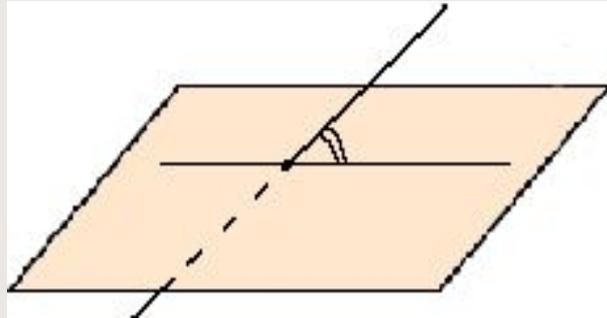


УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

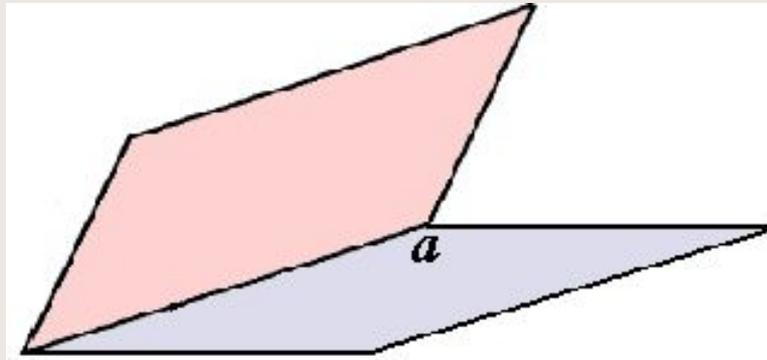
Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной её, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость

$$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$$

$\alpha = 0^\circ$, если прямая параллельна плоскости

$\alpha = 90^\circ$, если прямая перпендикулярна плоскости

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

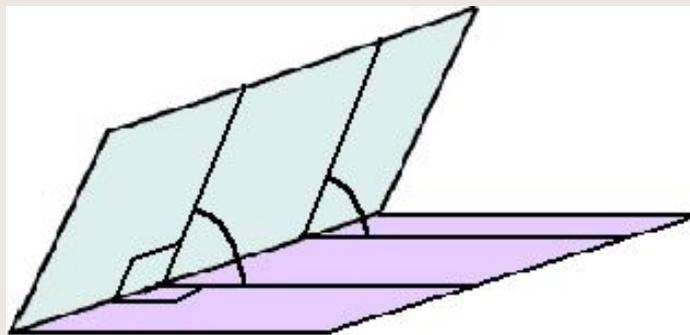


ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Двугранным углом называется фигура, образованная прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a , не принадлежащим одной плоскости

Двугранный угол может быть острым, тупым и прямым

Линейный угол



ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

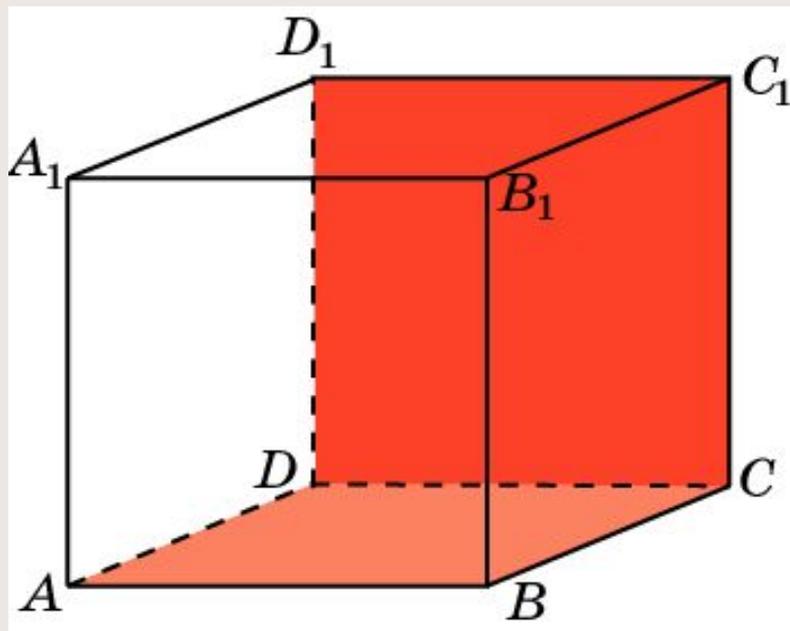
Линейный угол -- угол, стороны которого являются лучами, перпендикулярными к ребру двугранного угла, а вершина лежит на его ребре

