

ЧАСТОТА И ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ.



ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Общее представление о случайных событиях,
- Как выделять невозможные и достоверные события.
- Первичные представления о вероятности случайного события.

Солнце взойдёт на востоке. Из куриного яйца может вылупиться петух, а может курица. Петух запоёт соловьём. Всё это примеры событий, первое из которых произойдёт обязательно, второе событие закончится одним из двух результатов, третье событие не может произойти никогда.



десятка

Еще первобытный вождь понимал, что у

охотников «вероятность» поразить копьем зубра гораздо больше, чем у одного.

Поэтому и

охотились тогда коллективно.

Неосновательно было бы думать, что такие древние полководцы, как Александр Македонский или Дмитрий Донской, готовясь к сражению, уповали только на доблесть и храбрость воинов.

Несомненно, они на основании наблюдений и опыта военного руководства умели оценить «вероятность» своего возвращения «со щитом» или «на щите», знали, когда принимать бой, когда уклониться от него. Они не были рабами случая, но вместе с тем они были еще очень далеки от теории вероятностей. А ведь именно теория вероятностей помогает

спрогнозировать некоторые ситуации. И сейчас теория

Люди часто попадают в ситуации, в которых нужно выбрать из двух равноценных вариантов. На помощь часто приходит монетка, одна сторона которой называется «орлом», а другая «решкой». Подбросив такую монетку, знаем, что есть всего две равноправные или равновероятные возможности.

Сколько вариантов выпадения очков возможно при бросании одной игральной кости? Равноправны ли эти варианты?

В колоде 36 карт. Из нее наугад вытаскивают одну карту. Сколько при этом имеется разных возможностей?

Равновероятны ли возможности вытащить:

десятку бубен и пиковую даму?

валета и короля?

туза и какую-нибудь карту бубновой масти?

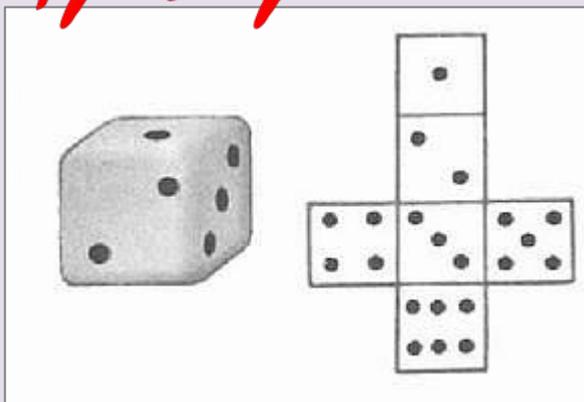
Если нет, то какая возможность более вероятна?



Стр. 253

Работа с учебником

Пример



Бросают игральный кубик.

Рассмотрим следующие события:

A: выпадет семь очков;

B: выпадет меньше десяти очков;

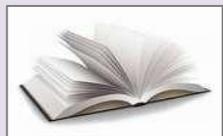
C: выпадет пять очков;

D: выпадет чётное число очков.

Событие *A* — невозможное. При бросании кубика не может выпасть семь очков.

Событие *B* — достоверное. В самом деле, сколько бы ни выпало очков, их всегда будет меньше десяти.

События *C* и *D* могут произойти, а могут и не произойти.



Стр. 253

Работа с
учебником

Событие C произойдёт, только если выпадет пять очков, в остальных случаях оно не произойдёт. А вот событие D произойдёт, если выпадет два, четыре или шесть очков, и не произойдёт, если выпадет одно, три или пять очков.

Случайные события, которые имеют равные шансы, называют **равновозможными** или **равновероятными**. На устном экзамене ученик берёт один из разложенных перед ним экзаменационных билетов, шансы взять любой из них равны. Равновероятным является выпадание любого числа очков от 1 до 6 при бросании симметричного игрального кубика, орла или решки при бросании правильной монеты.



