

Кафедра «Физика» УГНТУ

доцент

Сементеева Лиана Шамилевна

Лекция

ДИФРАКЦИЯ

Дифракция света

Содержание лекции:

- **Понятие дифракции**
- **Принцип Гюйгенса - Френеля**
- **Зоны Френеля**
- **Дифракция Френеля от простейших преград**
- **Дифракция Фраунгофера**
- **Дифракционная решетка**

1. Понятие дифракции

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

- это характерная особенность распространения волн **независимо от их природы.**
- существенно зависит **от соотношения между длиной волны и размером объекта,** вызывающего дифракцию:
- **наиболее отчетливо** обнаруживается в тех случаях, когда **размер огибаемых препятствий соизмерим с длиной волны.**

Легко наблюдается дифракция звуковых, сейсмических и радиоволн (длина волны от нескольких метров до нескольких километров).

Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий (длина волны от 400 до 760 нм).



Огибание электромагнитными волнами препятствий и проникновение их в область геометрической тени наиболее отчетливо обнаруживается в тех случаях, когда размер огибаемых препятствий соизмерим с длиной волны



- **Если размер отверстия или препятствия заметно меньше длины волны, то волна с ним не взаимодействует** (в шторм волны не проникают в бухту с узким входом, т.к. морские волны длиннее, чем вход в бухту, и «не замечают» этого входа).

Толщина стволов деревьев, стоящих в воде, меньше длины волны, и волны не взаимодействуют с ними

- Если размеры препятствия много больше длины волны, то волны за него не проникают, создается область тени: световая тень, звуковая тень, ограничения при передаче телевизионного сигнала...



Область тени в случае поверхностных волн: невозмущенная поверхность воды за большим валуном



Прохождение плоской волны через отверстие в экране при различных соотношениях между размером отверстия и длиной волны звука. **Чем меньше отверстие, тем быстрее волна расходится в стороны после прохождения отверстия**

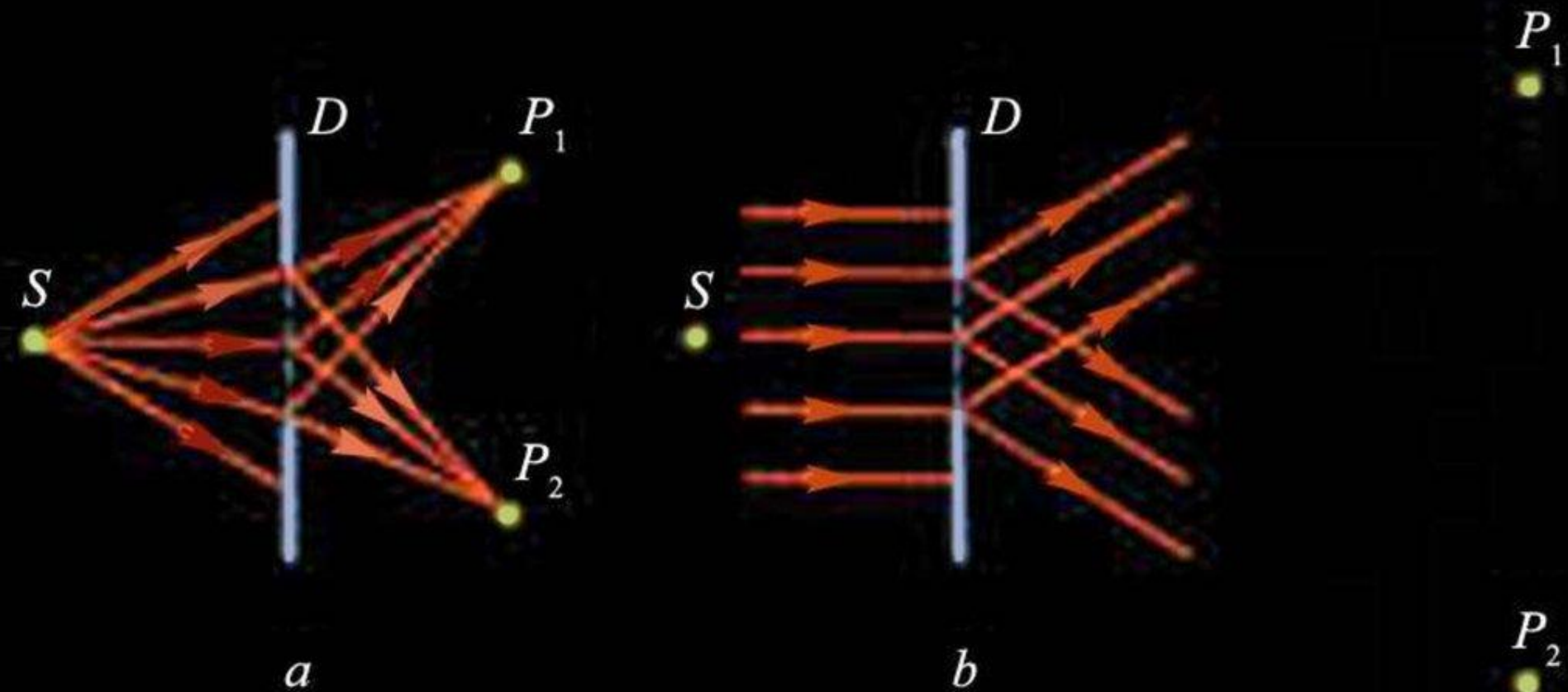
Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия - оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

*Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть **интерференцией**.*

*Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, называют **дифракцией волн**.*

Различают 2 вида дифракции:

- Если источник света S и точка наблюдения P находятся от препятствия D на конечном расстоянии, то говорят о *дифракции Френеля*,
- Если источник света S и точка наблюдения P находятся от препятствия D настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки, - о *дифракции Фраунгофера*.



a – дифракция Френеля;
 b – дифракция Фраунгофера

2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Явление дифракции объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, который не дает никакой информации об амплитуде (интенсивности) волн, распространяющихся в различных направлениях.

Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об **интерференции вторичных волн**. Учет фаз и амплитуд вторичных волн позволяет определить амплитуду результирующей волны во всех точках пространства.

Принцип Гюйгенса

Процесс распространения волны в некоторой среде называется *волновым процессом*. Геометрическое место точек, до которых доходит волновое возмущение к данному моменту времени, называется *волновым фронтом*. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*. Волновых поверхностей можно провести бесконечное множество, а волновой фронт для данного момента времени только один. Если волновой фронт имеет форму сферы, то волна называется *сферической*, если он представляет собой плоскость, то волна называется *плоской*. Например, световая волна, распространяющаяся от точечного источника, является сферической.

В 1690 г. голландский физик Х.Гюйгенс предположил, что каждая точка, до которой дошло волновое возмущение, т.е. каждая точка волнового фронта, сама является точечным источником вторичных сферических волн. Данное утверждение получило название *принципа Гюйгенса*. Он позволяет определить фронт волны в момент времени $t+\Delta t$, если известно его положение в некоторый момент времени t . Рассмотрим точечный источник света S (рис. 1.4). В момент времени t фронт волны Φ_1 представляет собой сферу радиуса $R_1 = ct$. Чтобы узнать положение фронта Φ_2 в момент времени $t+\Delta t$, согласно принципу Гюйгенса необходимо из каждой точки фронта Φ_1 построить вторичные сферические волны, которые будут представлять собой сферы радиуса $r = c\Delta t$.

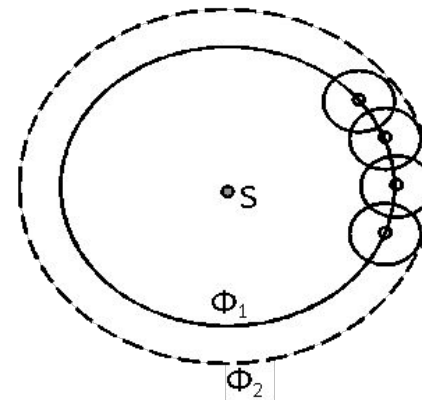
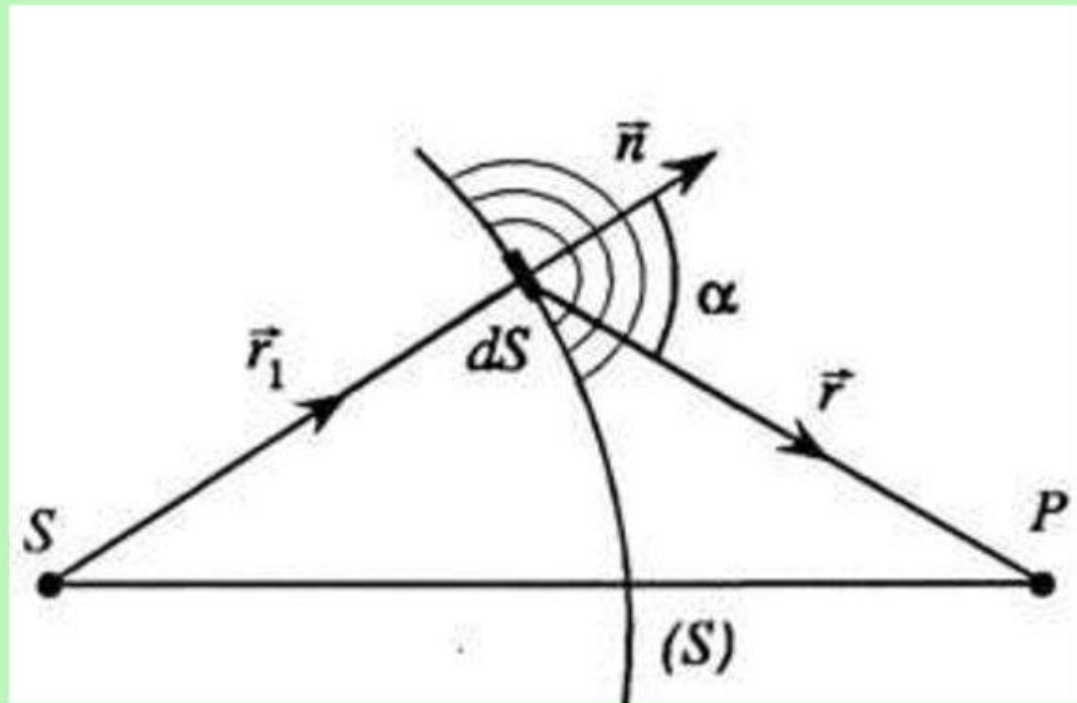


Рис. 1.4 Принцип Гюйгенса

Поверхность, огибающая эти сферы, даст положение фронта Φ_2 , также представляющего собой сферу.