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

Все линейные углы двугранного угла равны

Упражнение

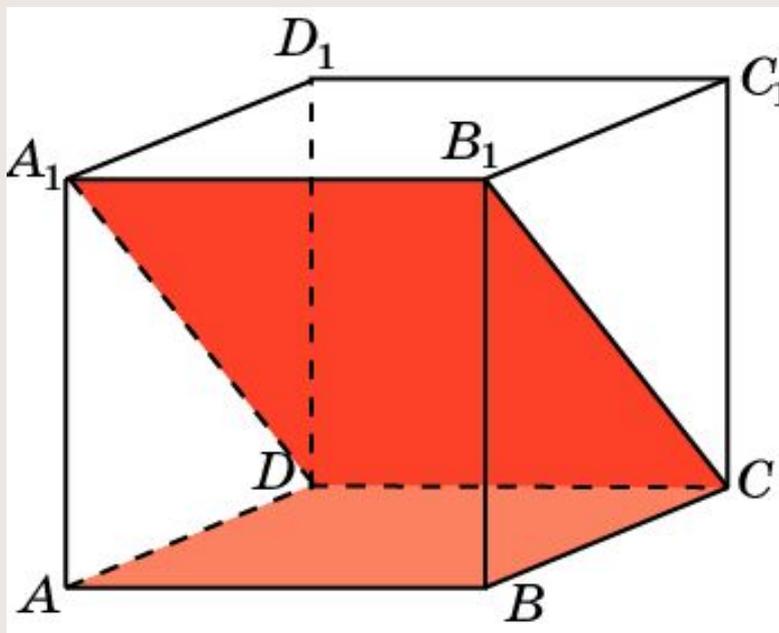
В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1 .



Ответ: 90° .

Упражнение

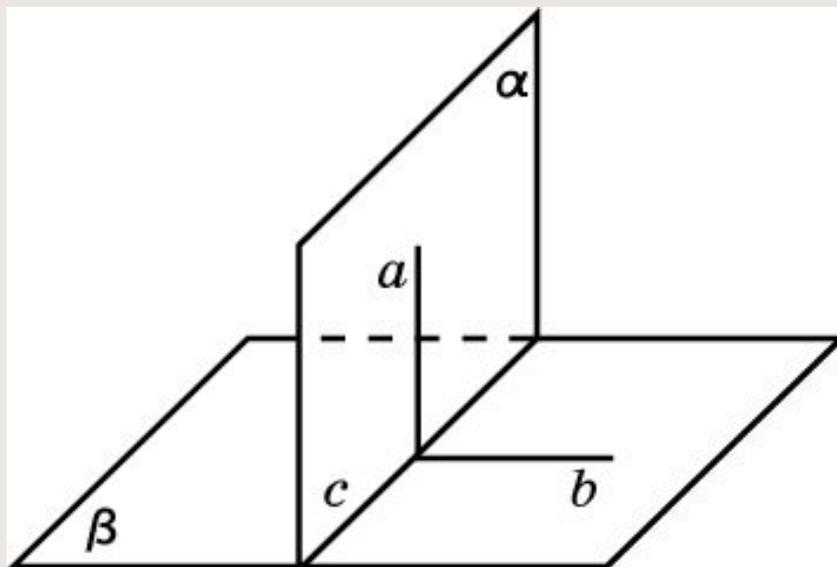
В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1 .



Ответ: 45° .

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

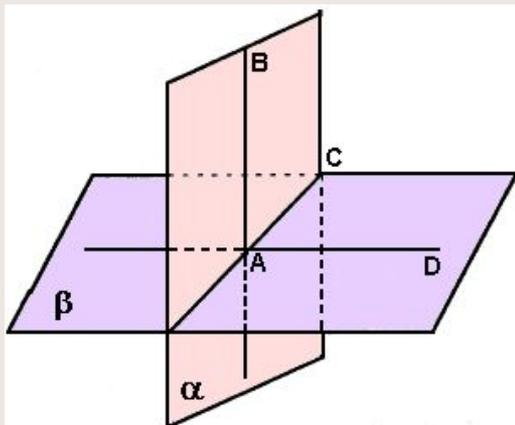
Две плоскости называются **перпендикулярными**, если угол между ними прямой.