Какие из перечисленных событий достоверные, невозможные:

- а) вас пригласят сниматься в кино;
- б) вода в чайнике, стоящем на плите, закипит;
- в) день рождения одного из ваших знакомых — 30 февраля;
- г) вы выиграете, участвуя в лотерее;
- д) вы выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
- е) после четверга будет пятница;
- ж) после пятницы будет четверг?

ДЕЙСТВУЕМ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ Являются ли равновероятными события:

- а) вылет самолёта по расписанию и задержка рейса;
- б) штатная посадка и аварийная посадка самолёта;
- в) выпадание одного очка и шести очков при бросании кубика;
- г) вынимание из колоды карт туза и вынимание шестёрки;
- д) попадание и промах при стрельбе по мишени;
- е) выпадение снега и выпадение дождя 1 января в том регионе, где вы живёте?

?

- А)нет
- Б)нет
- В)да
- Г)да
- Д)да
- Е)нет

Жизненный опыт подсказывает, что событие тем вероятнее, чем чаще оно происходит, т. е. вероятность события должна быть каким-то образом связана с частотой его наступления при многократном проведении экспериментов.



Обычно многократные случайные эксперименты проводят, чтобы определить, насколько часто появляется интересующий нас результат. Например, как часто при подбрасывании монеты выпадает орёл или при одновременном подбрасывании двух кубиков выпадает двенадцать очков. Для этого по результатам серии экспериментов вычисляется частота наблюдаемого события.

Частотой случайного события в серии экспериментов называют отношение числа экспериментов, в которых это событие произошло, к общему числу экспериментов.

частота

252. Проведите 50 экспериментов по подбрасыванию монеты.

Событие	Подсчеты	Всего
Орел		
Решка		

Игральный кубик подбросили 200 раз, при этом 28 раз выпало шесть очков. Найдите частоту события:

A: выпало шесть очков;

B: выпало менее шести очков. (Ответ выразите в процентах.)

A): 0,14; B) 0,86

?



В марте в городе родилось 2348 мальчиков и 2027 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков и частоту рождения девочек в этом месяце. (Используйте калькулятор.)

м): 0,54; д) 0,46

?