Принцип Гюйгенса – Френеля

- 1. Каждую точку фронта волны можно рассматривать как источник вторичных волн.***
- 2. Все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, когерентны между собой.***
- 3. Равные по площади участки волновой поверхности излучают равные интенсивности.***
- 4. Каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке.***
- 5. Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции.***



Каждый элемент волновой поверхности S служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которого пропорциональна величине элемента dS

Сед. 012

$$I_p \sim A^2$$

$$I_p \sim \frac{1}{r^2} \sim \frac{A_0^2}{r^2}$$

$$dA \sim dS$$

$$dE = \frac{A_0 \cdot dS}{r} \cdot K(\varphi) \cdot \cos(\omega t - kr)$$

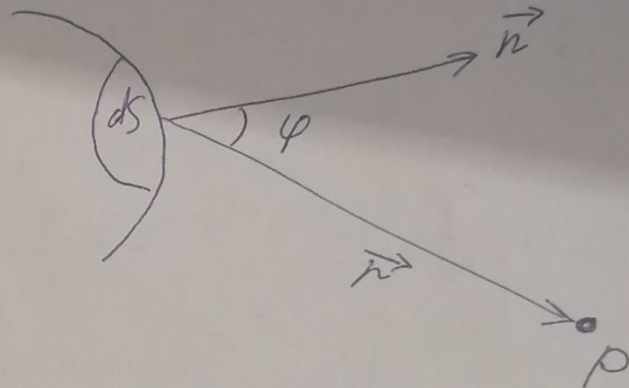
$A_0 \cdot dS$ - амплитуда

$K(\varphi)$ - коэффициент (при $\varphi = 0$ $K(\varphi) = 1$

$\varphi = 90^\circ$ $K(\varphi) = 0$)

$$E = \int_S dE = \int_S K(\varphi) \cdot \frac{A_0}{r} \cdot \cos(\omega t - kr) \cdot dS$$

np-n
J-φp





Дифракция круговой волны на узкой щели

Согласно принципу Гюйгенса - Френеля, волновое возмущение за непроницаемой стенкой со щелью есть результат интерференции вторичных волн, образующихся в пространстве щели.

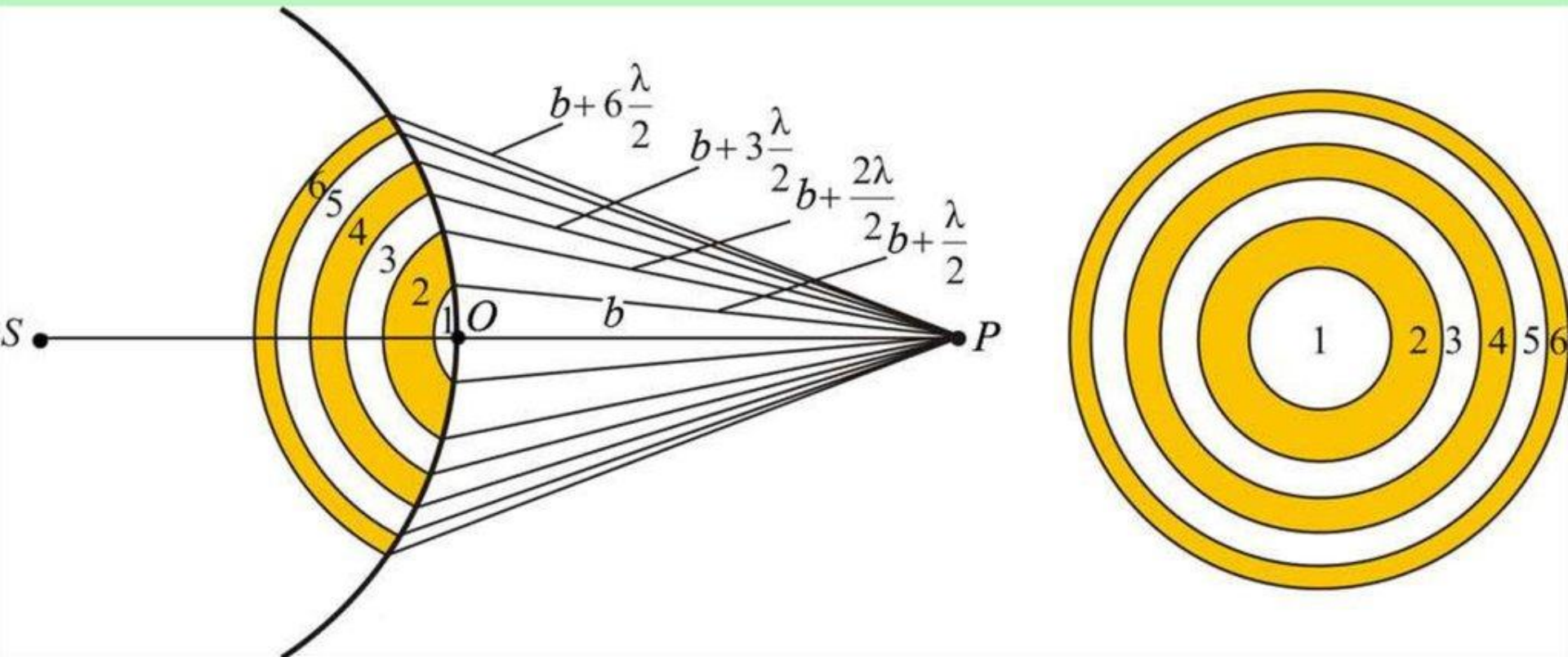
Если щель узкая и удалена на значительное расстояние от источника, то за стенкой будет распространяться круговая волна, центром которой является щель.

Так как большая часть волны от источника гасится на стенке, амплитуда прошедшей волны буде много меньше падающей.

3. Зоны Френеля

Определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в однородной изотропной среде из точечного источника S .

Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны таким образом, чтобы расстояния от краев каждой зоны до точки P отличались на $\lambda/2$ (**зоны Френеля**), λ - длина волны в той среде, в которой распространяется волна.



$$\delta' = \pi$$

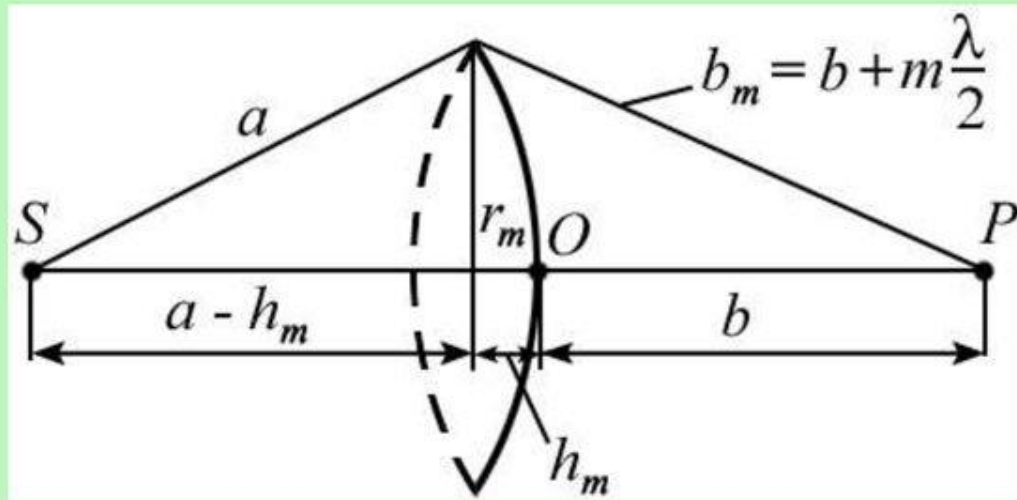
$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} =$$

$$= \frac{2\pi\lambda}{2\lambda} = \pi$$

Свойства зон Френеля:

Если расстояние a до источника света S и расстояние b до точки наблюдения P много больше размеров зон Френеля, то (для небольших m):



радиус внешней границы m -й зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

Площадь m -й зоны:

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda$$

- не зависит от m , т.е. *при небольших m площади зон Френеля примерно одинаковы.*

ex. 015

$$\begin{cases} r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 \\ r_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2 \end{cases}$$

$$h_m = \frac{b m \lambda}{2(a+b)}$$

$$r_m = \sqrt{\frac{a \cdot b \cdot m \lambda}{a+b}}$$

$$\Delta S_m = 2\pi \cdot a \cdot h_m \Rightarrow$$

$$\Delta S_m = \frac{\pi \cdot a \cdot b \cdot \lambda}{a+b}$$

Амплитуды A_1, A_2, \dots , полученные от отдельных зон Френеля, в точке наблюдения P представляют собой **монотонно убывающую последовательность**

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots > A_m \dots,$$

причем

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

Фазы колебаний, возбуждаемые соседними зонами, отличаются на π (т.е. **световые колебания от соседних зон гасят друг друга**). Поэтому амплитуда A результирующего колебания в точке P может быть представлена в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 \dots = A_1/2 + \underbrace{(A_1/2 - A_2 + A_3/2)}_{\approx 0} + \underbrace{(A_3/2 - A_4 + A_5/2)}_{\approx 0} + \dots = A_1/2.$$

Результирующая амплитуда в точке P определяется вторичным источником расположенным в первой зоне.

$$A_p = \frac{A_1}{2} \quad (7)$$

Различают два типа дифракции:

Если на пути световых волн поставить пластинку, которая **перекрывает все четные или нечетные зоны** (*амплитудная зонная пластинка*), то интенсивность света в точке P резко возрастает:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots \\ \text{или} \\ A = A_2 + A_4 + A_6 + \dots \end{array} \right.$$

Пластинка,
перекрывающая
четные зоны



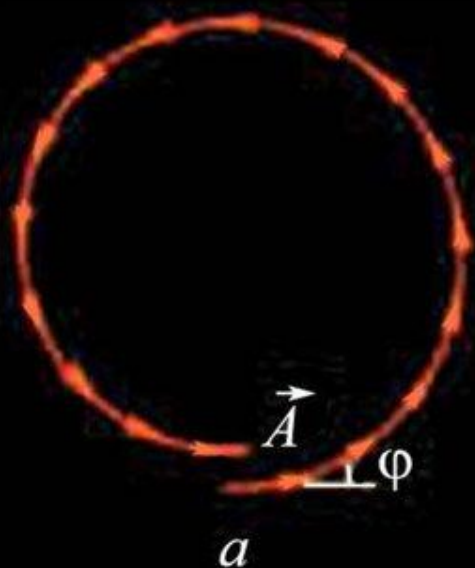
Еще большего эффекта можно достичь, **изменяя фазу колебаний от четных или нечетных зон на π** – *фазовая зонная пластинка* (варьируется толщина пластинки):

По сравнению с амплитудной дает дополнительное увеличение амплитуды в 2 раза, интенсивности в 4 раза.

Векторная диаграмма.

Каждая зона Френеля разбивается на кольцевые подзоны. Колебание, создаваемое в точке наблюдения P каждой из подзон, изображается вектором \vec{A} , длина которого равна амплитуде колебаний, а угол φ дает начальную фазу колебания.