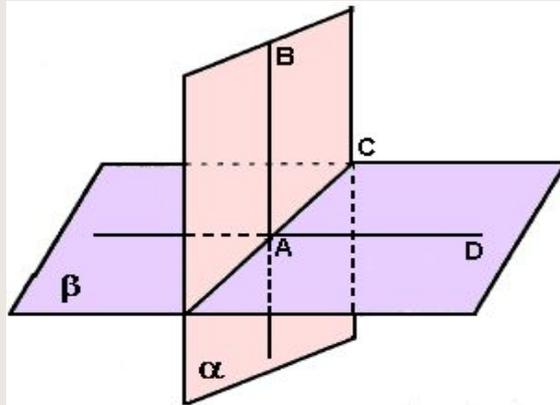
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ :

**Если одна из двух плоскостей проходит через
прямую, перпендикулярную к другой
плоскости, то такие плоскости
перпендикулярны**



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



1) $AB \perp \beta$, $AC \subset \beta \Rightarrow AB \perp AC$ ($\alpha \cap \beta = AC$)

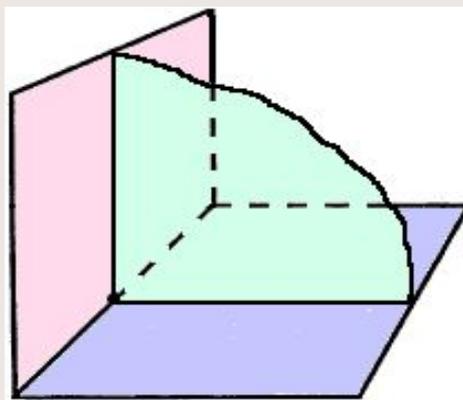
2) $AB \perp \beta$, $AD \subset \beta \Rightarrow AB \perp AD$ ($AD \perp AC$)

3) $\angle(\alpha ; \beta) = \angle BAD = 90^\circ \Rightarrow \alpha \perp \beta$

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

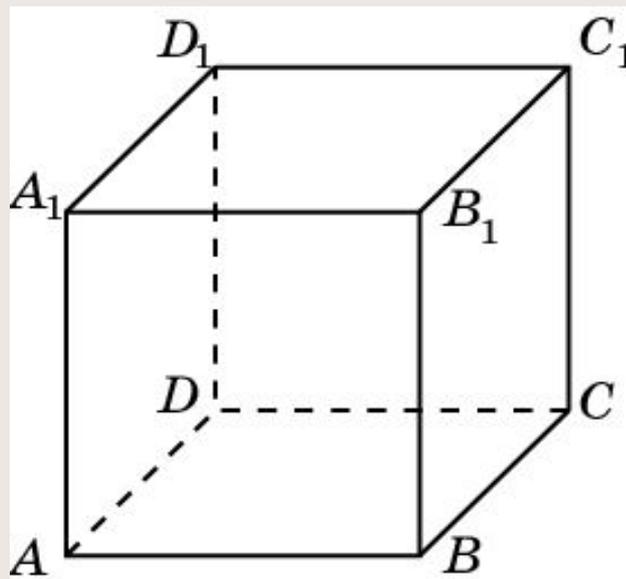
СЛЕДСТВИЕ ИЗ ПРИЗНАКА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ:

Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей



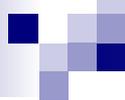
Упражнение

В кубе $A...D_1$ укажите плоскости, проходящие через вершины куба, перпендикулярные плоскости: а) ABC ; б) $B_1C_1D_1$.



Ответ: а) ABB_1 , BCC_1 , CDD_1 , ADD_1 , ACC_1 , BDD_1 ;

б) ABB_1 , CDD_1 , AB_1C_1 .



Тест

Закончите предложение

1. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если...
2. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они ...
3. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то ...

Верно ли?

4. Если прямая a параллельна плоскости, а прямая v перпендикулярна к этой плоскости, то прямые a и v взаимно перпендикулярны?

А) да Б) нет

**5. К плоскости проведены две равные
наклонные. Равны ли их проекции?**

А)да Б) нет

6. Какое из следующих утверждений верно?