Пример

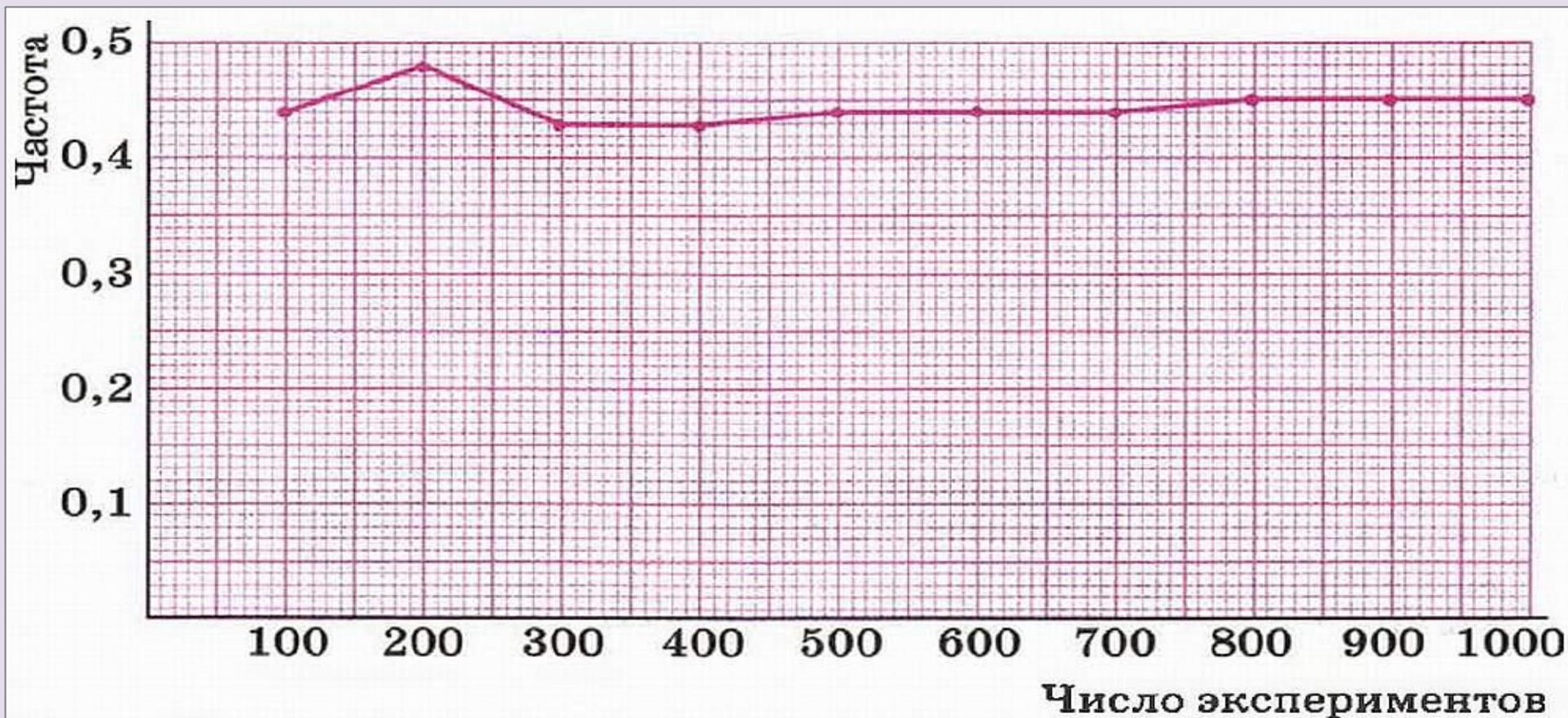
В классе проводилась серия экспериментов по подбрасыванию кнопки. Ученики разбились на пары, каждая из которых 100 раз подбросила кнопку.

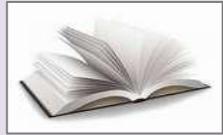
Событие	Подсчёты	Всего событий
Остриём вниз	### ### ### ### ### ### ### ### ////	44
Остриём вверх	### ### ### ### ### ### ### ### ### ### ### /	56
	Итого	100



Пример

Стабилизация частоты будет нагляднее, если данные представить графически.





Если случайный эксперимент повторять достаточно много раз, то частота интересующего нас события будет близка к его вероятности.

По вероятности события можно прогнозировать частоту появления этого события в будущем.

Вероятность события обозначается большой латинской буквой P (от французского слова *probabilite*, что означает «вероятность»). Если обозначить событие «выпадет орёл» буквой A , а событие «выпадет решка» буквой B , то полученный результат можно записать так:

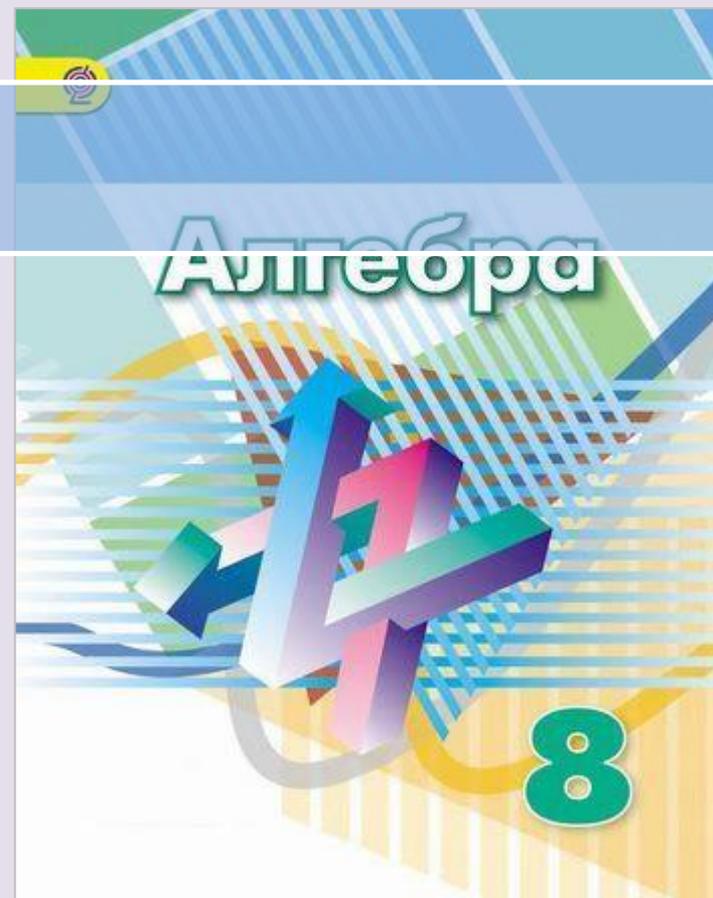
$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,5.$$