- Амплитуда колебаний медленно убывает при переходе от подзоны к подзоне.
- Каждое последующее колебание отстает по фазе от предыдущего на одну и ту же величину.



a – векторная диаграмма, полученная при сложении таких векторов;

б – вид векторной диаграммы (спираль, вьющаяся вокруг фокуса) при стремлении ширины подзон к нулю.

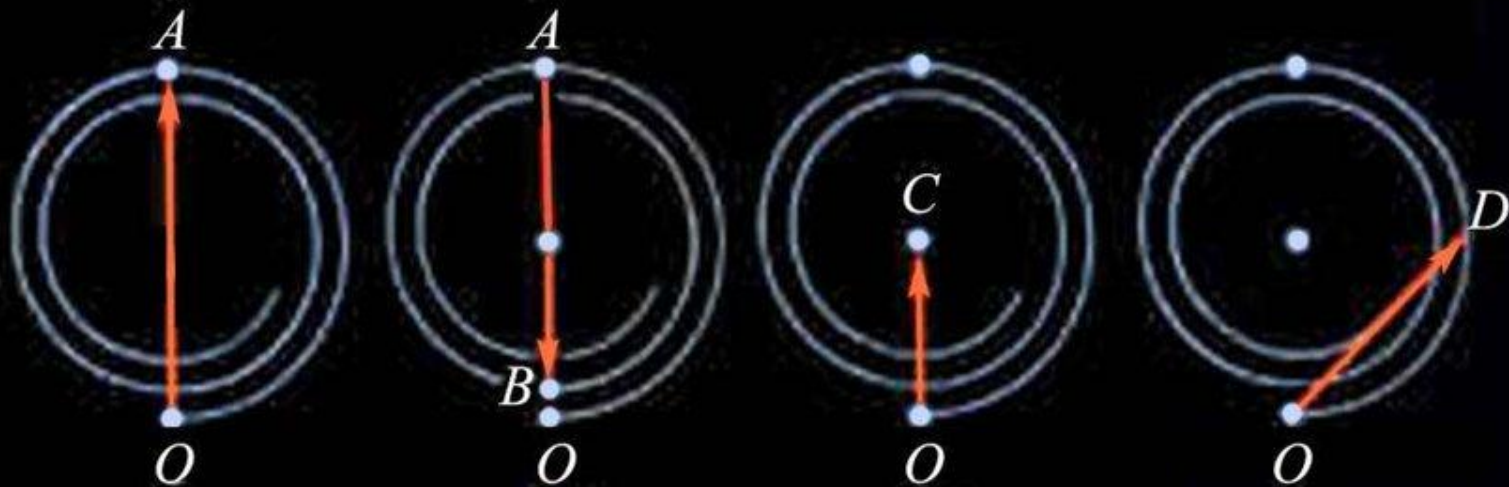
Зоны Френеля и векторные диаграммы

OA – вектор, изображающий колебания, возбуждаемые в точке P первой зоной Френеля,

AB – второй зоной;

OC соответствует колебанию, создаваемому всей волновой поверхностью,

OD - половиной первой зоны Френеля.



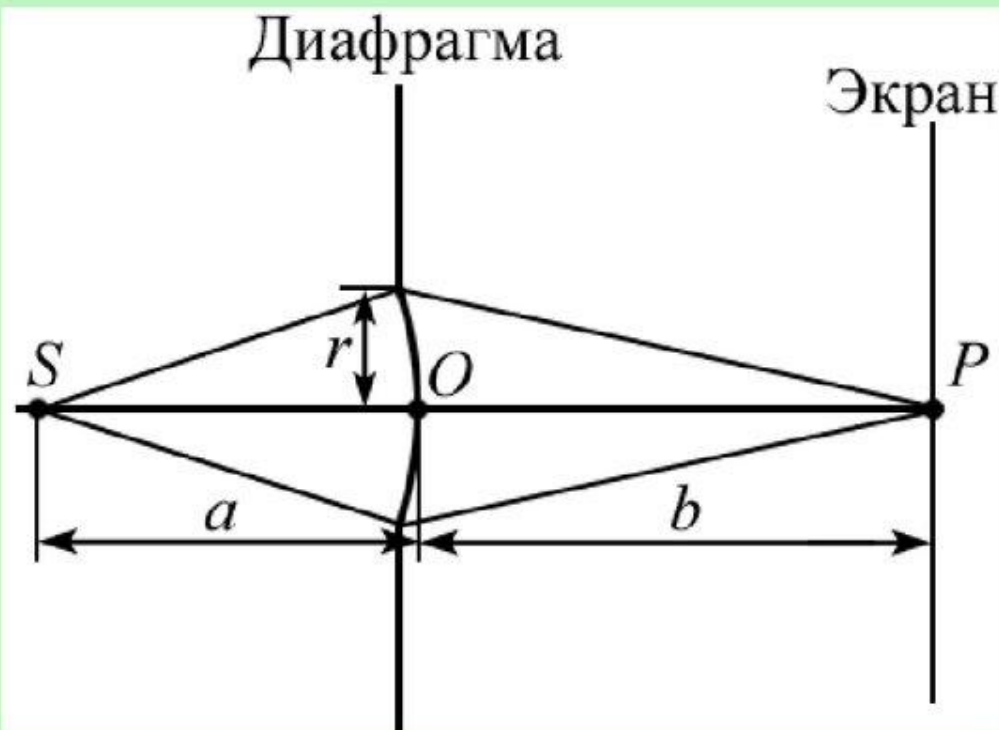
Амплитуда A , создаваемая всей волновой поверхностью, равна половине амплитуды A_1 , создаваемой одной центральной зоной:

$$A = \frac{A_1}{2}$$

4. Дифракция Френеля от простейших преград

Дифракция от круглого отверстия

Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием.



Амплитуда в точке P :

$$A = \begin{cases} \frac{(A_1 + A_m)}{2} & (m - \text{неч.}) \\ \frac{(A_1 - A_m)}{2} & (m - \text{четн.}) \end{cases}$$

Сл. 020

$$r = r_m = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a + b} \cdot m \lambda}$$

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 \dots$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

1) все зоны $A = \frac{A_1}{2}$

2) четное число зон

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right) \approx$$
$$\approx \frac{A_1 + A_{m-1}}{2} - A_m$$

3) нечетное число зон

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) \approx$$
$$\approx \frac{A_1}{2}$$

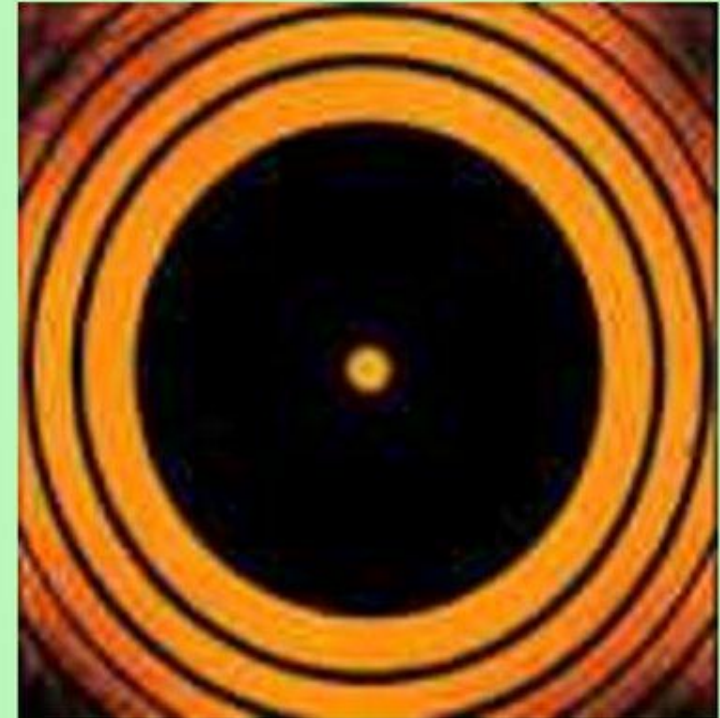
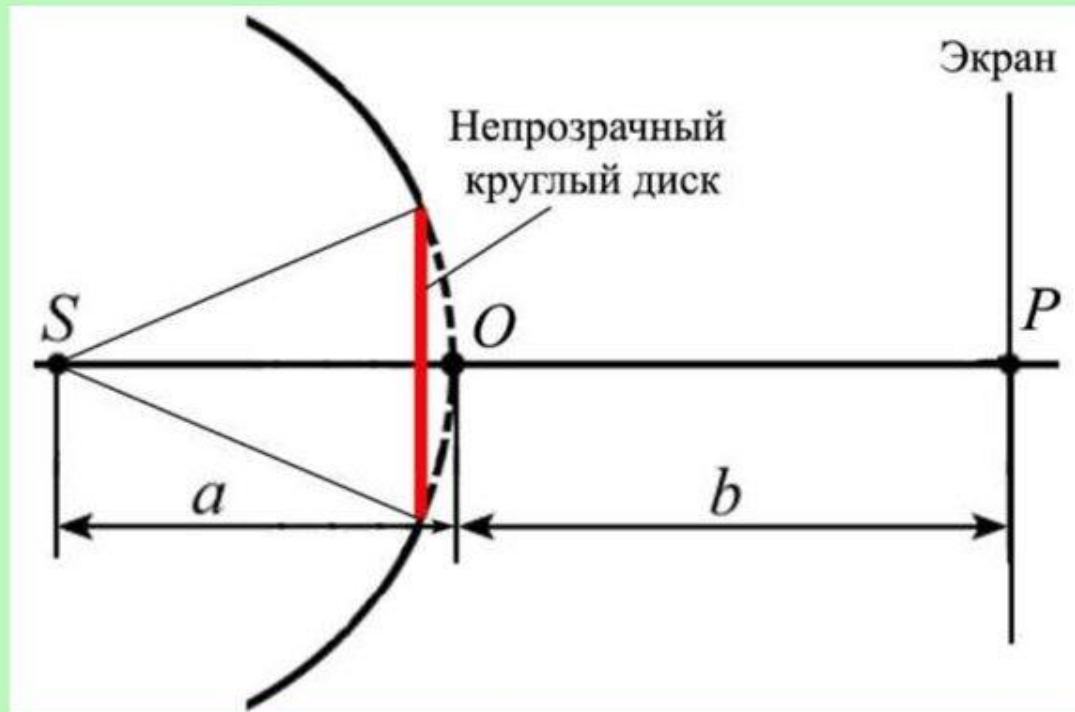
Дифракционная картина от круглого отверстия



Открыто четное
число зон

Открыто нечетное
число зон

Дифракция от круглого диска



Каким бы ни был диаметр диска, в центре P его геометрической тени будет светлое пятно – *пятно Пуассона*.

Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке P равна

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

$$\approx \frac{A_{m+1}}{2}$$

Ex. 022

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \approx$$

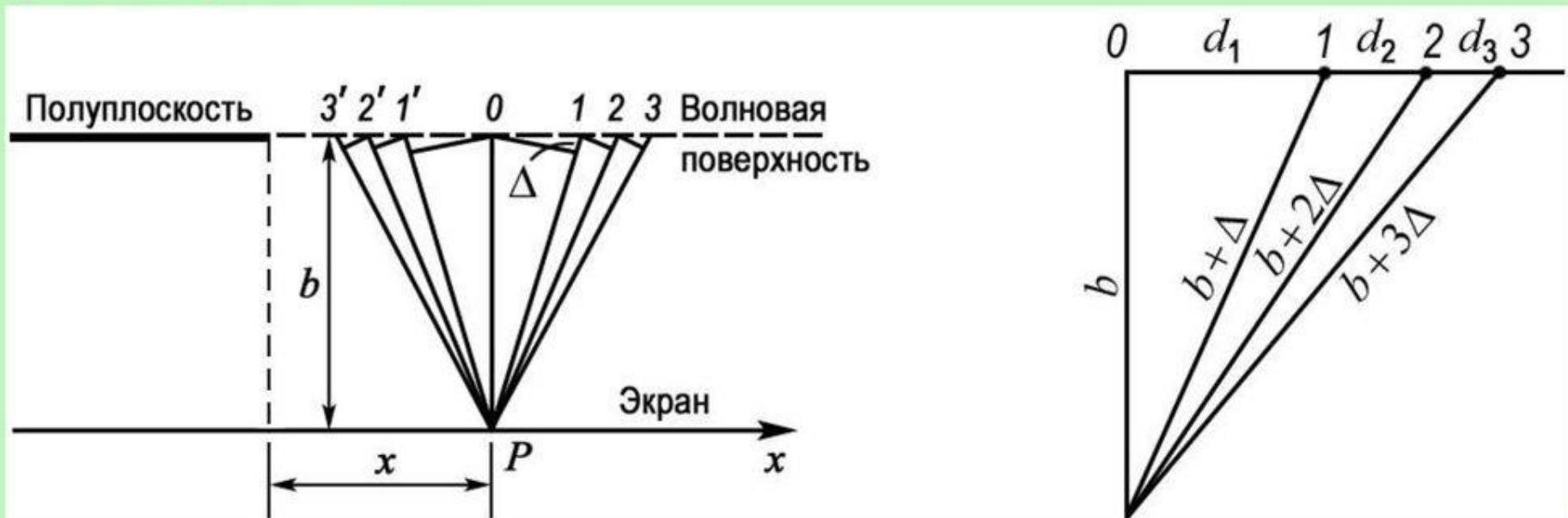
$$\approx \frac{A_{m+1}}{2}$$

Дифракция от прямолинейного края полуплоскости

В этом случае удобно разбивать волновой фронт не на *кольцеобразные зоны*, или *зоны Френеля*, а на *полосатые зоны*, или *зоны Шустера*:

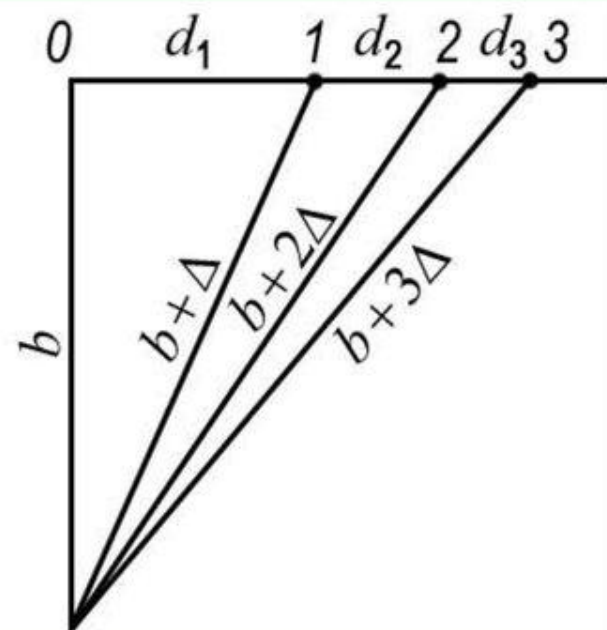
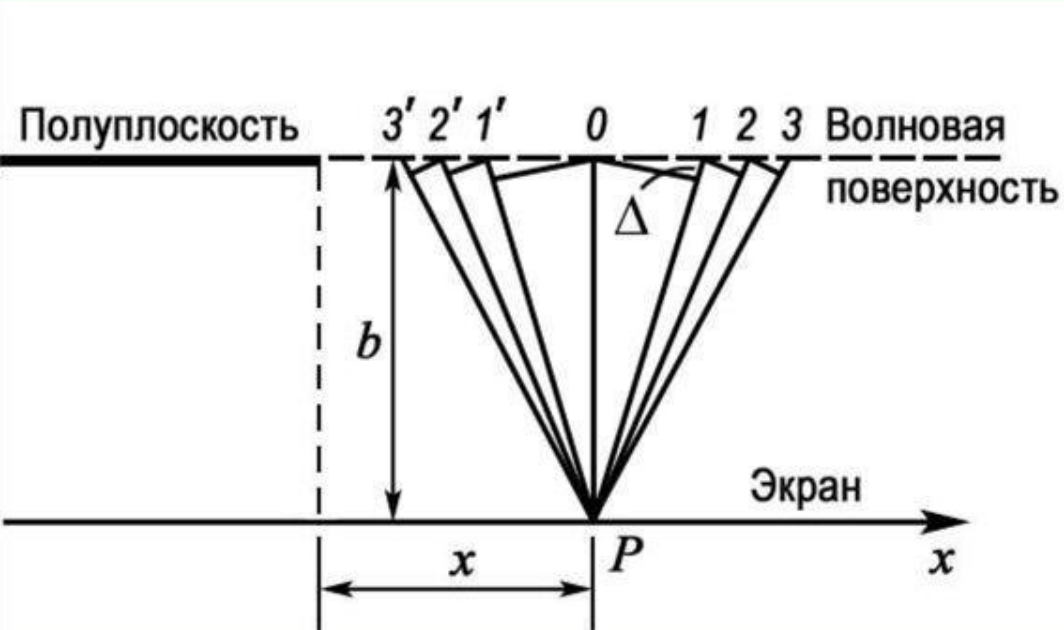
Рассмотрим плоскую световую волну, падающую на непрозрачную полуплоскость (ее положение совпадает с одной из волновых поверхностей).

Открытая часть волновой поверхности разбивается на зоны, имеющие вид очень узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости.



Ширина зон: отсчитанные в плоскости рисунка расстояния от точки P до краев любой зоны отличаются на одинаковую величину $\Delta = \lambda/2$ (тогда колебания, создаваемые в точке P соседними зонами, будут отличаться по фазе на постоянную величину).

Зоны с номерами m и m' имеют одинаковую ширину и расположены относительно точки P симметрично (**создаваемые ими в P колебания совпадают по амплитуде и фазе**).



Зависимость амплитуды от номера зоны m :

Можно показать, что

$$d_m = d_1 \left(\sqrt{m} - \sqrt{m-1} \right)$$

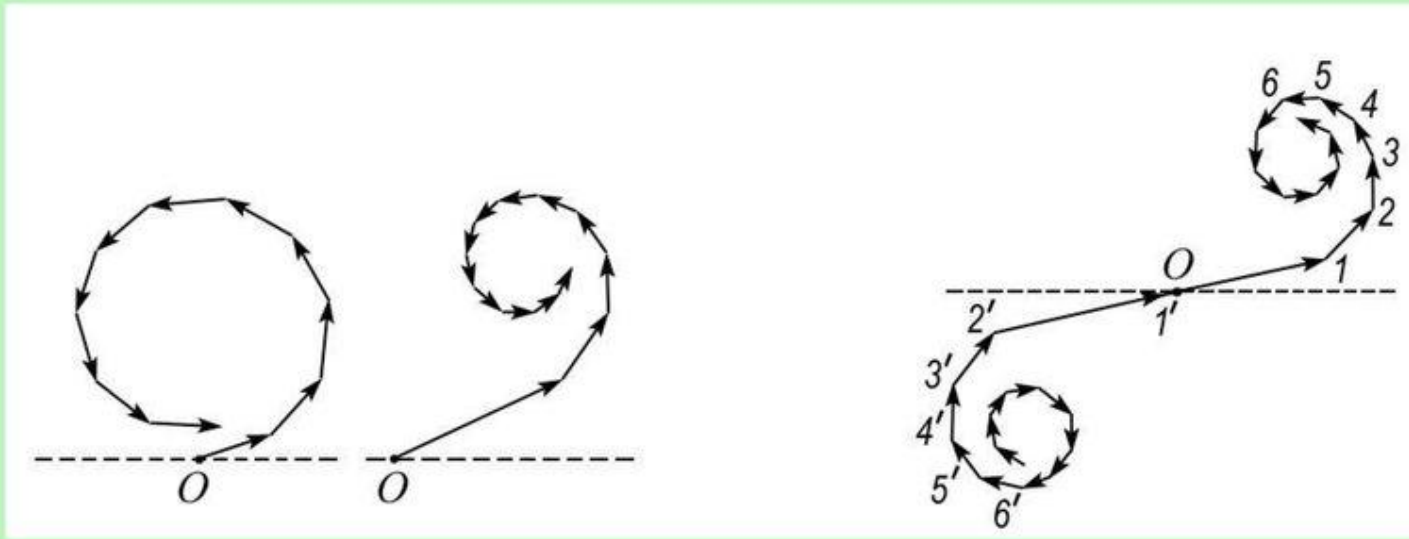
Расчет дает следующие отношения:

$$d1 : d2 : d3 : d4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots$$

В таких же соотношениях находятся и площади зон.