а) Две прямые перпендикулярные третьей перпендикулярны между собой;

б) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна хотя бы одной прямой, лежащей в этой плоскости;

в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, перпендикулярны между собой;

г) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

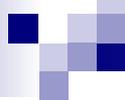
7. Прямая t перпендикулярна к прямым a и b , лежащим в плоскости α , но t не перпендикулярна к плоскости α . Выясните взаимное расположение прямых a и b .

- а) параллельны; б) пересекаются;
- в) скрещиваются; г) определить нельзя.

8. Прямая a перпендикулярна к прямым c и b , лежащим в плоскости α , прямая a перпендикулярна к плоскости α .

Выясните взаимное расположение прямых c и b .

- а) только параллельны; б) только пересекаются;
- в) параллельны или пересекаются; г) определить нельзя.

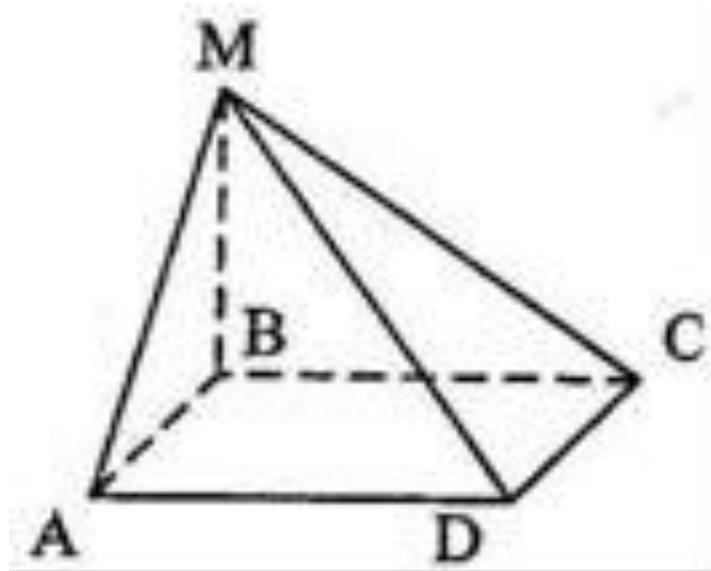


9. Какое утверждение верно?

- а) Если одна из двух прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.
- б) Если две прямые перпендикулярны к третьей прямой, то они параллельны.
- в) Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

10. $ABCD$ – прямоугольник, $BM \perp (ABC)$.
Тогда неверно, что...

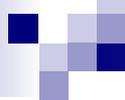
- а) $BM \perp AC$;
- б) $AM \perp AD$;
- в) $MD \perp DC$.





11. Прямая t перпендикулярна к
прямым a и b , лежащим в плоскости α ,
но t не перпендикулярна к плоскости α .
Тогда прямые a и b ...

- а) параллельны;
- б) пересекаются;
- в) скрещиваются



12. Плоскость α проходит через вершину A ромба $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC . Тогда диагональ BD ...

- а) перпендикулярна плоскости α ;
- б) параллельна плоскости α ;
- в) лежит в плоскости α .

13. $a \parallel \alpha, b \perp \alpha$. Тогда прямые a и b не могут быть ...

- а) скрещивающимися;
- б) перпендикулярными;
- в) параллельными.

Практическая работа



№1

Верно ли утверждение: прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к прямой, принадлежащей плоскости?

№2

Могут ли быть перпендикулярны к плоскости две стороны треугольника одновременно?

№3

Сторона АВ правильного треугольника ABC лежит в плоскости α . Может ли прямая ВС быть перпендикулярна к этой плоскости?





№4

Верно ли утверждение: если прямая перпендикулярна двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к данной плоскости?

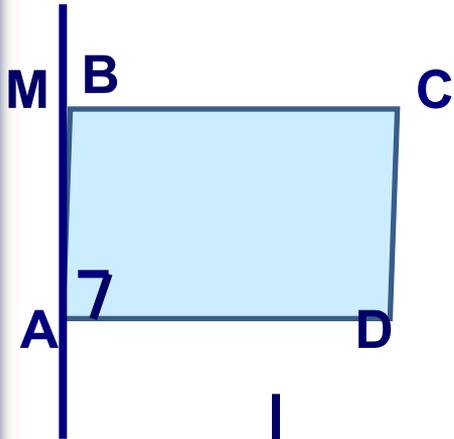
№5

Прямая a перпендикулярна к плоскости α , прямая b не перпендикулярна к плоскости α . Могут ли прямые a и b быть параллельными?