Иногда вероятность выражают в процентах:

$$P(A) = 50\%, \quad P(B) = 50\%.$$

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Вероятность равновозможных событий

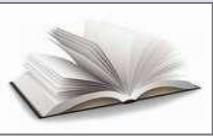


Метапредмет – Хаос и
порядок

- понятие вероятности;
- статистический подход к понятию вероятности;
- как вычисляют вероятность события в том случае, когда все его исходы равновероятны;



Вероятность случайного события приблизительно равна частоте наступления интересующего нас события при проведении большого числа экспериментов. Однако это даст только приближённое значение вероятности. Чтобы вычислить вероятность выпадания орла, английский математик Карл Пирсон провёл 24 000 экспериментов по бросанию монеты. Но, например, для экспериментального вычисления возможности выигрыша в лотерею нам просто не хватит денег.



Если все исходы случайного эксперимента *равновозможны*, то вероятность каждого такого исхода можно подсчитать, не проводя экспериментов.



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{6}$$



Проведи анализ примеров 1 – 3.

Если обозначить вероятность наступления события A символом $P(A)$, то можно записать формулу

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Определени

Для экспериментов с равновероятными исходами вероятностью случайного события называют отношение числа исходов, благоприятных для этого события, к числу всех возможных исходов эксперимента.

232. В колоде 36 карт. Наугад из колоды вынимают одну карту. Каково число возможных исходов?
Заполните таблицу.

Событие A	Число исходов, благоприятных для события A	Вероятность наступления события A
Вынута шестерка		
Вынут король червей		
Вынута карта бубновой масти		
Вынута карта черной масти		
Вынута карта старше валета		
Вынута карта не старше десятки		

233. Равновероятны ли события A и B ?

- а) A : при стрельбе по мишени попасть в «десятку»;
 B : промахнуться при стрельбе по мишени; Да/Нет
- б) A : встретить инопланетянина по дороге в школу;
 B : не встретить инопланетянина по дороге в школу; Да/Нет
- в) A : сборная России по футболу станет чемпионом мира;
 B : сборная России по футболу не станет чемпионом мира. Да/Нет

234. На тарелке 10 пирожков: 3 из них с яблоками, 2 — с мясом, 4 — с капустой, 1 — с вареньем.

Я Я Я М М К К К К В

Наугад с тарелки берут один пирожок. Каково число возможных исходов? Заполните таблицу.

Событие A	Число исходов, благоприятных для события A	Вероятность наступления события A
Взят пирожок с вареньем		
Взят пирожок с мясом		
Взят пирожок не с капустой		
Взят сладкий пирожок		

- 871** 2) Верно ли, что события A и B равновозможны:
 A : при вынимании из колоды одной карты будет вынута шестёрка;
 B : при вынимании из колоды одной карты будет вынут туз?

Верно

?

