

# Классификация



# Интенсивность потока заявок ( $\lambda$ ).

Регистрация потока покупателей

Дни \ Часы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	4	5	2	8	3	9	8
2	2	4	8	8	8	10	4	5	3
3	3	8	12	5	10	12	8	3	1
4	5	11	10	9	14	14	7	2	4
5	8	5	9	11	6	6	11	4	6
6	7	9	7	12	7	7	13	14	8
7	11	12	5	14	8	9	14	11	3
8	5	14	10	9	7	10	9	12	2
9	9	5	11	1	6	11	8	10	1

$$609 / (9 * 9) = 7,5.$$

# Интенсивность потока обслуживания

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{обсл}}}$$

Регистрация потока покупателей

Номер интервала	Интервал времени обслуживания, мин	Частота ( $f$ )
1	0 – 5	12
2	5 – 10	15
3	10 – 15	20
4	15 – 20	14
5	20 – 25	4
6	25 – 30	2

1) Находим середину каждого из представленных интервалов:

Номер интервала	Интервал времени обслуживания, мин	Середина интервала
1	0 – 5	2,5
2	5 – 10	7,5
3	10 – 15	12,5
4	15 – 20	17,5
5	20 – 25	22,5
6	25 – 30	27,5

2) Находим сумму произведения середины интервала на частоту:

$$(2,5 * 12) + (7,5 * 15) + (12,5 * 20) + (17,5 * 14) + (22,5 * 4) + (27,5 * 2) = 782,5.$$

3) Находим частное от деления суммы произведения середины интервалов на частоту на сумму частоты:

$$782,5 / (12 + 15 + 20 + 14 + 4 + 2) = 11,68.$$

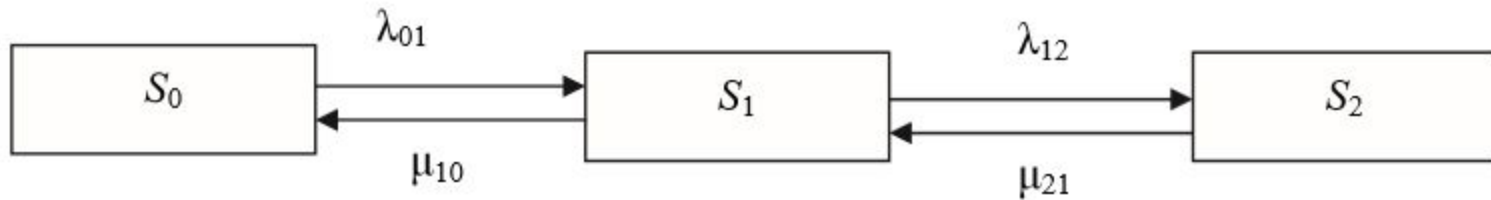
Таким образом, среднее время обслуживания ( $t_{обсл}$ ) = 11,68 мин.  
интенсивность обслуживания:

$$\mu = \frac{1}{11,68} = 0,086 .$$

# Интенсивность нагрузки

$$\rho = \lambda / \mu.$$

# Граф состояний



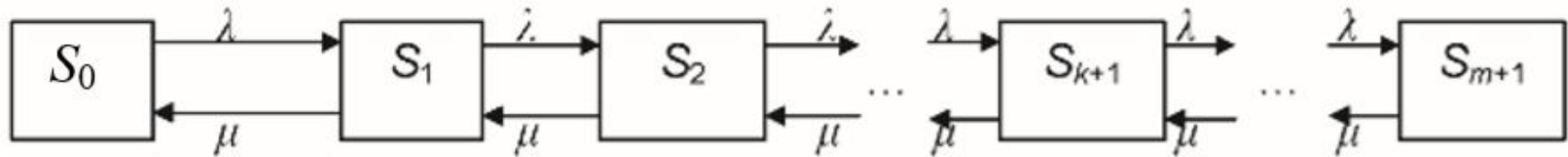
Система может находиться в одном из трех состояний:

$S_0$  – канал свободен (простаивает);

$S_1$  – канал занят обслуживанием;

$S_2$  – канал занят обслуживанием, одна заявка в очереди.

