

Четыре замечательные

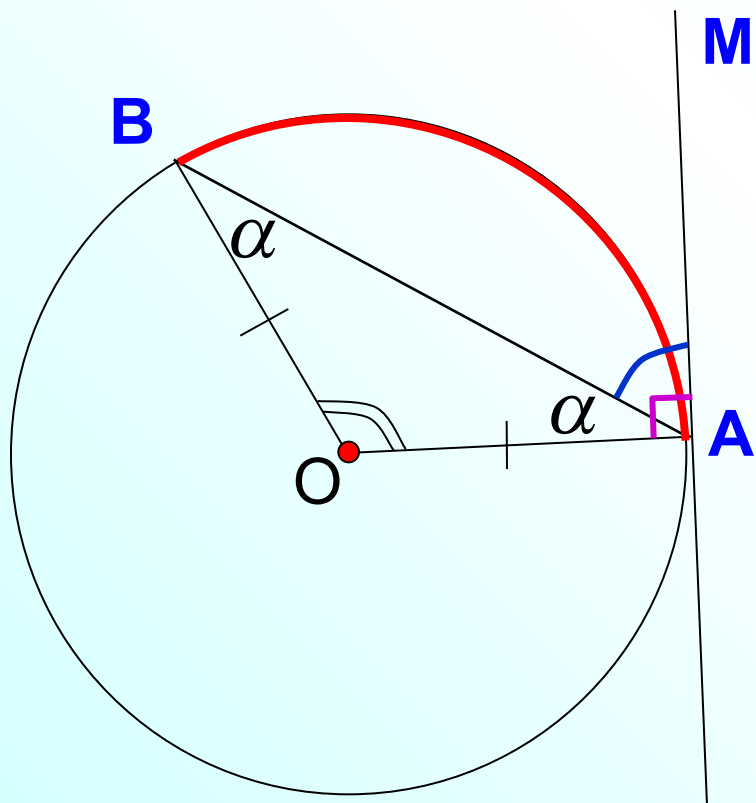
8 класс

точки треугольника

Л.С. Атанасян

Геометрия 7-9

№664. Прямая AM – касательная к окружности, AB – хорда этой окружности. Докажите, что угол MAB измеряется половиной дуги AB , расположенной внутри угла MAB .



$$\angle MAB = 90^\circ - \alpha,$$

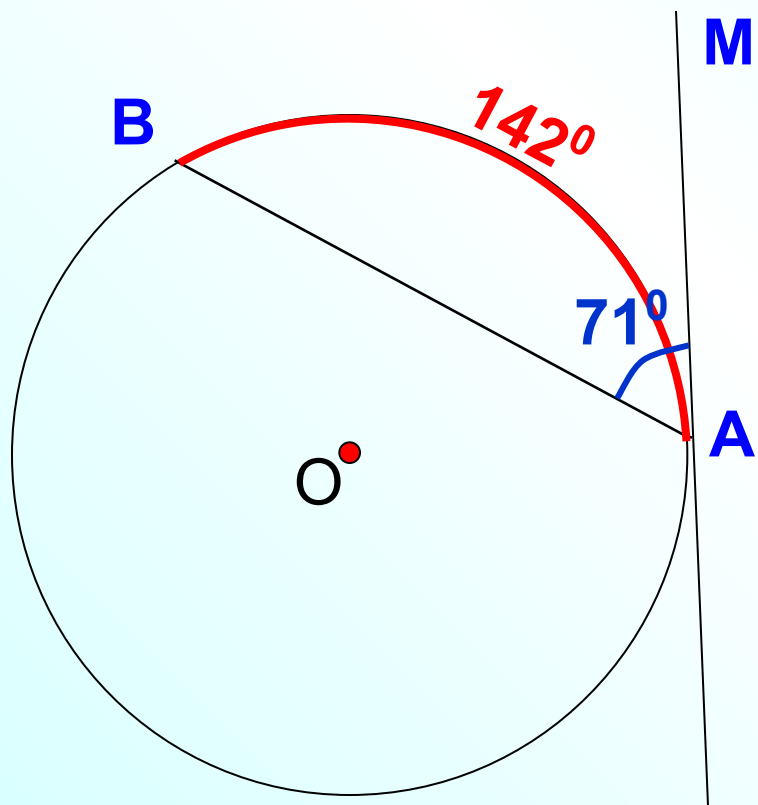
по свойству касательной

$$\cup AB = 2\angle MAB$$

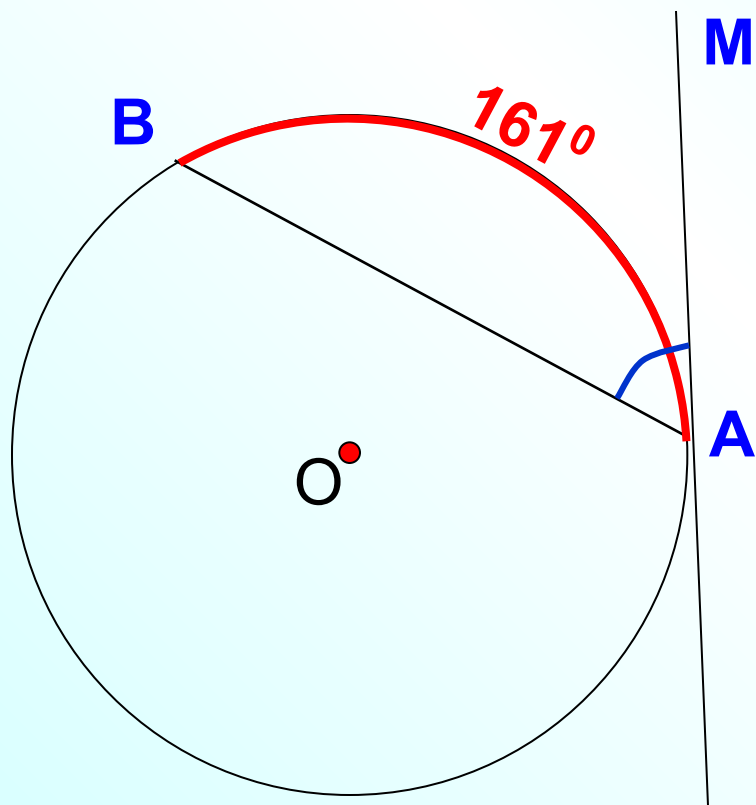
$$\angle AOB = 180^\circ - 2\alpha = 2(90^\circ - \alpha)$$

из $\triangle AOB$

Блиц-опрос. Найдите угол MAB .



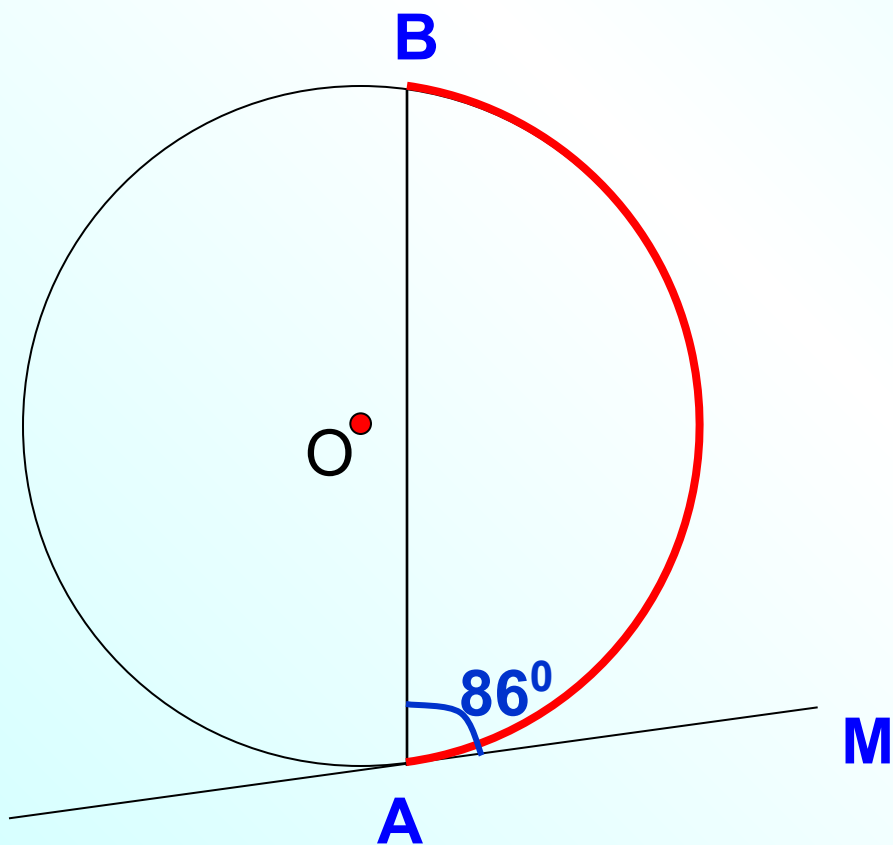
Блиц-опрос. Найдите угол МАВ.