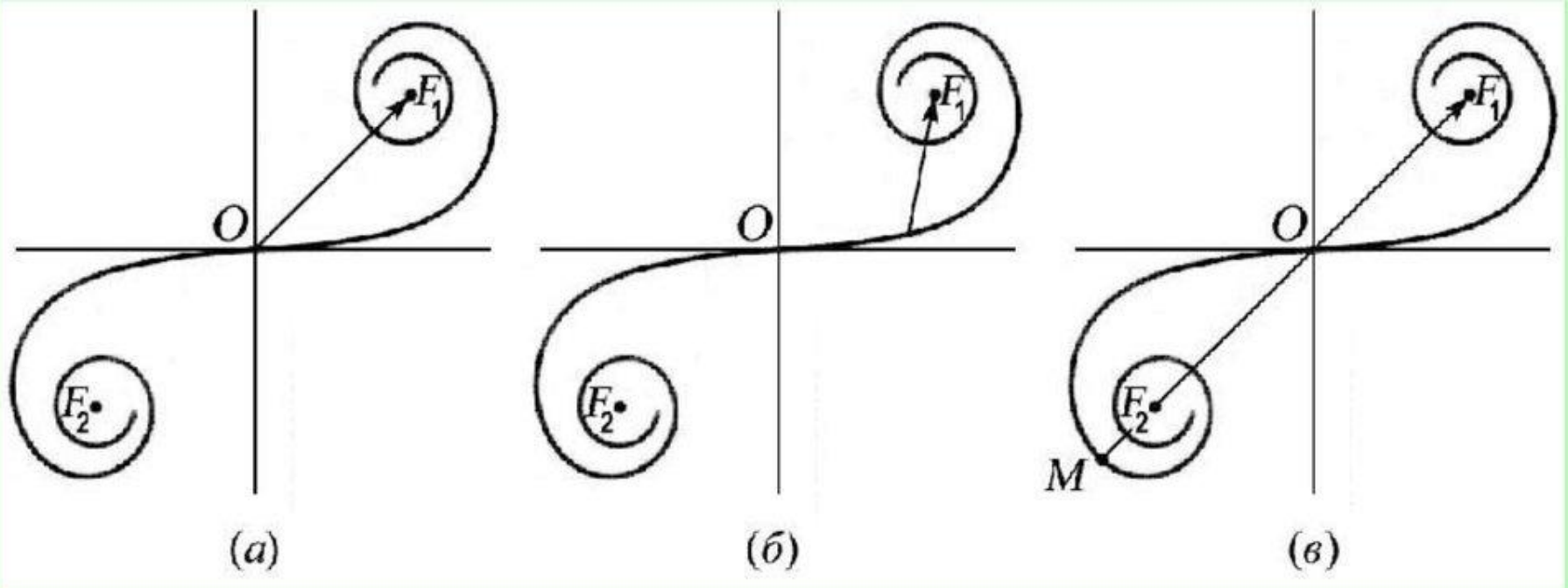
Это означает, что амплитуда колебаний, создаваемых в точке P отдельными зонами, вначале (для первых зон) убывает очень быстро, затем это убывание становится медленным.

Ломаная линия, получающаяся при графическом сложении колебаний, идет сначала более полого, чем в случае кольцевых зон (площади которых при аналогичном построении примерно равны). В обоих случаях отставание по фазе каждого следующего колебания взято одним и тем же.

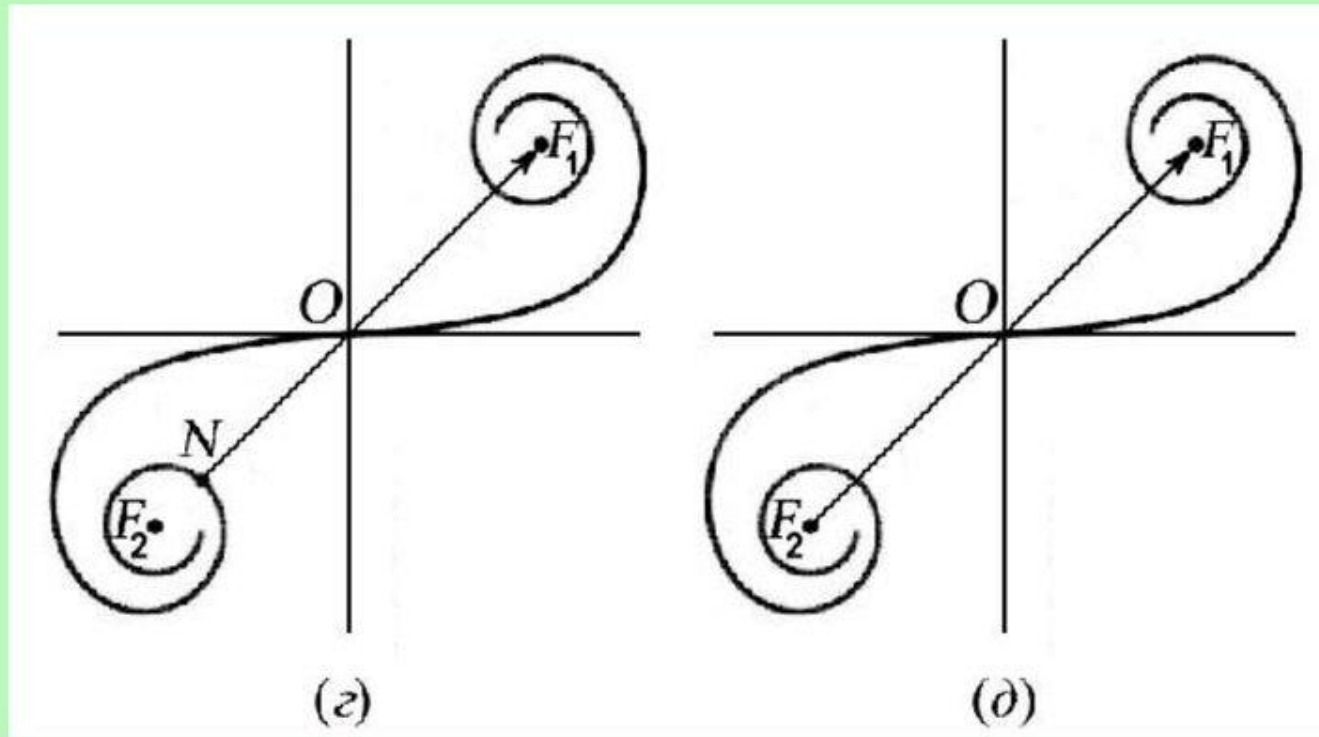


Векторы, изображающие соответствующие симметричным относительно P зонам m и m' колебания, располагаются симметрично относительно начала координат O .

Если ширину зон устремить к нулю, ломаная линия превратится в плавную кривую - *спираль Корню*.



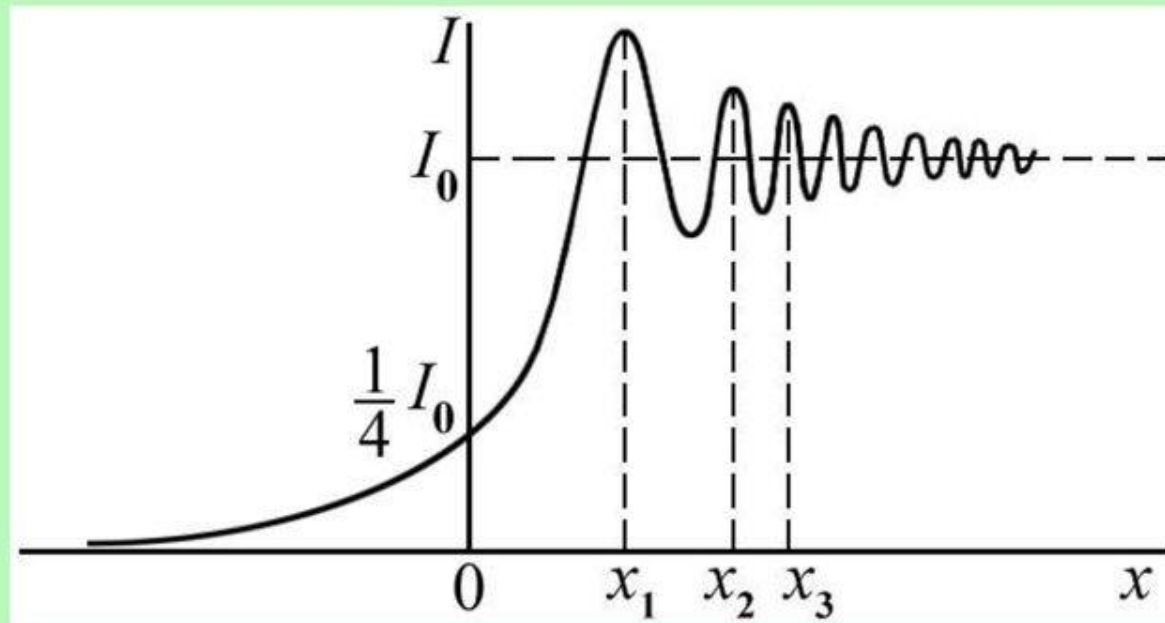
- (а) - точка P лежит на границе геометрической тени, все штрихованные зоны закрыты. Результирующее колебание изобразится вектором OF_1 ;
- (б) - при смещении точки P в область геометрической тени начало результирующего вектора перемещается по правому завитку в направлении полюса F_1 - амплитуда колебания монотонно стремится к нулю;
- (в) - точка P смещается от границы геометрической тени вправо, начало результирующего вектора скользит по левому завитку спирали в направлении к полюсу F_2 (MF_1 - случай первого максимума).



(z) – в этом же случае первый из минимумов - NF_1 ;

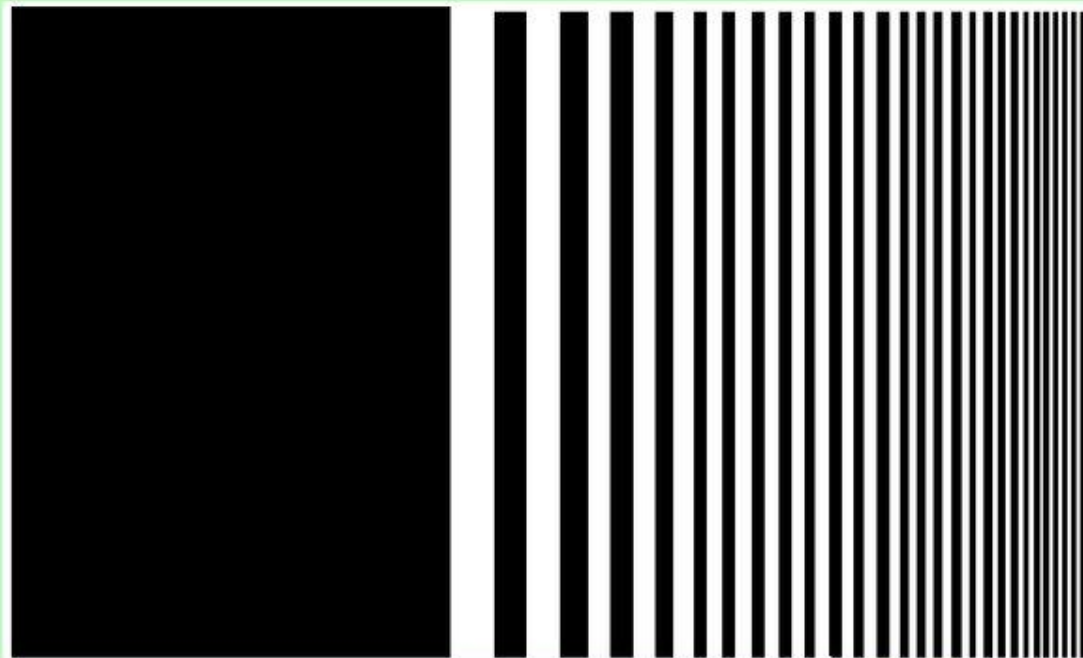
(d) - волновая поверхность полностью открыта, амплитуда равна длине отрезка F_2F_1 , что в два раза превышает амплитуду на границе геометрической тени (интенсивность – в 4 раза).

