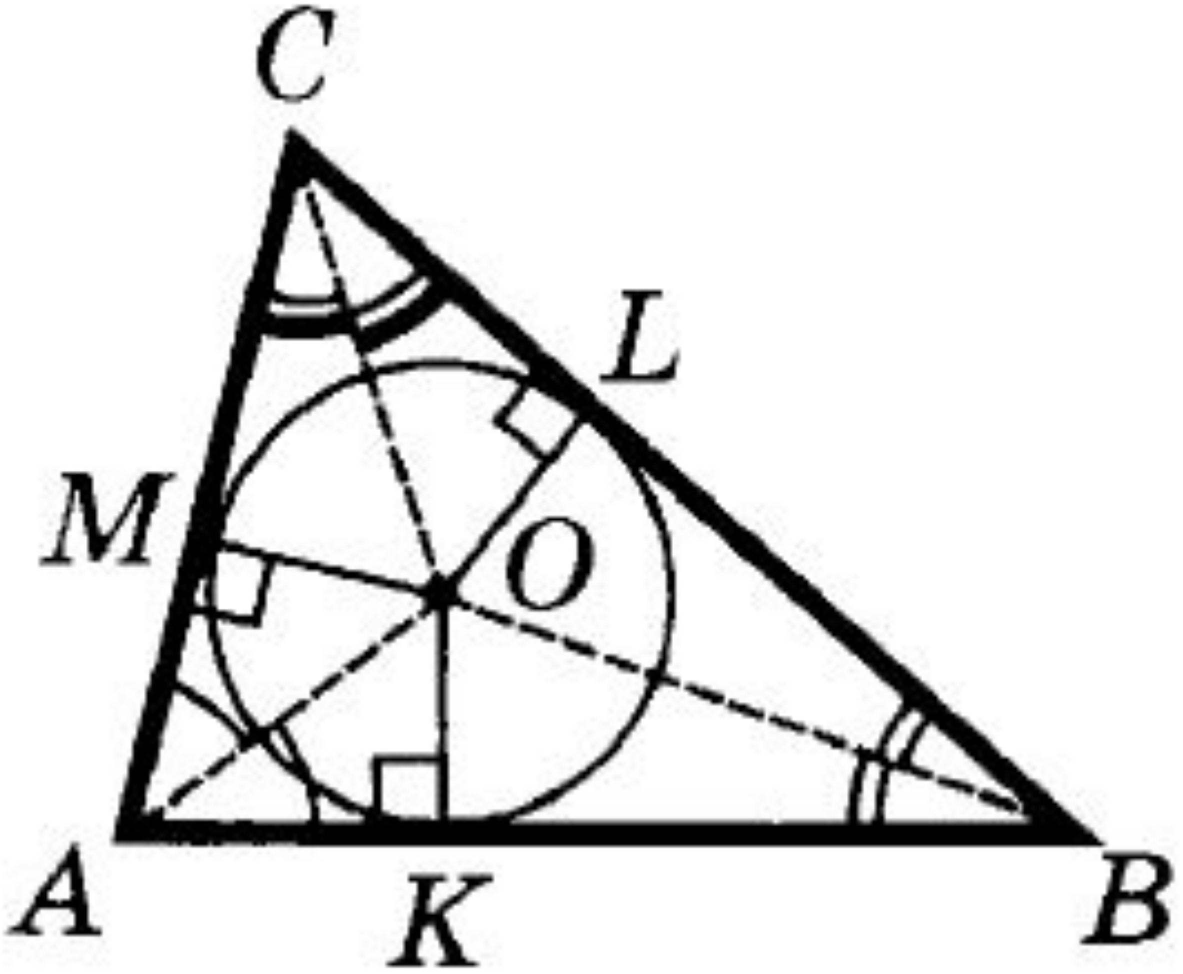
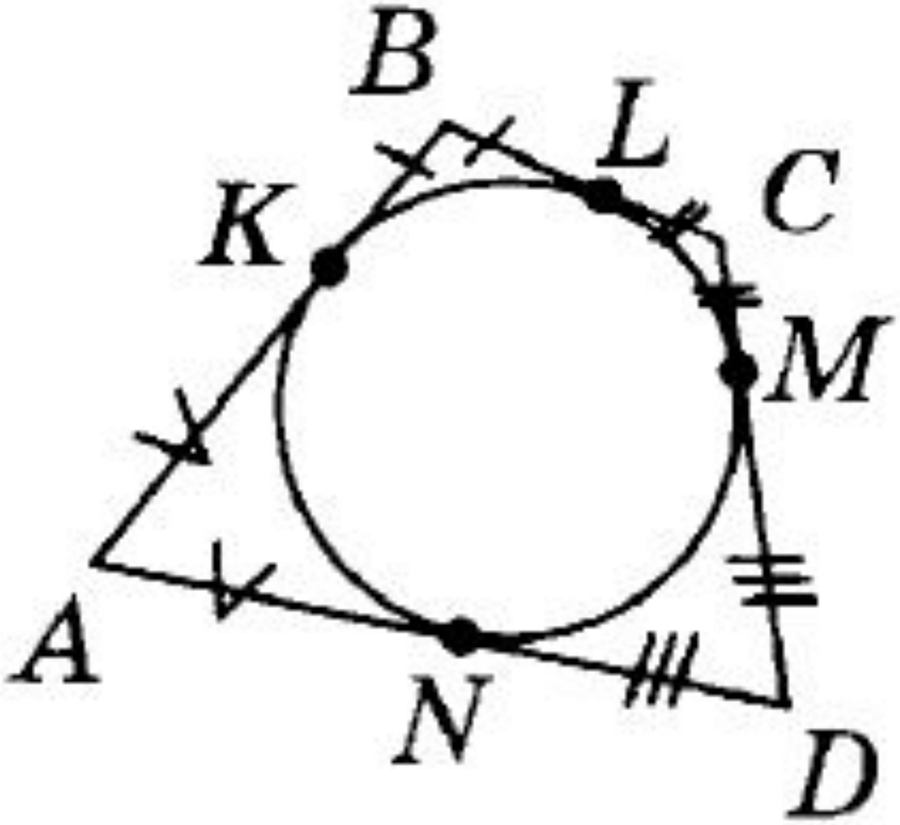
Вписанная окружность