$$161^\circ : 2 = 160^\circ 60' : 2 = 80^\circ 30'$$

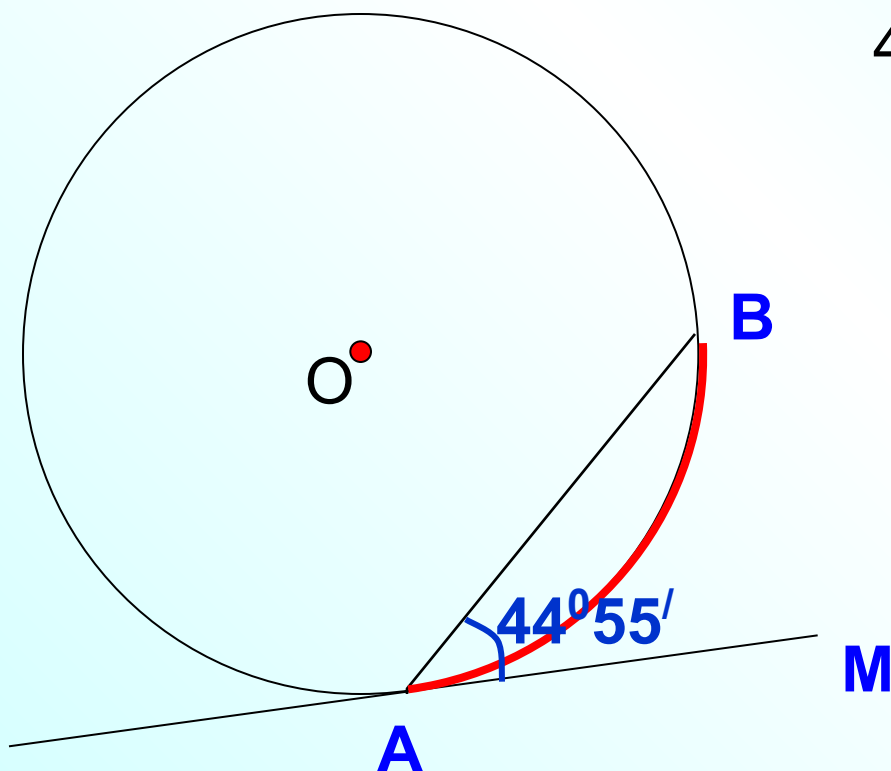
Блиц-опрос. Найдите дугу АВ.

$$86^{\circ} \cdot 2 = 172^{\circ}$$

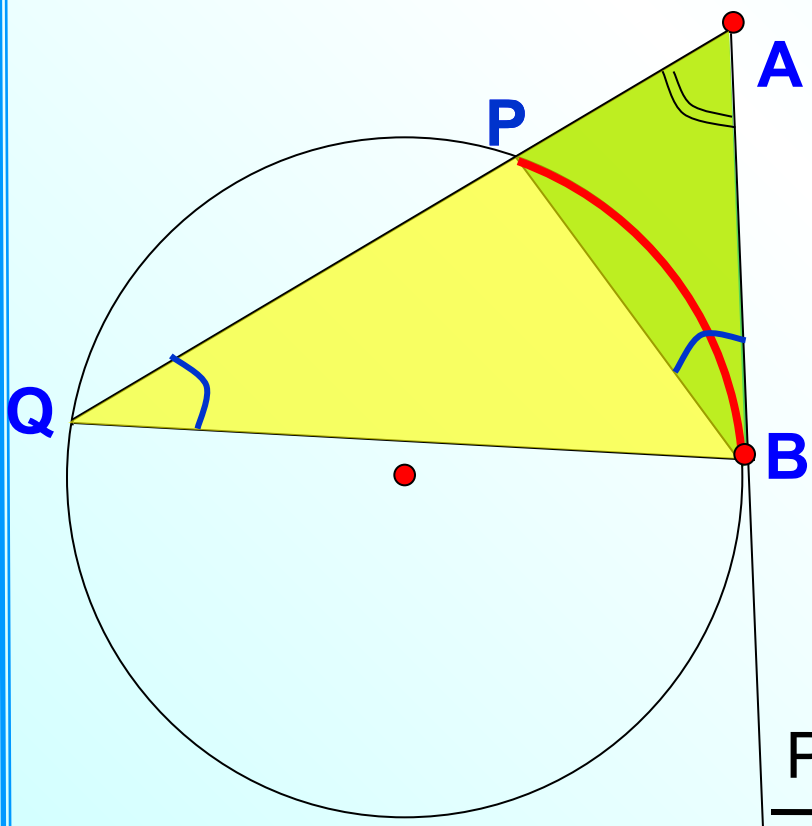


Блиц-опрос. Найдите дугу АВ.

$$44^{\circ}55' \cdot 2 = 88^{\circ}110' = 89^{\circ}50'$$



№670. Через точку А проведены касательные АВ (В – точка касания) и секущая, которая пересекает окружность в точках Р и Q. Докажите, что $AB^2 = AP \cdot AQ$.



$\angle A$ – общий

$$\angle ABP = \frac{1}{2} \cup BP$$

$$\angle Q = \frac{1}{2} \cup BP$$

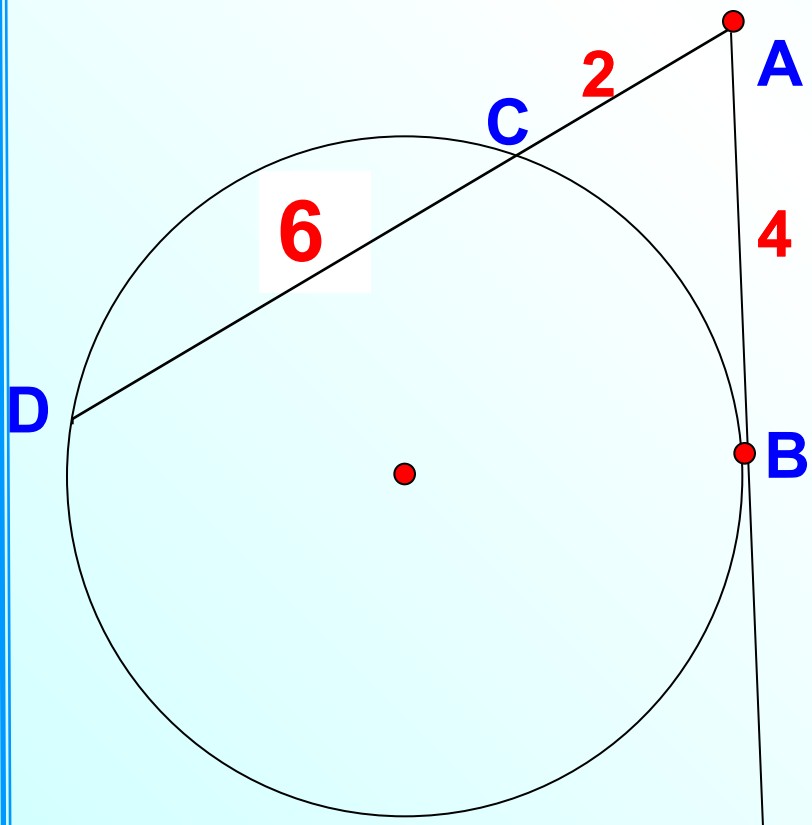
$$\triangle ABP \sim \triangle AQB$$

по 1 признаку подобия

$$\frac{PB}{BQ} = \frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AQ}$$

$$AB^2 = AP \cdot AQ.$$

№671. Через точку А проведены касательные АВ (В – точка касания) и секущая, которая пересекает окружность в точках С и D. Найдите CD, если АВ=4 см, АС=2 см.