Зависимость интенсивности света I от координаты x



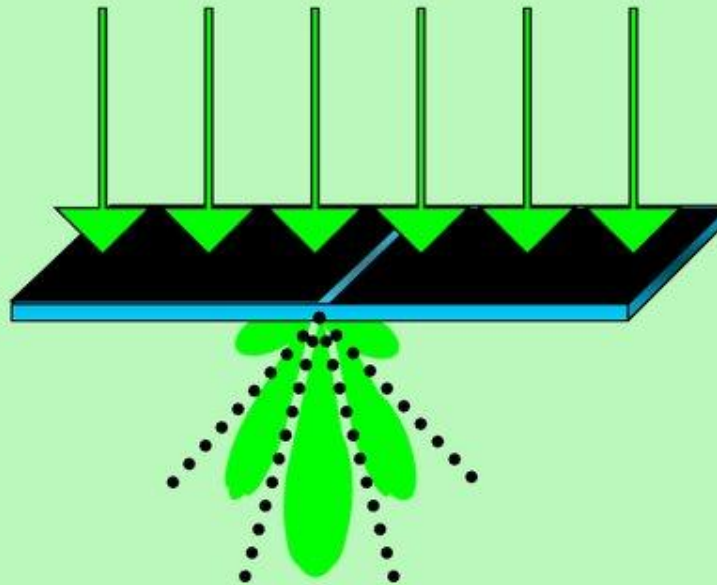
На границе геометрической тени I составляет $\frac{1}{4} I_0$, получающейся на экране в отсутствие преград.

При переходе в область геометрической тени интенсивность меняется не скачком, а постепенно стремится к нулю. Справа от границы геометрической тени расположен ряд чередующихся максимумов и минимумов интенсивности.

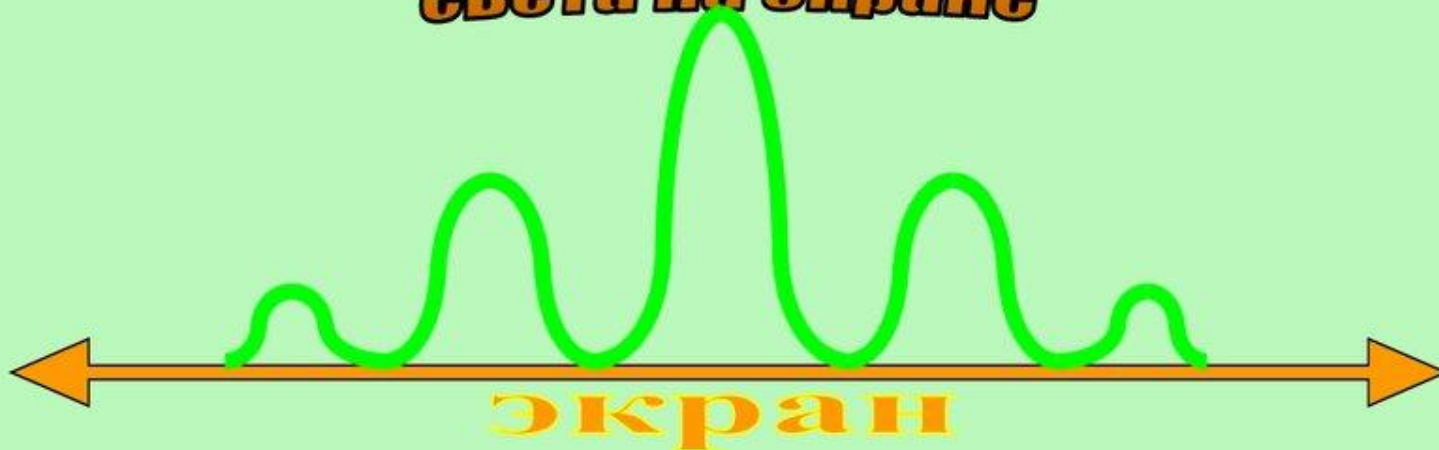


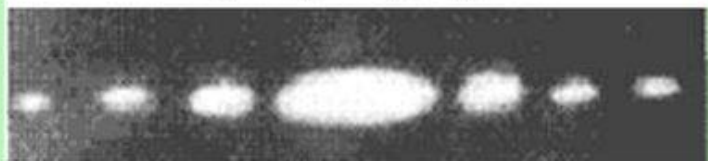
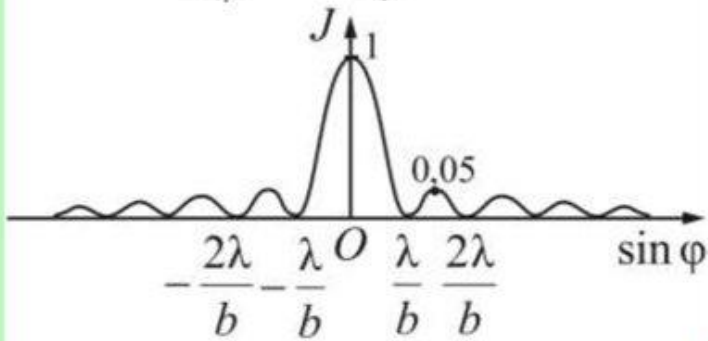
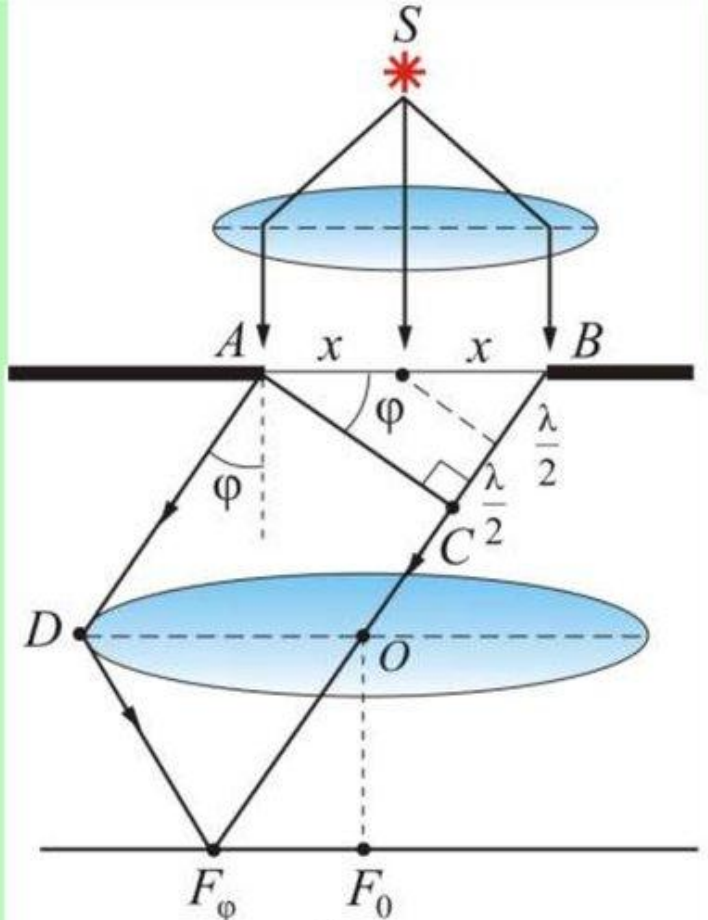
Дифракционная картина от края полуплоскости

5. Дифракция Фраунгофера



**Распределение интенсивности
света на экране**





Рассмотрим плоскую световую волну, падающую на щель:

разность хода лучей, идущих от краев щели

$$\Delta = b \sin \varphi$$

Условие минимумов интенсивности:

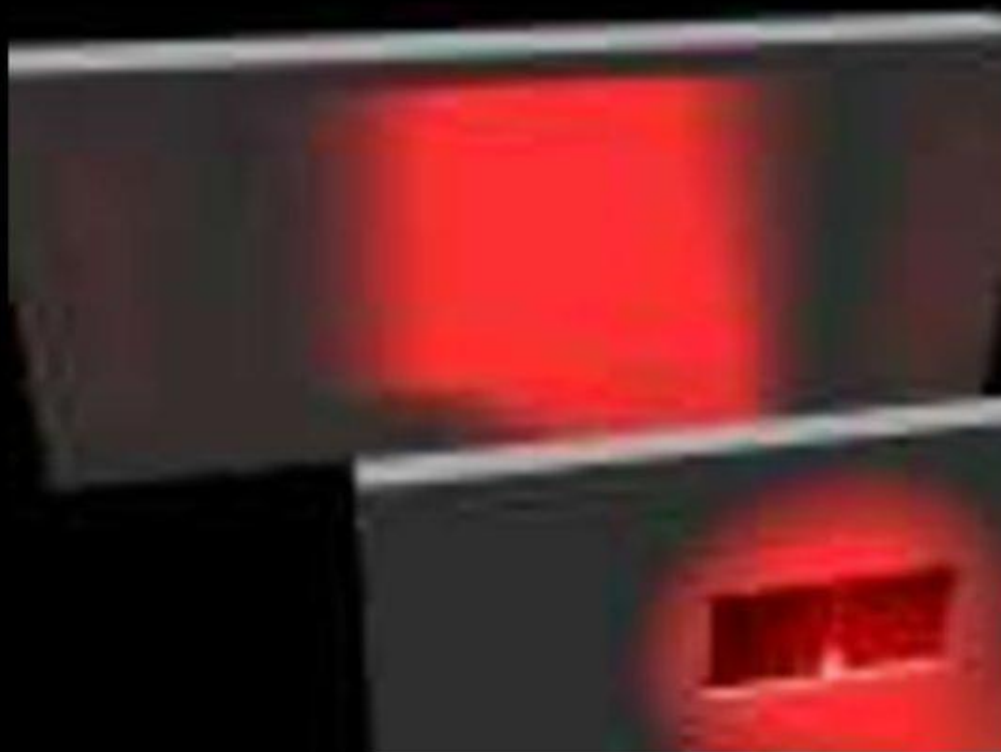
$$b \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3 \dots)$$

Целое k соответствует четному количеству зон с разностью хода между ними $\lambda/2$.

Колебания от каждой пары соседних зон взаимно погашают друг друга – минимум интенсивности.

С увеличением ширины щели b положения минимумов сдвигаются к центру, центральный максимум становится резче.

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{b}$$



Условие максимумов интенсивности:

$$b \sin \varphi = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

- в этом случае число зон будет нечетным, действие одной из них окажется некомпенсированным.