- 872** ■ ДЕЙСТВУЕМ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ■ Для каждого из следующих экспериментов найдите число всех возможных исходов, число благоприятных исходов и вычислите вероятность.
б) В урне 15 белых и 25 чёрных шаров. Из урны наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что он будет белым?
в) Для лотереи отпечатали 500 билетов, из них 25 выигрышных. Какова вероятность вытянуть билет без выигрыша?

б) 0,375; в) 0,95.

?

873 В колоде 36 карт. Определите вероятность следующих событий:

A: карта, вытянутая наугад из колоды, оказалась дамой пик;

B: карта, вытянутая наугад из колоды, оказалась тузом;

C: карта, вытянутая наугад из колоды, оказалась красной масти;

D: карта, вытянутая наугад из колоды, оказалась не королём.

$$P(A) = 1/36; P(B) = 1/9; P(C) = 1/2; P(D) = 8/9;$$

?

879 Грани кубика окрашены в красный или жёлтый цвет. Вероятность выпадания красной грани равна $\frac{1}{6}$, вероятность выпадания жёлтой грани равна $\frac{5}{6}$. Сколько красных и сколько жёлтых граней у этого кубика?

Одна красная и пять желтых

?

880 В ящике лежит 8 красных, 2 синих и 20 зелёных карандашей. Вы наугад вынимаете один карандаш. Какова вероятность того, что этот карандаш красный? жёлтый? не зелёный? Какое наименьшее количество карандашей нужно вынуть, чтобы с вероятностью, равной 1, среди них оказался зелёный карандаш?

$P_{\text{кр}} = 4/15; P_{\text{ж}} = 0; P_{\text{нзел}} = 1/3; 11$ карандашей

?

1. Ответьте, равновероятны ли следующие события:
 - а) 1 июля 2010 г. температура в Москве будет -50°C ;
1 июля 2010 г. температура в Москве будет выше -50°C .
 - б) Наудачу выбранная цифра окажется цифрой 5; наудачу выбранная цифра окажется отличной от цифры 5.
 - в) При бросании трех монет выпало три орла;
при бросании трех монет выпало три решки.
2. Для каждого из следующих событий найдите число всех возможных исходов, число благоприятных исходов и вычислите вероятность:
 - а) В коробке лежит 6 красных и 7 синих карандашей. Наугад выбирают один из них. Какова вероятность взять синий карандаш?
 - б) На клавиатуре 47 клавиш — 10 с цифрами, остальные с буквами и знаками. Наугад нажимают одну клавишу. Какова вероятность, что нажата будет клавиша с цифрой?

3. В классе 12 мальчиков и 13 девочек. Какова вероятность того, что случайным образом назначенный дежурный окажется мальчиком?
4. В вазочке перемешаны 15 конфет «Мишка на Севере» и 5 конфет «Белочка». Не глядя, Женя взял одну конфету. Какова вероятность, что ему досталась «Белочка»?
5. Наудачу выбрано двузначное число. Какова вероятность того, что оно окажется:
а) четным; б) кратным 3; в) меньшим 12?

6. В классе 30 человек. Вероятность того, что при случайном выборе одного ученика по номеру в классном журнале выбранным окажется мальчик, равна $\frac{1}{3}$. Сколько в этом классе девочек?
7. В кошельке лежит три монеты достоинством в 5 р., в 2 р. и в 1 р. Случайным порядком их вынимают из кошелька. Какова вероятность того, что сначала вынут пятирублевую, потом двухрублевую, затем рублевую монеты?
8. Наудачу выписывают цифры 1, 2, 3 и 4 (не повторяя). Какова вероятность того, что при этом будет написано число 1234?

Математика — царица всех наук, часто ставится под суд молодыми людьми.

Выдвигаем тезис «Математика — бесполезна».

И опровергаем на примере одной из самых интересных загадочных и интересных теорий.

Как **теория вероятности помогает в жизни**, спасает мир, какие технологии и достижения основываются на этих, казалось бы, нематериальных и далеких от жизни формул и сложных вычислений?