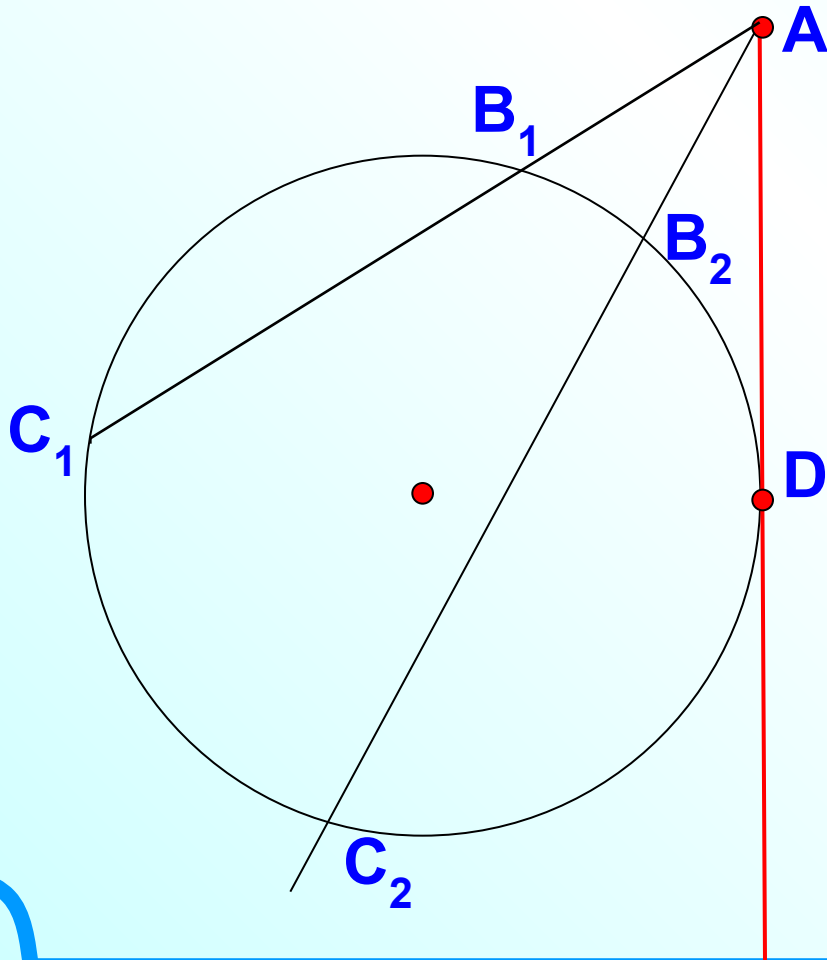


$$AB^2 = AC \cdot AD.$$

$$4^2 = 2 \cdot AD.$$

$$AD = 8$$

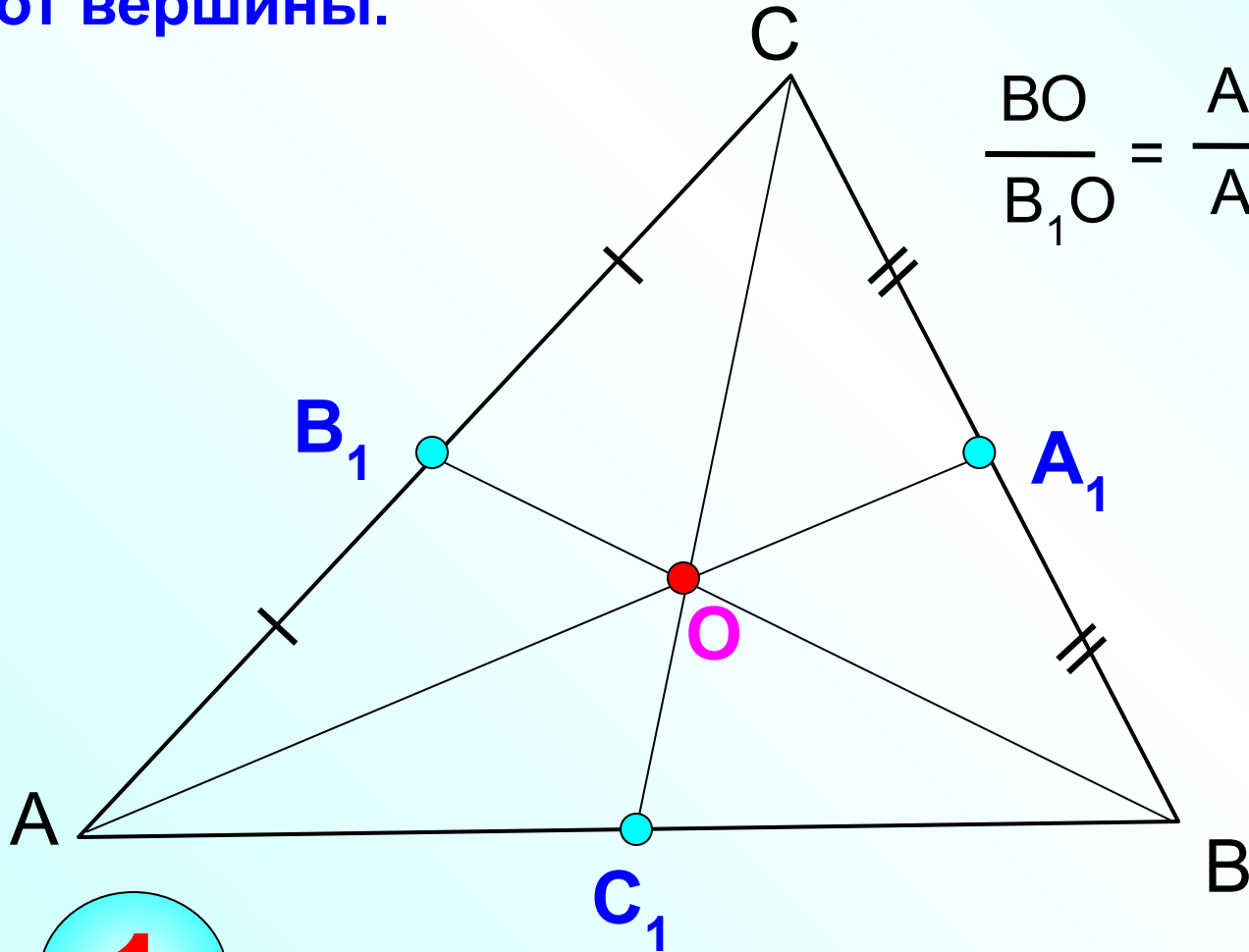
№672. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две секущие, одна из которых пересекает окружность в точках B_1, C_1 , а другая – в точках B_2, C_2 . Докажите, что $AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$



$$AD^2 = AB_1 \cdot AC_1 =$$
$$AD^2 = AB_2 \cdot AC_2$$

Свойство медиан треугольника.