№6

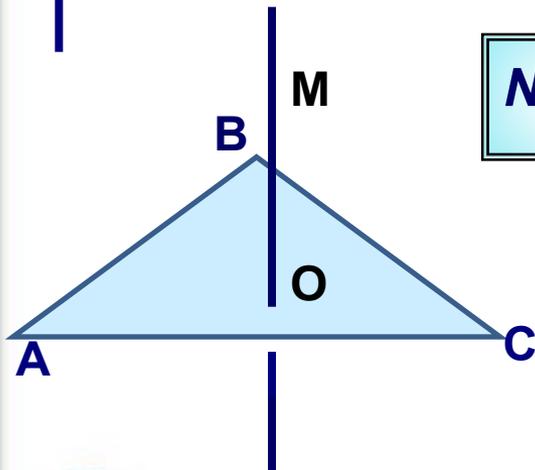
Верно ли утверждение: если прямая перпендикулярна к плоскости, то она перпендикулярна лежащим в этой плоскости двум сторонам треугольника?





№7

Через вершину квадрата $ABCD$ проведена прямая AM , перпендикулярная к плоскости квадрата. Докажите, что прямая AD перпендикулярна к плоскости, проходящей через прямые AM и AB .



№8

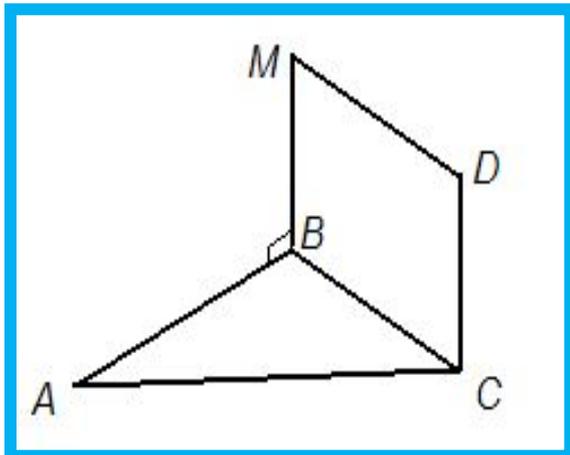
Через центр окружности, описанной около треугольника ABC , проведена прямая, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC . Докажите, что каждая точка этой прямой равноудалена от вершин треугольника ABC .



№9

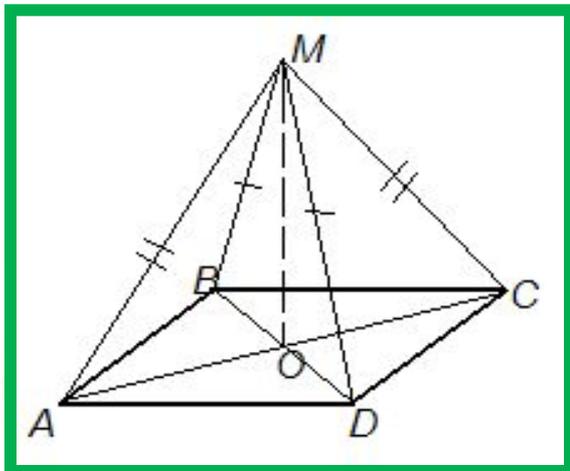
На практике вертикальность столба проверяют, глядя на столб поочередно с двух направлений. Как обосновать правильность такой проверки?

Решение задач по готовым чертежам



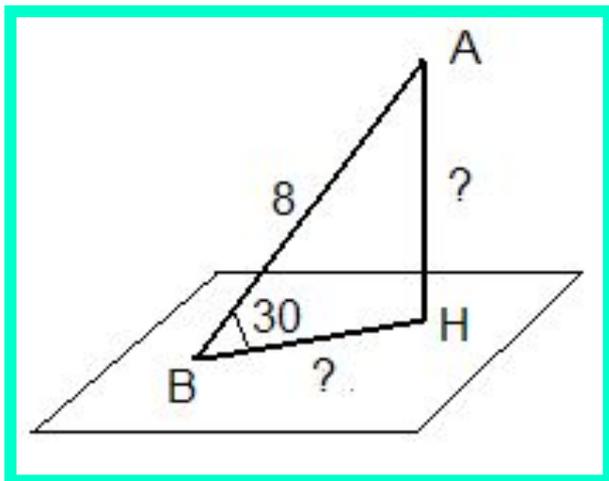
№
1
0

Дано:
 $M \notin (ABC)$,
 $MBCD$ – прямоугольник.
Доказать:
прямая $CD \perp (ABC)$