Интенсивность света

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}$$

I_{φ} – интенсивность в точке, определяемой углом φ ;

I_0 – интенсивность в центре дифракционной картины ($\varphi = 0$)

В центральном максимуме сосредоточена основная доля светового потока, проходящего через щель:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,05 : 0,02 : 0,008 : \dots$$

Количественный критерий определения вида дифракции:

Характер дифракции зависит от значения параметра

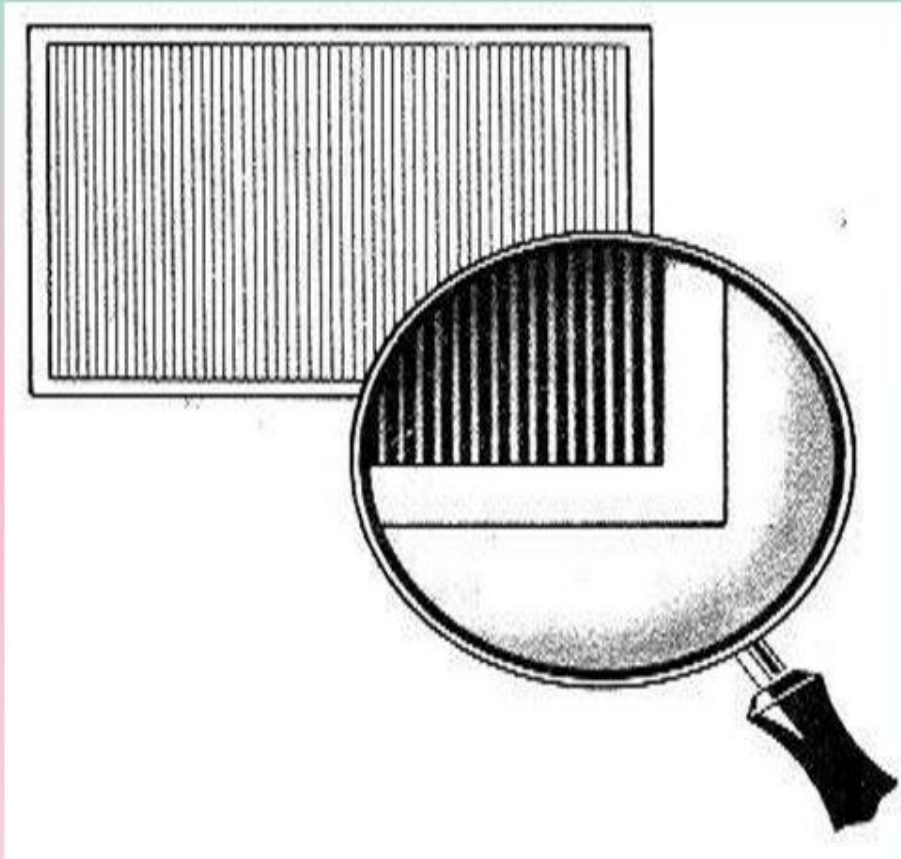
$$\frac{b^2}{l\lambda} \begin{cases} \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера} \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля} \\ \gg 1 - \text{геометрическая оптика} \end{cases}$$

b - ширина щели;

l - расстояние от щели до экрана;

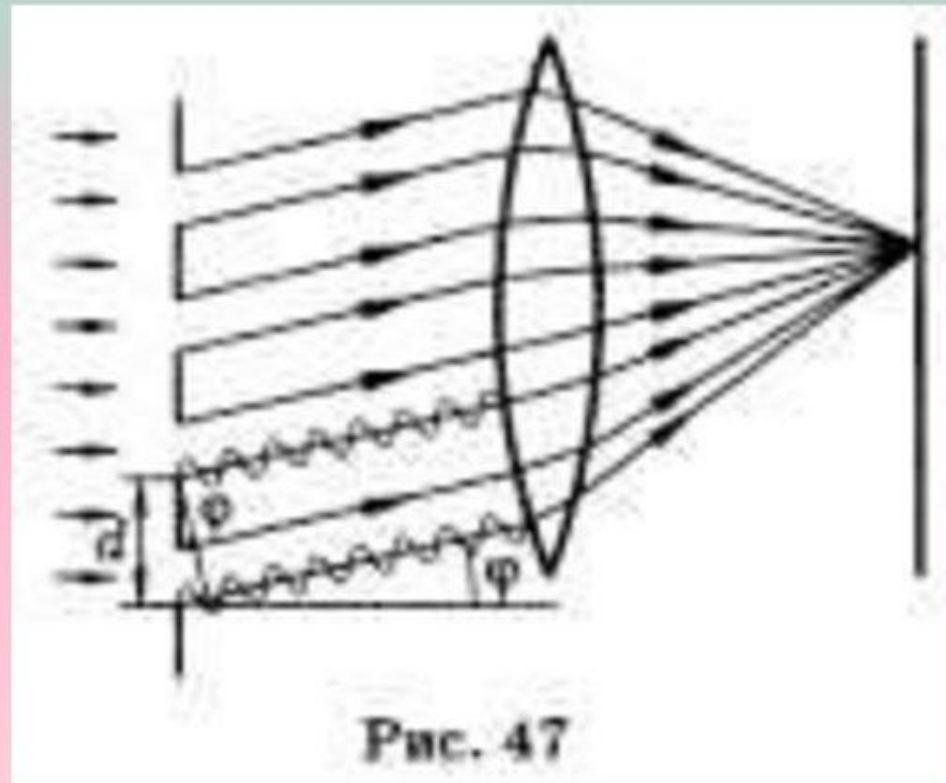
λ - длина волны.

Дифракционная решетка



Дифракционная решетка представляет собой прозрачную пластинку с нанесенной на ней системой параллельных непрозрачных полос, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга.

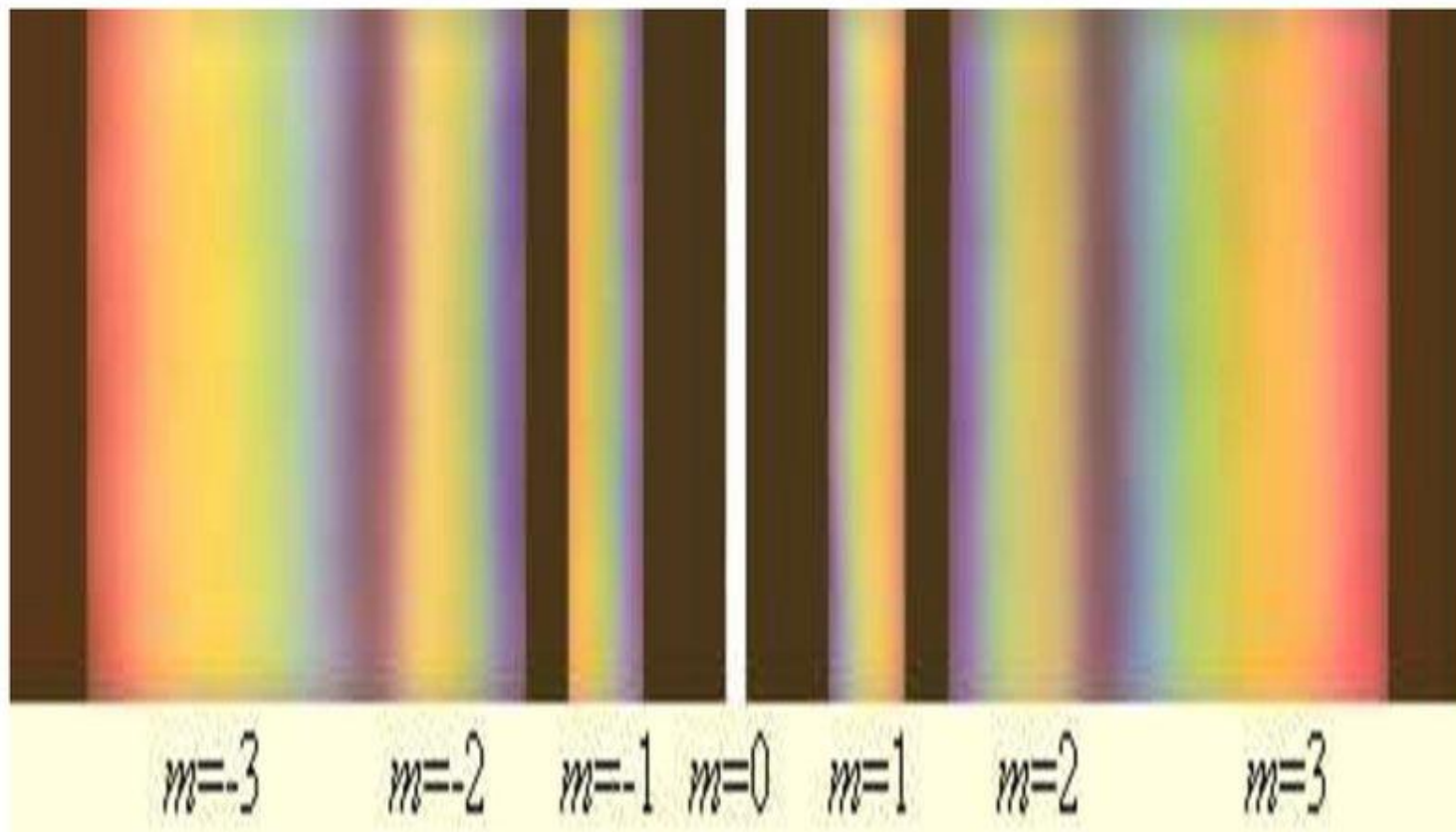
Период дифракционной решетки



Сумма длины прозрачного и непрозрачного промежутков называется **периодом** дифракционной решетки.