Определение окружности, вписанной в многоугольник	Окружность называется **вписанной в многоугольник**, если она касается всех его сторон (т. е. прямые, содержащие стороны многоугольника, касаются окружности в точках, лежащих на сторонах). При этом многоугольник называется **описанным около окружности.**
	

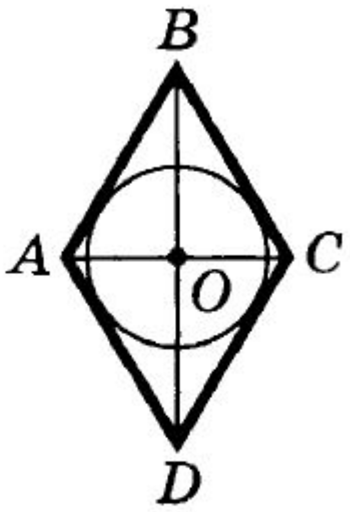
В любой треугольник можно вписать окружность, и притом только одну.
Центр вписанной окружности является точкой пересечения биссектрис треугольника.



Если выпуклый четырехугольник описан около окружности, то суммы его противоположных сторон равны. Обратно: **если в выпуклом четырехугольнике суммы противоположных сторон равны, то он является описанным.**



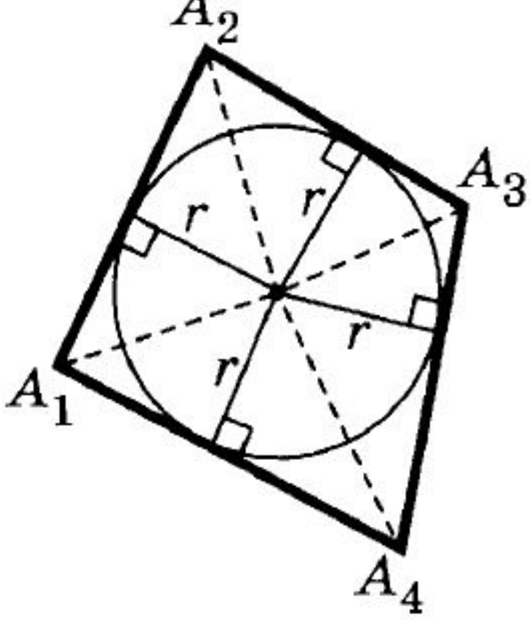
В параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является ромбом. Центром окружности является точка пересечения его диагоналей.



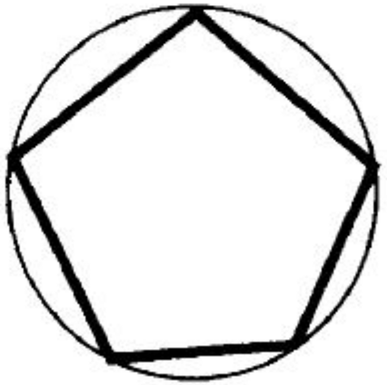
Если в многоугольник вписана окружность, то площадь многоугольника равна произведению его полупериметра на радиус этой окружности:

$$S = pr,$$

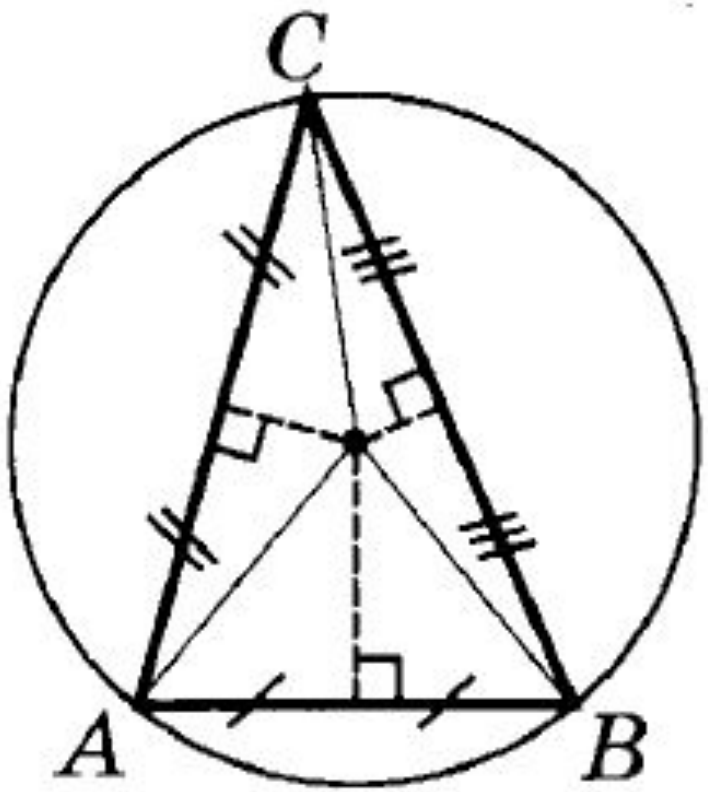
где p – полупериметр многоугольника, r – радиус вписанной окружности.



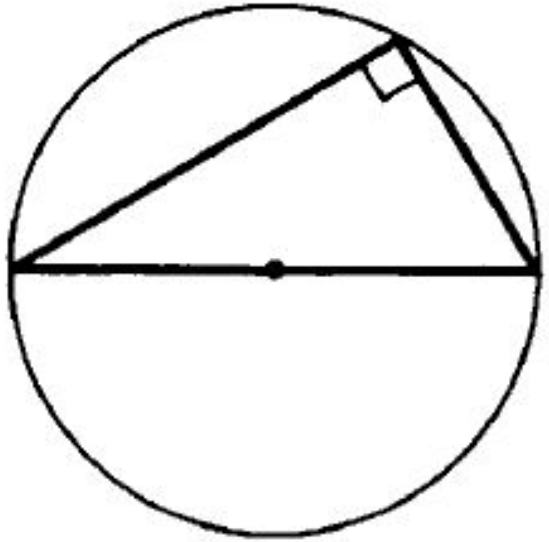
Описанная окружность

Определение окружности, описанной около многоугольника	Окружность называется **описанной около многоугольника**, если все его вершины лежат на окружности. При этом многоугольник называется **вписанным в окружность.**
	

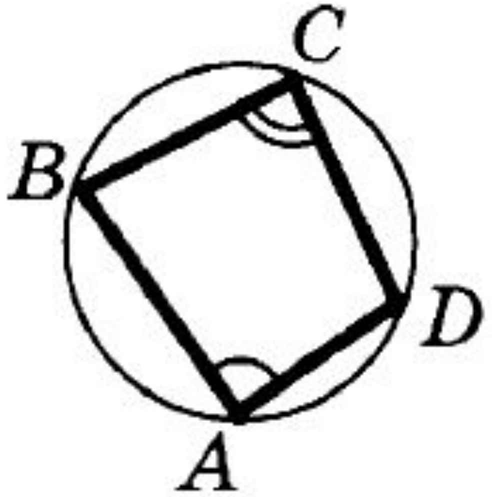
Около любого треугольника можно описать окружность, причем только одну.
Центр описанной окружности является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



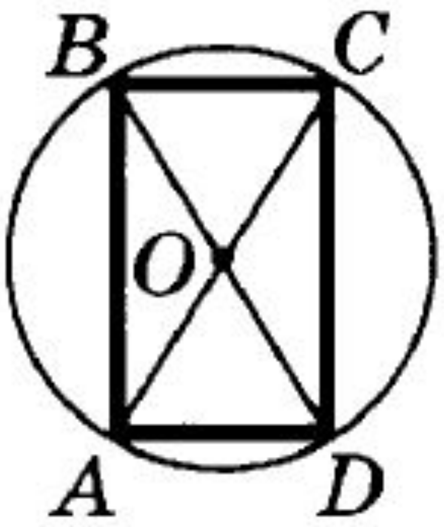
Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы. Радиус этой окружности равен половине гипотенузы.



Если четырехугольник можно вписать в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180°.
И обратно: **если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180°, то его можно вписать в окружность.**



Около параллелограмма можно описать окружность тогда и только тогда, когда он является прямоугольником. Центром окружности является точка пересечения его диагоналей.



Параллелограмм является вписанным и описанным тогда и только тогда, когда этот параллелограмм – квадрат. Точка пересечения диагоналей квадрата является центром его вписанной и описанной окружностей (*центром квадрата*).

Около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда трапеция равнобедренная.