Многочлены от одной переменной.

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ: МИТРОФАНОВА О.С.

Стандартный вид многочлена. Степень многочлена.

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_0$,

где n – натуральное число, a_0 , a_1 , a_2 ,… a_n - произвольные числа .

Одночлен $a_n x^n$ – старший член многочлена $P(x)$.

n - степень многочлена.

$5x^7 - 4x^6 + x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - x + 7$ $\quad n = 7$

$2{,}2x^5 – 0{,}5x^3 + x - 2$ $\quad n = 5$

$x^2 + 4x + 9$ $\quad n = 2$

$3x - 1$ $\quad n = 1$

Любое число – многочлен нулевой степени

$8 = 8\,x^0$

Теорема: ***Два многочлена $P(x)$ и $S(x)$ тождественны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковую степень и коэффициенты при одноименных степенях переменной в обоих многочленах равны.***

На этой теореме основан метод неопределенных коэффициентов.

№ 1.19 (а)

Найдите все значения параметра а, при которых многочлен

$$(a^2-1)x^4-2x^3+(2a-1)x-7$$

будет тождественно равен многочлену $8x^4-2x^3-(a-8)x-4-a$

$$\underline{(a^2-1)}x^4-2x^3+(\underline{2a-1})x\underline{-7}=\underline{8}x^4-2x^3\underline{-(a-8)}x\underline{-4-a}$$

$a^2-1=8;$ $\quad 2a-1=-(a-8);$ $\quad -7=-4-a$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 8; \\ 2a - 1 = -(a - 8); \\ -7 = -4 - a \end{cases}$$

$$a = 3$$

Найти A и B, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{2x-3}{x^2-9} = \frac{1}{2(x-3)} + \frac{3}{2(x+3)}$$

$$\frac{2x-3}{x^2-9} = \frac{A(x+3)+B(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{Ax+3A+Bx-3B}{x^2-9}$$

$$= \frac{x(A+B)+3A-3B}{x^2-9}$$

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ 3A - 3B = -3 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2}; \quad B = \frac{3}{2}$$

Деление многочлена на многочлен

1. Деление с остатком

$$p(x) = s(x) \cdot q(x) + r(x)$$

делимое

делитель

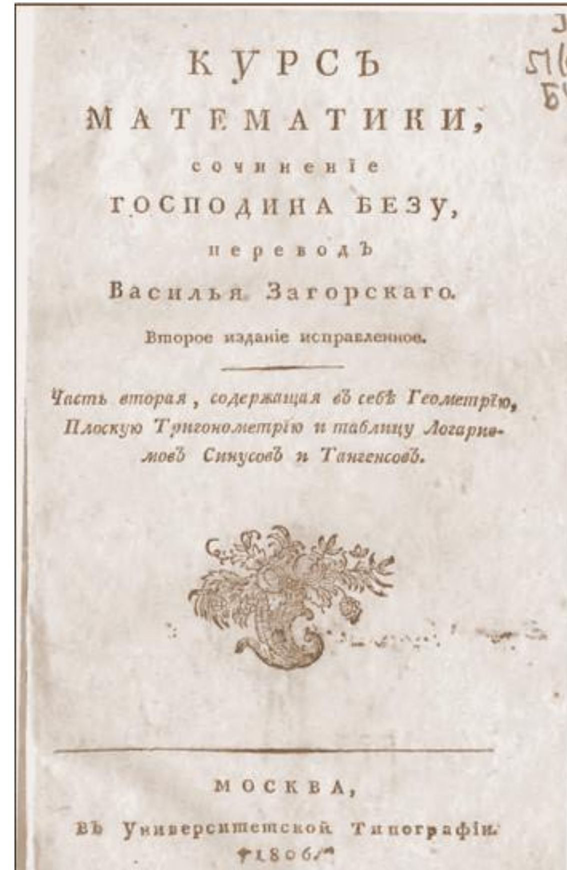
Неполное частное

остаток

$$
\begin{array}{rl|l}
- & 2x^2 - x - 3 & x - 2 \\ \cline{3-3}
 & 2x^2 - 4x & 2x + 3 \\ \cline{2-2}
- & 3x - 3 & \\
 & 3x - 6 & \\ \cline{2-2}
 & 3 &
\end{array}
$$

$$2x^2 - x - 3 = (x - 2)(2x + 3) + 3$$

Этьен Безу (1730 - 1783) – французский математик
Член Парижской академии наук (1758 г.)



КУРСЪ
МАТЕМАТИКИ,
сочиненіе
ГОСПОДИНА БЕЗУ,
переводъ
Василья Загорскаго.
Второе изданіе исправленное.

Часть вторая, содержащая въ себѣ Геометрію, Плоскую Тригонометрію и таблицу Логариѳмовъ Синусовъ и Тангенсовъ.

МОСКВА,
Въ Университетской Типографіи.
1806.

Теорема Безу. *Остаток от деления многочлена $P(x)$ на двучлен $x - a$ равен значению этого многочлена при $x = a$:*

$$P(a) = R. \tag{1}$$

Доказательство. Запишем формулу деления многочленов с остатком:

$$P(x) = (x - a)Q(x) + R. \tag{2}$$

Заметим, что остаток R не содержит x, так как делитель $x - a$ — многочлен первой степени.

При $x = a$ из равенства (2) получаем

$$P(a) = (a - a)Q(a) + R \text{ или } P(a) = 0 \cdot Q(a) + R,$$

то есть $R = P(a)$.

Если при $x = \alpha$ многочлен $p(x)$ обращается в нуль, то есть выполняется равенство $p(\alpha) = 0$, то число α называют корнем многочлена.

Следствие из теоремы Безу

Если число α является корнем многочлена $P(x)$, то многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_0$, делится без остатка на двучлен $(x - \alpha)$.

Например число 2 является корнем многочлена:

$$2x^3 - 3x^2 + 5x - 14$$

Значит, по теореме Безу, многочлен делится без остатка на двучлен ***$x - 2$*** .

$$\begin{array}{r|l}
2x^3 - 3x^2 + 5x - 14 & x - 2 \\
\cline{2-2}
-\underline{2x^3 - 4x^2} \qquad\qquad & 2x^2 + x + 7 \\
x^2 + 5x \qquad & \\
-\underline{x^2 - 2x} \qquad & \\
7x - 14 & \\
-\underline{7x - 14} &
\end{array}$$

$$2x^3 - 3x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(2x^2 + x + 7)$$