$$d = a + b$$

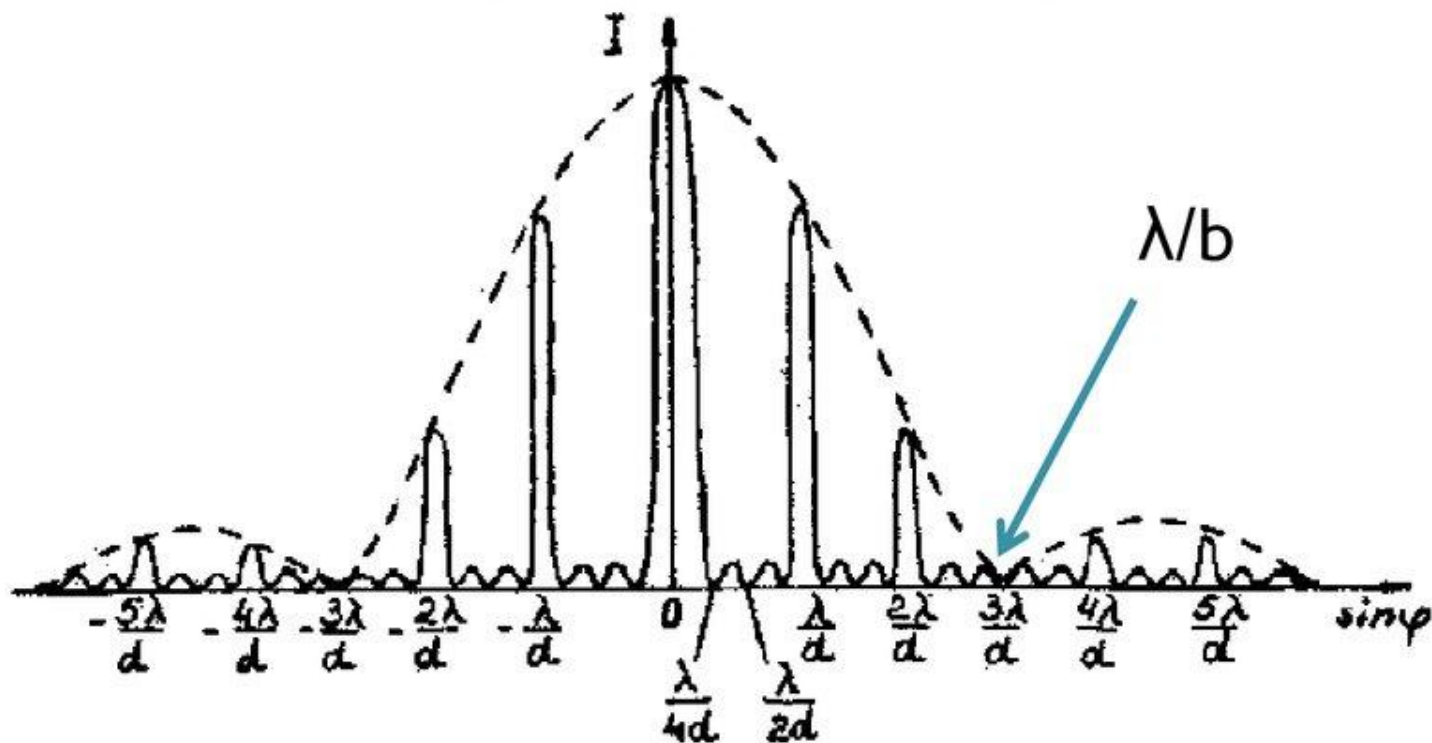
Данное разложение света в спектр получено с помощью дифракционной решетки.



- Наблюдаемая при дифракции Фраунгофера на решетке дифракционная картина представляет собой результат суммарной многолучевой интерференции волн от вторичных когерентных источников на каждой щели и на разных щелях.
- Ввиду строго периодического расположения щелей когерентные волны, прошедшие через разные щели, будут интерферировать между собой и дадут четкую дифракционную картину.
- Разность хода волн, прошедших через соседние щели $\Delta = d \cdot \sin\varphi$, следовательно, разность фаз этих волн $\delta = 2\pi\Delta / \lambda = 2\pi d \cdot \sin\varphi / \lambda$

Распределение интенсивности при дифракции на дифракционной решетке

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}$$



- При $\varphi = 0$ в центре картины наблюдается главный максимум нулевого порядка. При $\varphi = 0$ все волны приходят в точку наблюдения в одной фазе. Амплитуда волны $A = NA_0$, где A_0 - амплитуда волны, прошедшей через одну щель. Интенсивность волны $I = N^2 I_0$. Этот результат является следствием интерференции когерентных волн (N некогерентных источников дают интенсивность $I = N I_0$).
- При углах φ , удовлетворяющих условию

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda,$$

разность фаз волн, прошедших через соседние щели,

$$\Delta \varphi = \pm m \lambda \cdot 2\pi / \lambda = \pm 2\pi m,$$

волны приходят в точку наблюдения в одной фазе - **главные максимумы m -го порядка.**

- Между главными максимумами расположены минимумы $(N-1)$ и побочные максимумы. Условия минимумов:

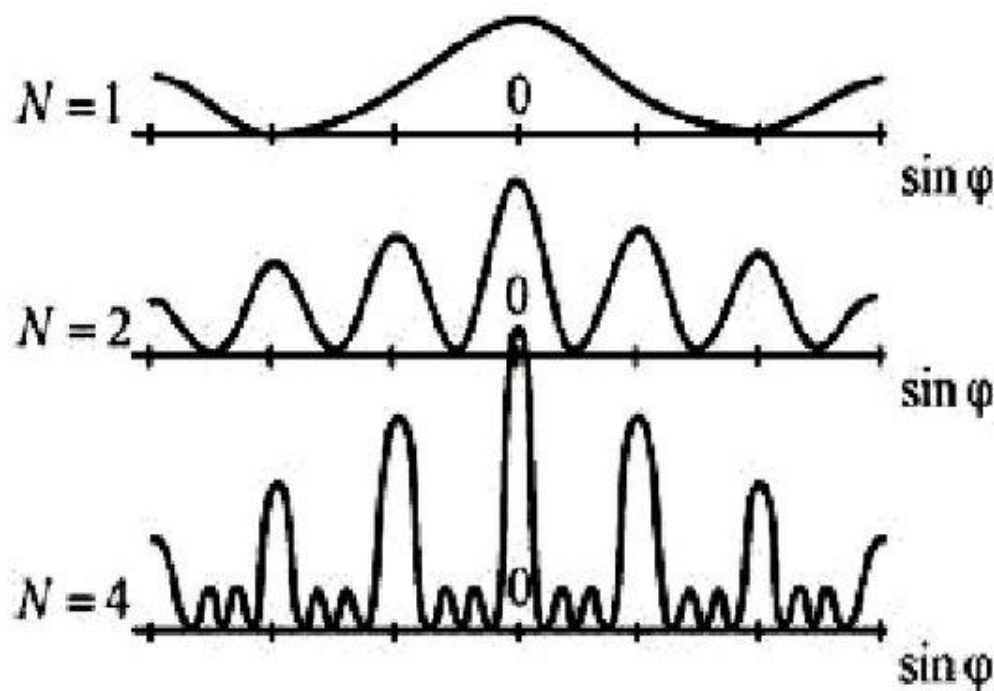
$$d \sin \varphi = \pm (m + k/N) \lambda,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots, N - 1$

Эти минимумы интерференционные и обусловлены взаимным гашением волн, прошедших через все щели.

- По-прежнему наблюдаются минимумы в направлениях, когда

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda.$$



Для дифракционной решетки:

Условие главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$m=0, 1, 2, \dots$ - номер максимума

Условие главных минимумов

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$m=1, 2, \dots$ - номер (порядок) минимума

Условие доп. минимумов

$$d \sin \varphi = \pm (m + k' / N) \lambda$$

k' - целое число не кратное N $k' \neq 2mN$

- Дифракционная картина выражена тем резче, чем больше число щелей N . Действительно, **угловая ширина центрального максимума** определяется условием первого минимума (4):

$$\Delta\varphi = 2 \arcsin(\lambda/Nd),$$

что в $Nd/b \approx N$ раз меньше, чем при дифракции на одной щели.

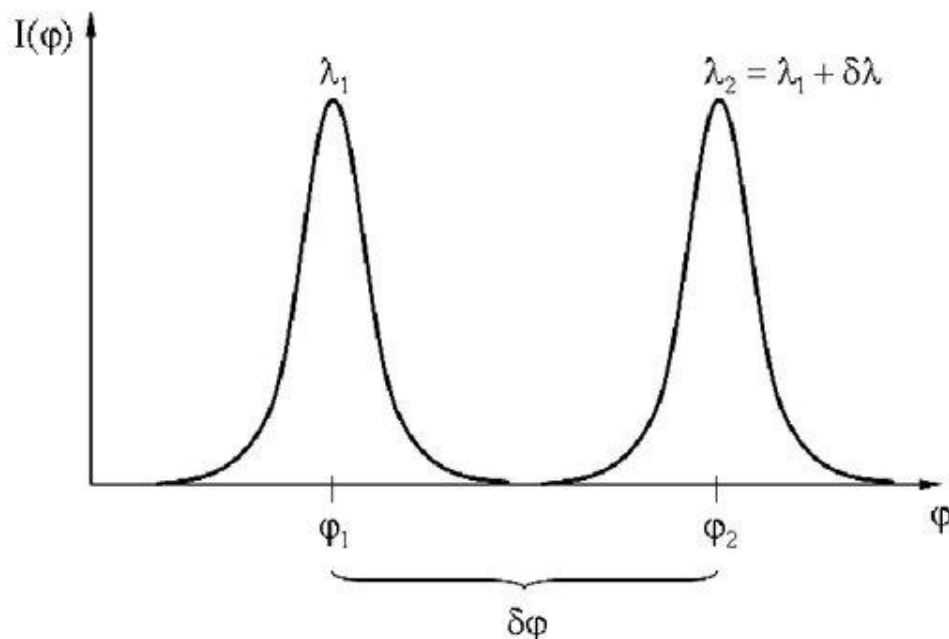
- Положение всех главных максимумов, кроме нулевого, зависит от длины волны. Поэтому главные максимумы различных длин волн будут разделены на экране; таким образом, **дифракционная решетка будет производить разложение некогерентного излучения на спектральные составляющие.**

- Дисперсия - угловое (или линейное) расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 мкм).

- **Угловая дисперсия**

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} \approx \frac{m}{d}$$

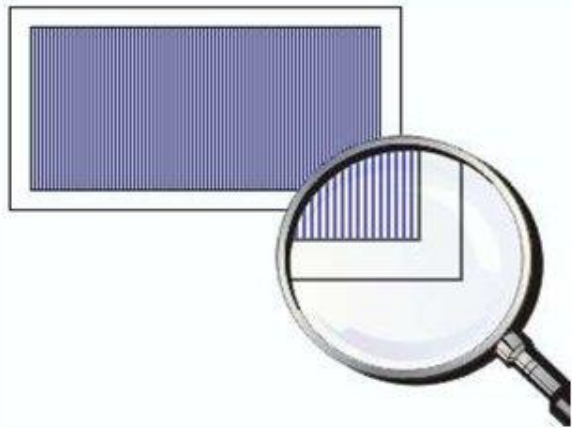
- **Линейная дисперсия** (расстояние на экране)
 $D = D_{\varphi} \cdot F$, где F – фокусное расстояние линзы.



- **Разрешающая сила** определяется минимальной разностью длин волн, при которой две линии в спектре воспринимаются отдельно.

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

- Согласно **критерию Рэля** две линии в спектре воспринимаются отдельно (считаются разрешенными), если дифракционный максимум первой линии совпадает (или лежит дальше) с минимумом второй линии.



- На **стеклянных** решетках наблюдения можно производить как в проходящем, так и в отраженном свете, на **металлических** - только в отраженном. Наиболее типичные дифракционные решетки, которые используются для работы в видимом диапазоне спектра (390 - 780 нм) имеют от 300 до 1600 штрихов/мм.

Дифракция рентгеновских лучей

- Дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат отражения рентгеновских лучей *от плоскостей кристалла.*

$$\lambda = 10^{-10} \text{ м}$$

- Это отражение, в отличие от обычного, происходит лишь при таких условиях падения лучей на кристалл, которые соответствуют максимуму интерференции для лучей, отраженных от разных плоскостей.

$$2d \sin \theta = m \lambda$$