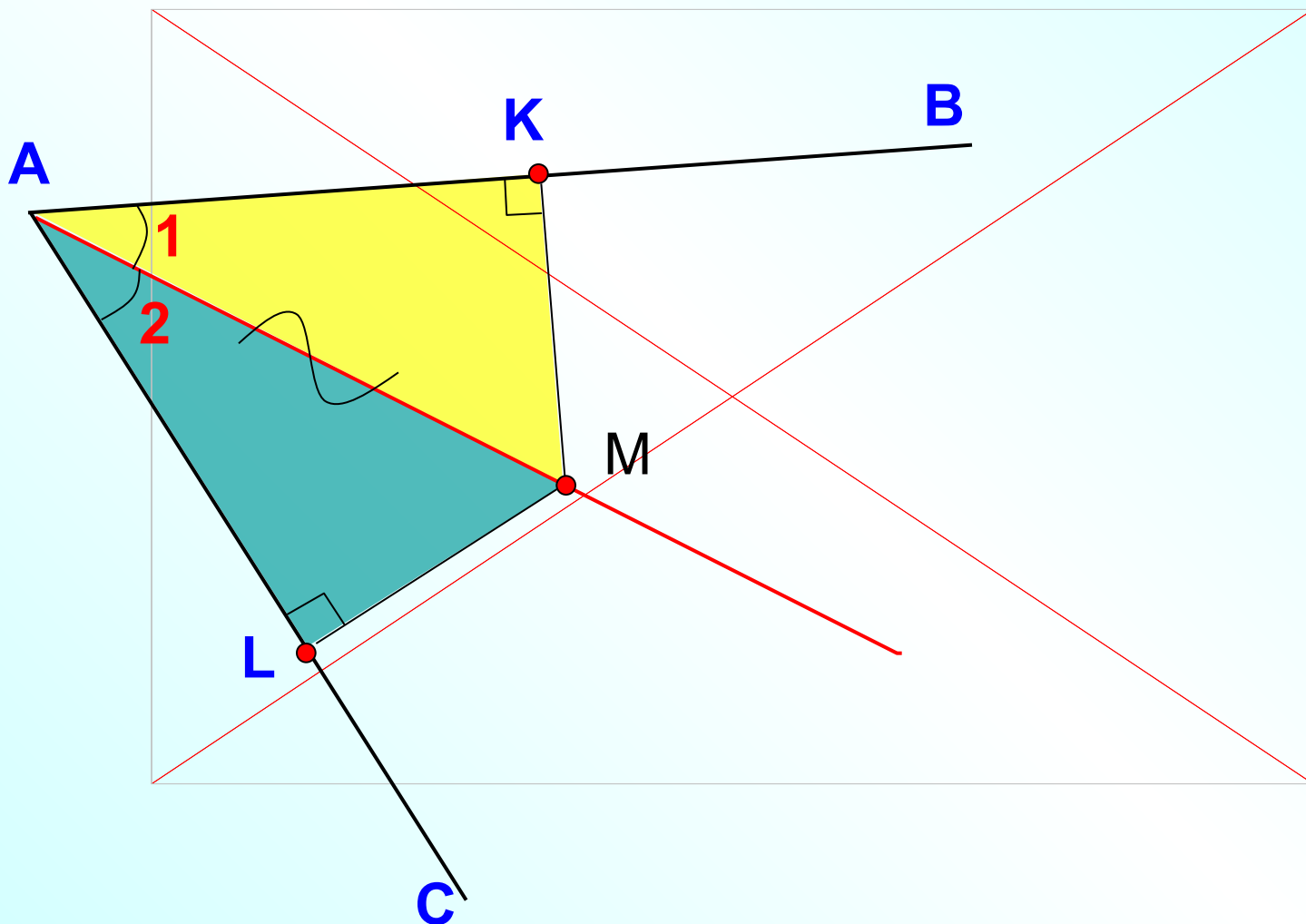
Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.



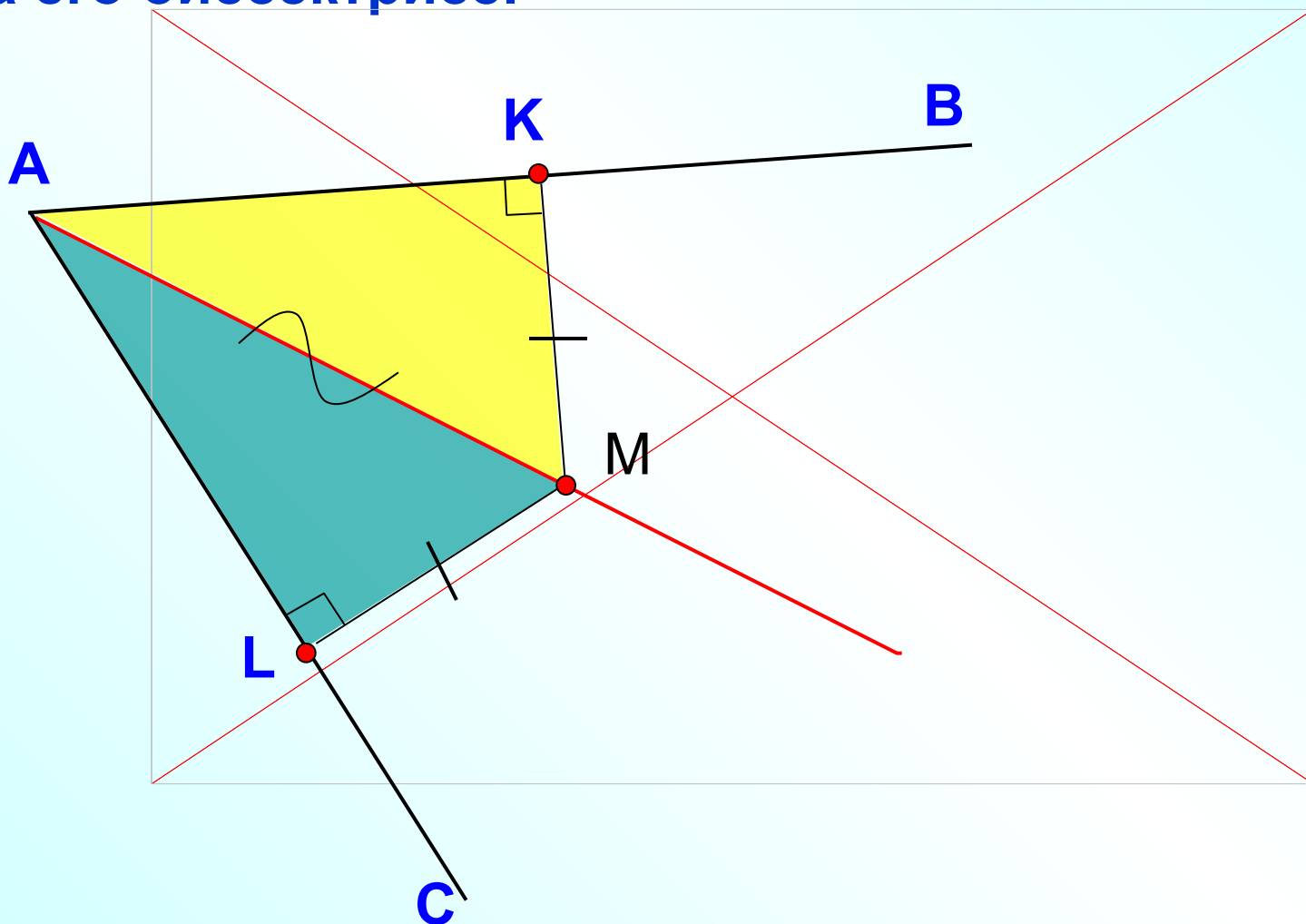
$$\frac{BO}{B_1O} = \frac{AO}{A_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$

1

Теорема Каждая точка биссектрисы
неразвернутого угла **равноудалена** от его сторон.