# Граф состояний одноканальной СМО с ограниченной очередью



Возможные состояния системы будут следующие:

$S_0$  – канал обслуживания свободен;

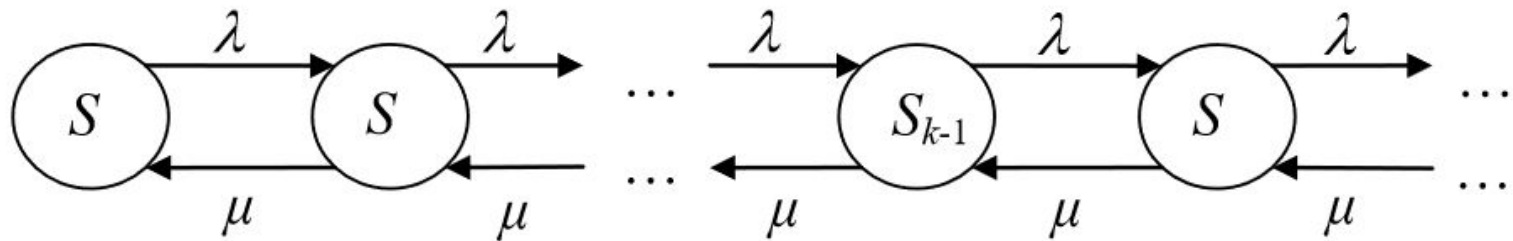
$S_1$  – канал обслуживания занят, но очереди нет;

$S_2$  – канал обслуживания занят, в очереди одна заявка;

$S_{k+1}$  – канал обслуживания занят, в очереди  $k$  заявок;

$S_{m+1}$  – канал обслуживания занят, все  $m$  мест в очереди заняты.

# Одноканальная СМО с неограниченной очередью



$$L_{\text{сист}} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho} \text{ — среднее число клиентов в системе;}$$

$$T_{\text{сист}} = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{L_{\text{сист}}}{\lambda} \text{ — среднее время обслуживания одного клиента в системе}$$

(время ожидания в очереди плюс время обслуживания);

$$L_{\text{обсл}} = \rho \text{ — среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;}$$



$$L_{оч} = L_{сист} - L_{обсл} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \text{ — среднее число клиентов в очереди — средняя длина}$$

очереди;

$$T_{оч} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_{оч}}{\lambda} \text{ — среднее время ожидания клиента в очереди;}$$

$$p_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \text{ — вероятность отсутствия заявок в системе;}$$

$$p_{зан} = 1 - p_0 = \rho \text{ — вероятность того, что канал занят;}$$

$$p_k = \rho^k (1 - \rho) \text{ — вероятность того, что в системе ровно } k \text{ клиентов;}$$

$$p_{n>k} = \rho^{k+1} \text{ — вероятность того, что в системе находится более чем } k \text{ клиентов.}$$

*Решение.*

Данный магазин – одноканальная СМО с неограниченной очередью и коэффициентом загрузки  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{25} = 0,8$ .

Вероятность того, что в магазине не окажется покупателей, равна  $p_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0,8 = 0,2$ .

Вероятность того, что в магазине окажется ровно 4 покупателя, равна

$$p_4 = \rho^4 (1 - \rho) = 0,8^4 \cdot (1 - 0,8) = 0,082.$$

Средняя длина очереди  $L_{оч} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{0,8^2}{1 - 0,8} = 3,2$ .

Среднее время пребывания покупателя в очереди  $T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda} = \frac{3,2}{20} = 0,16 \text{ ч} = 9,6 \text{ мин.}$

Среднее число покупателей в магазине  $L_{сист} = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0,8}{1 - 0,8} = 4$ .

Среднее время пребывания покупателя в магазине  $T_{сист} = \frac{L_{сист}}{\lambda} = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ ч} = 12 \text{ мин.}$

# Задание

# Определить интенсивность потока за час работы

Часы\Дни	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	2	1	7	6	5	3	4	5	1
2	6	3	7	5	8	6	1	7	6	8
3	8	4	5	3	3	3	4	5	7	4
4	9	6	8	8	1	5	6	5	8	6
5	3	7	3	5	1	1	7	3	2	4
6	2	3	2	4	3	2	8	2	4	3
7	6	6	4	4	5	3	2	1	5	2
8	6	8	6	3	7	6	4	1	6	5
9	1	9	7	2	8	7	6	1	2	7

# Определить интенсивность обслуживания

<b>Номер интервала</b>	<b>Интервал времени обслуживания</b>	<b>Частота</b>
1	0--5	2
2	6--10	3
3	11--15	4
4	16--20	21
5	21--25	16
6	26--30	7
6	31--35	4
7	36--40	2
9	41--45	1

Составить графы состояний:

1. Одноканальная СМО с отказом
2. Многоканальная СМО с отказом