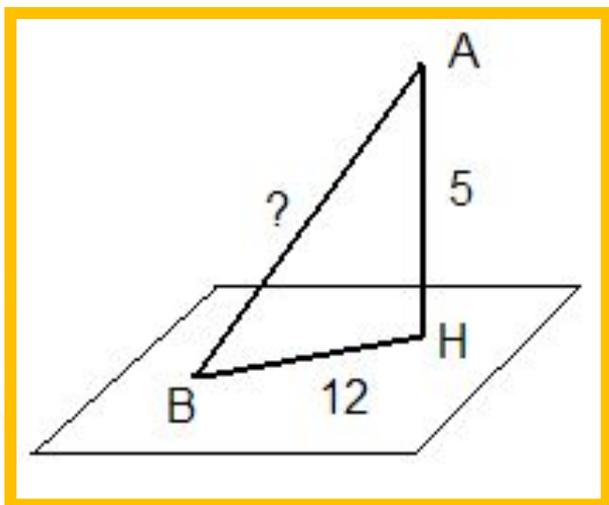


№
1
1

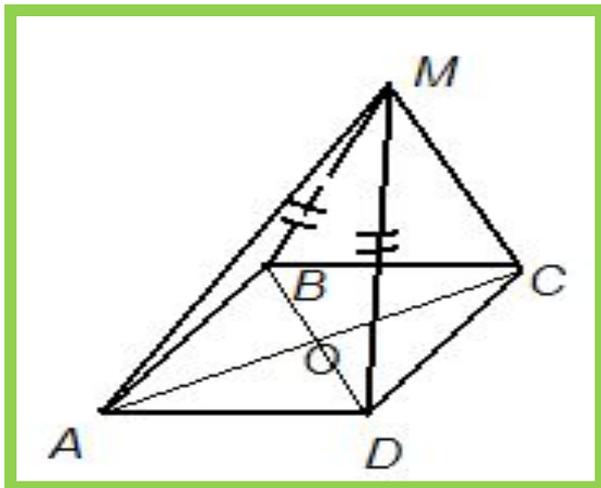
Дано:
 $ABCD$ – параллелограмм.
Доказать:
прямая $MO \perp (ABC)$



- №
 1 Дано:
 2 $AH \perp \alpha$, AB – наклонная.
 Найти AH , BH .



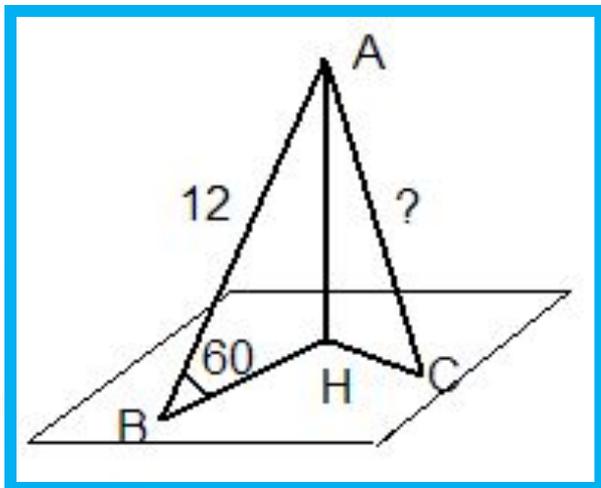
- №
 1 Дано:
 3 $AH \perp \alpha$, AB – наклонная.
 Найти AB .



№
1
4

Дано: $M \notin (ABC)$,
 $ABCD$ – ромб.

Доказать: прямая $BD \perp (AMC)$



№
1
5

Дано: $AH \perp \alpha$,
 AB и AC – наклонные.
 $AB=12$, $AH=6\sqrt{6}$.
Найти AC .