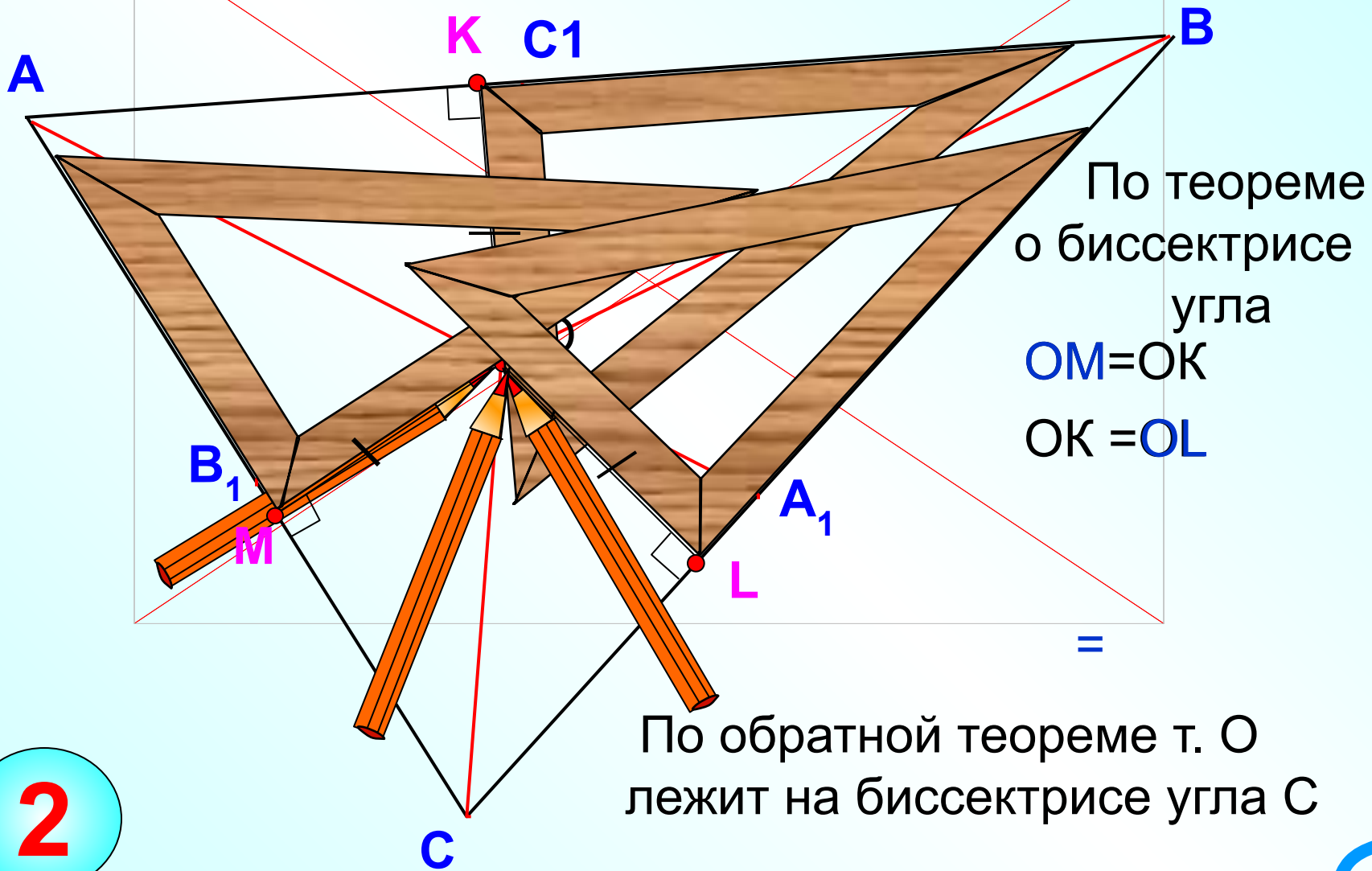


Обратная теорема Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе.



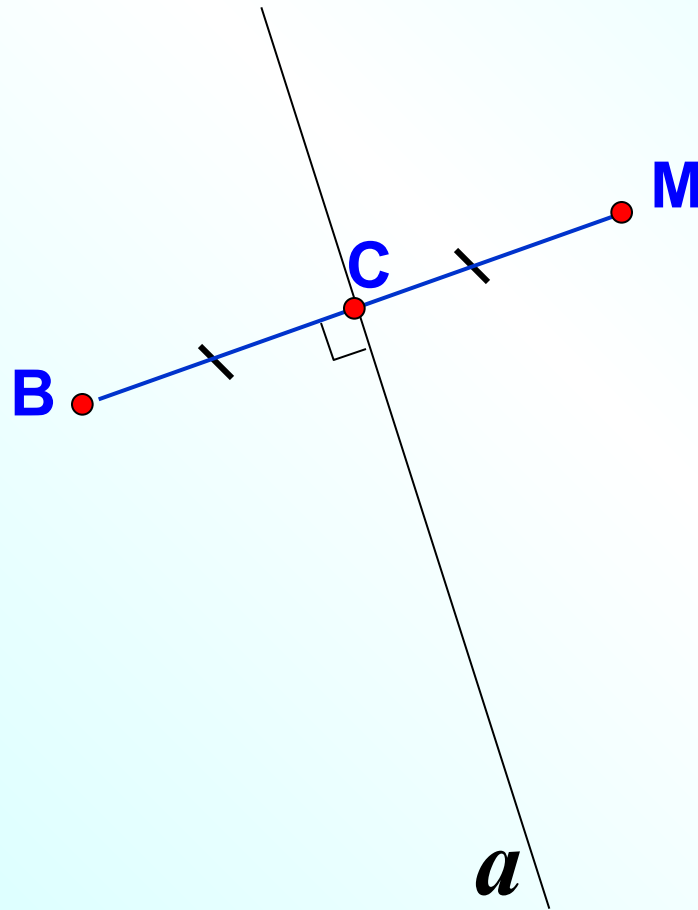
Следствие

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.



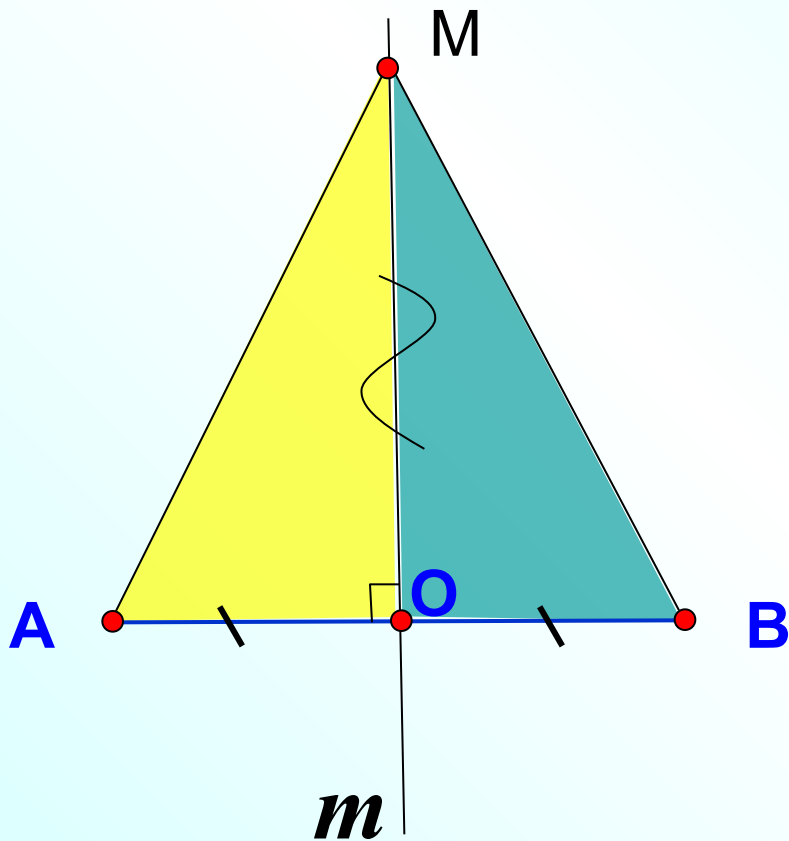
2

Определение Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



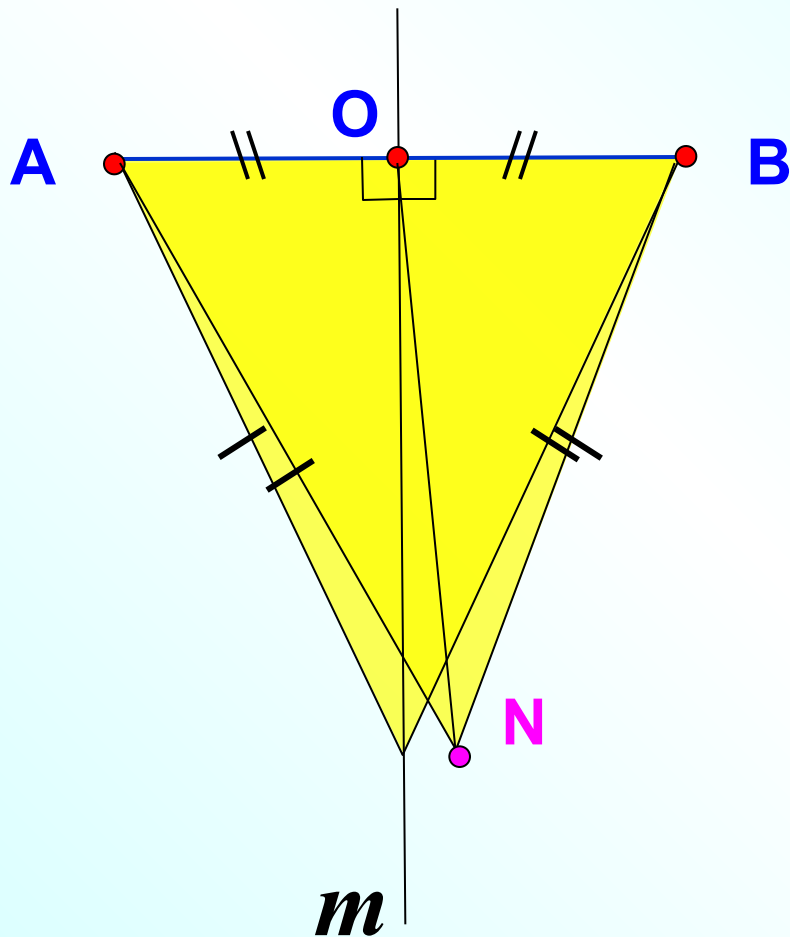
Прямая *a* — серединный перпендикуляр к отрезку.

Теорема Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

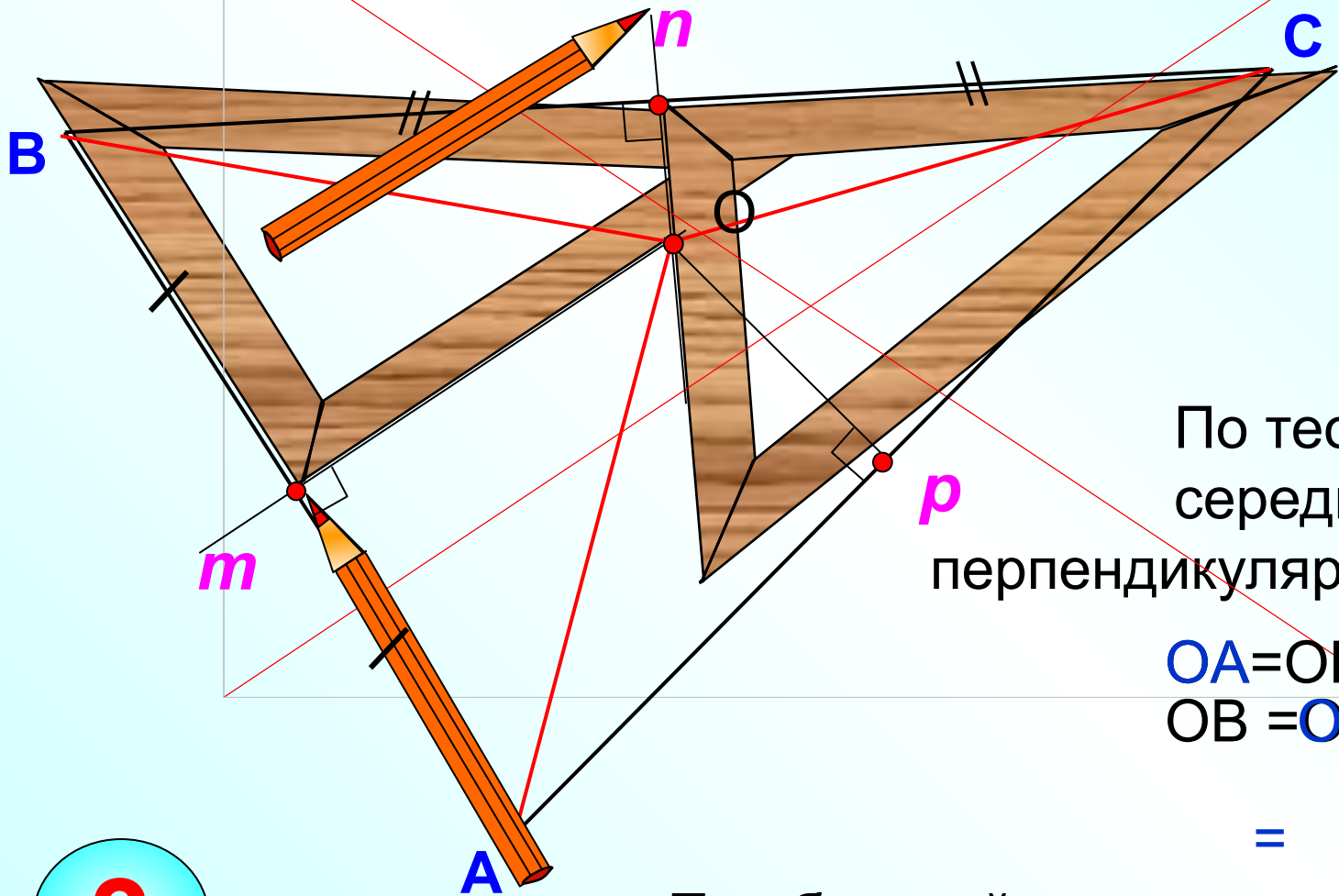


Обратная теорема

Каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.



Следствие Середины перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.



По теореме о
серединном
перпендикуляре к отрезку

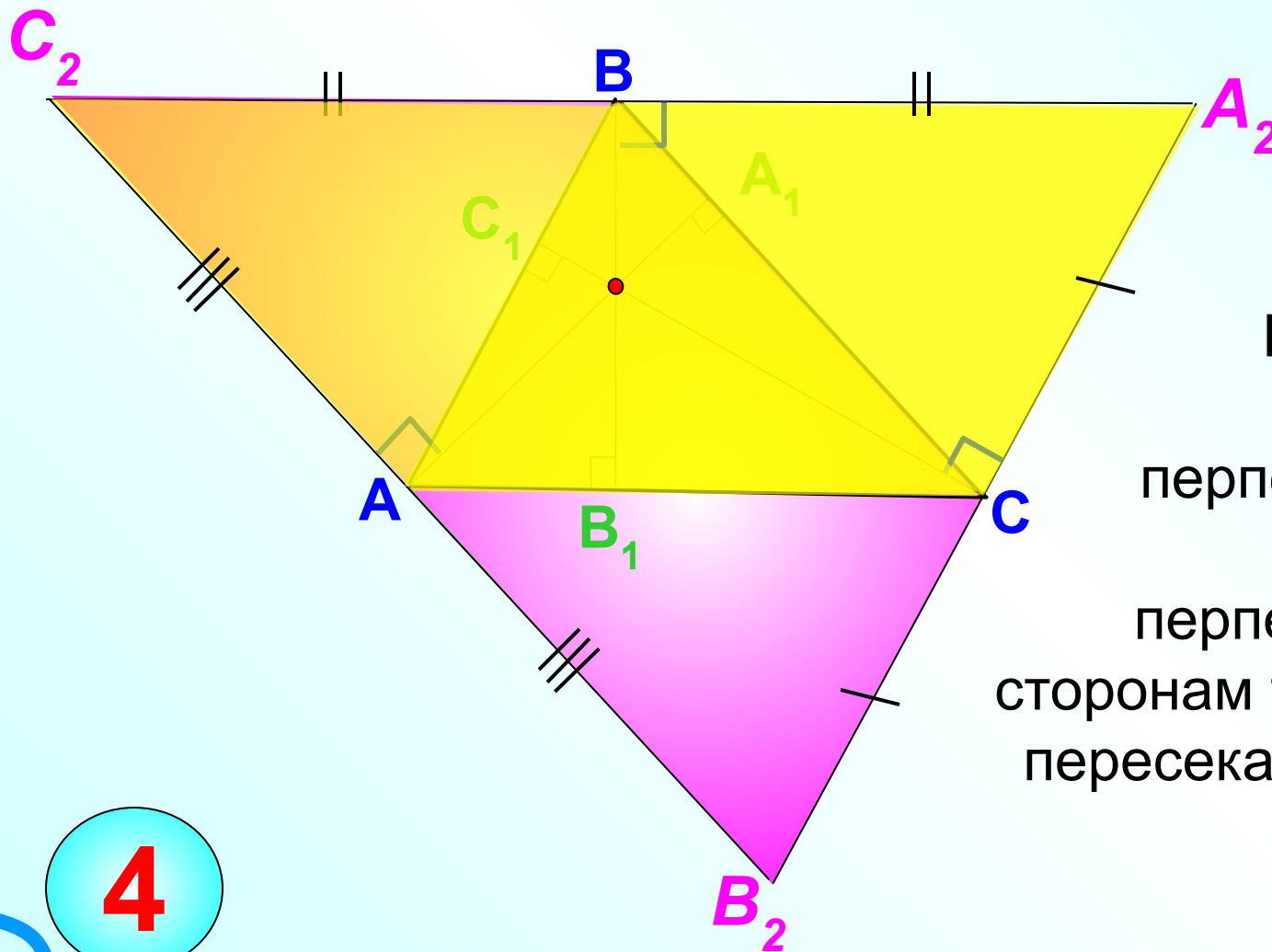
$$OA=OB$$
$$OB=OC$$

=

По обратной теореме т. О лежит на
сер. пер. к отрезку AC

3

Теорема Высоты треугольника
(или их продолжения) пересекаются в одной точке.



По теореме о
серединных
перпендикулярах:
серединные
перпендикуляры к
сторонам треугольника
пересекаются в одной
точке.

4

Замечательные ТОЧКИ треугольника.

Точка
пересечения

медиан

Точка
пересечения

биссектрис

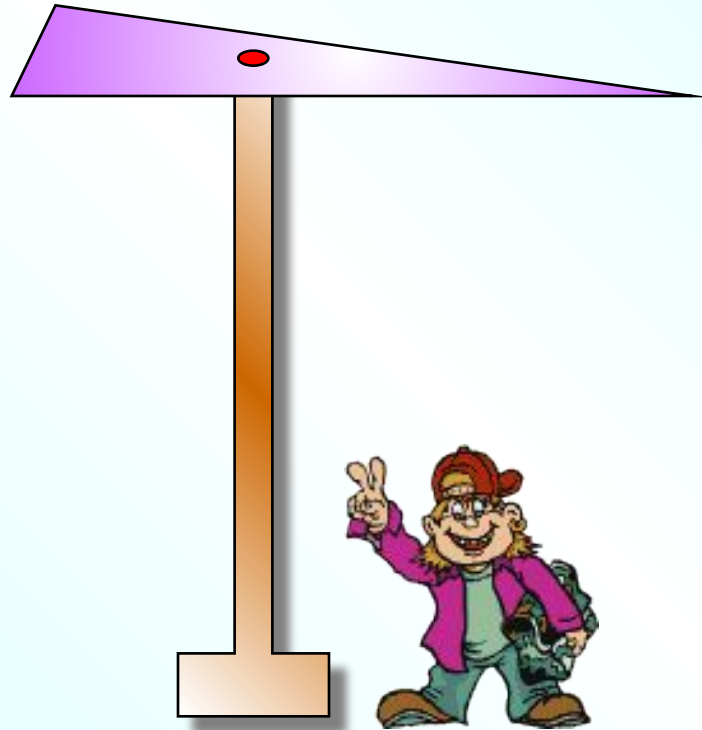
Точка
пересечения

высот

Точка
пересечения
серединных
перпенди

куляров

Треугольник, который опирается на острие иглы в точке пересечения медиан, находится в равновесии!

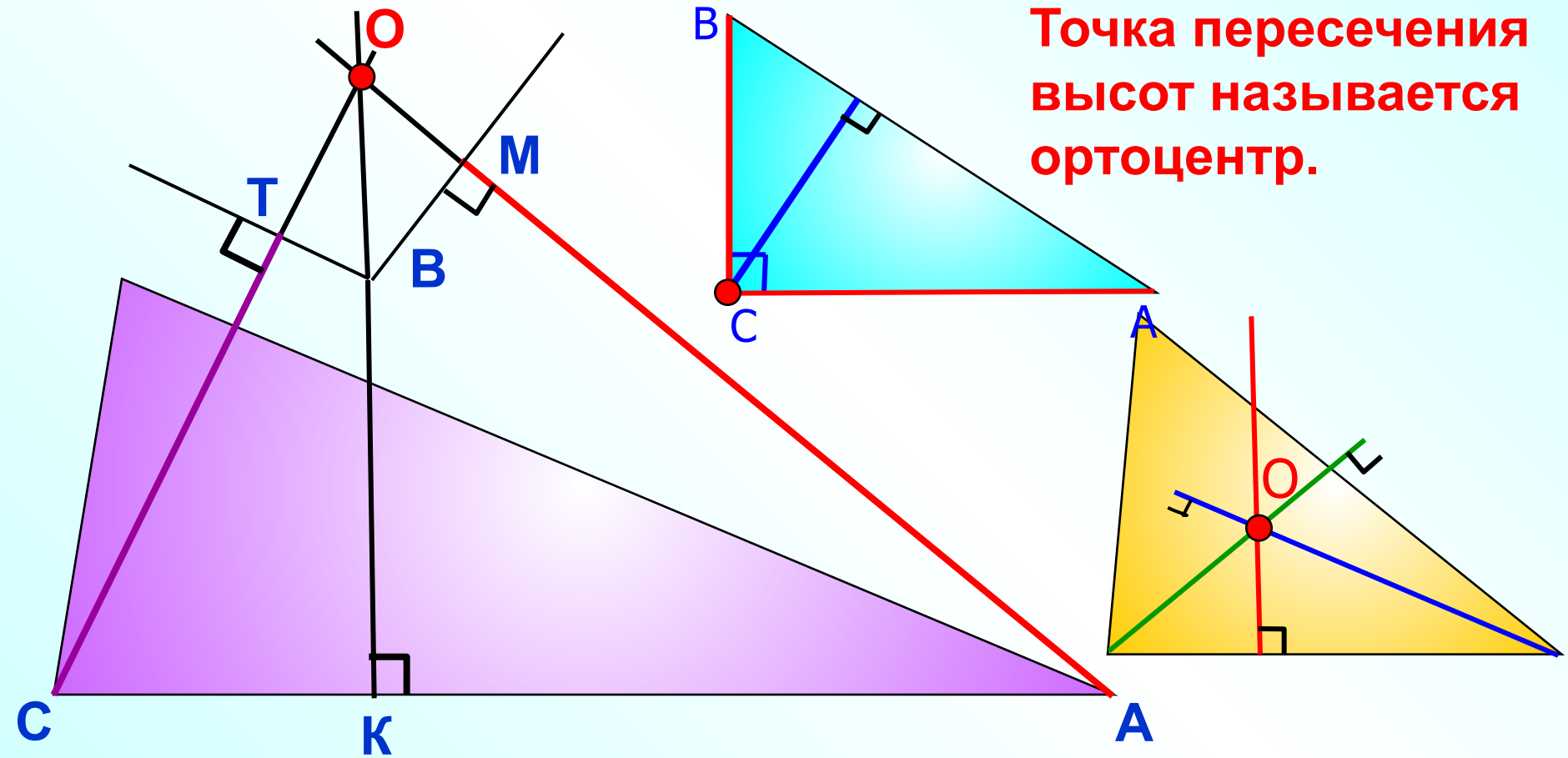


Точка, обладающая таким свойством, называется
центром тяжести треугольника.

Высоты **прямоугольного треугольника** пересекаются в вершине C .

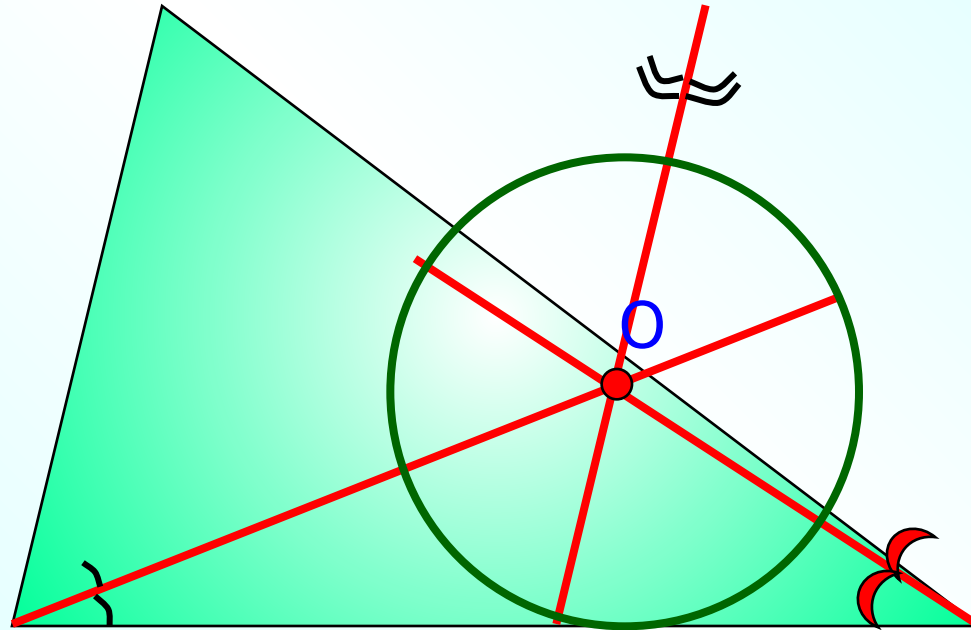
Высоты **остроугольного треугольника** пересекаются в точке O , которая лежит во внутренней области треугольника.

**Точка пересечения
высот называется
ортоцентр.**



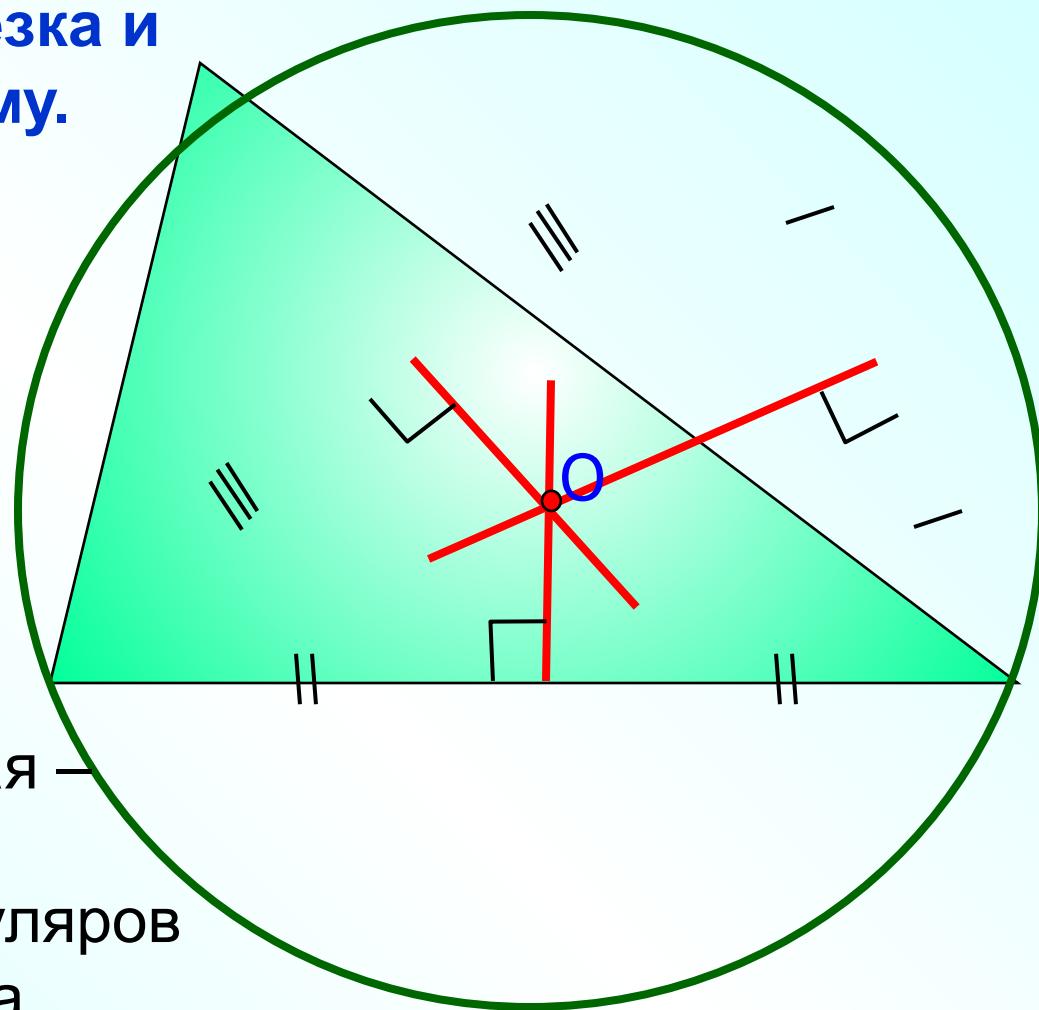
Высоты **тупоугольного треугольника** пересекаются в точке O , которая лежит во внешней области треугольника.

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется **биссектрисой** треугольника.



Эта точка замечательная – точка пересечения биссектрис является центром вписанной окружности.

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярно к нему.



Эта точка замечательная — точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника является центром описанной окружности.