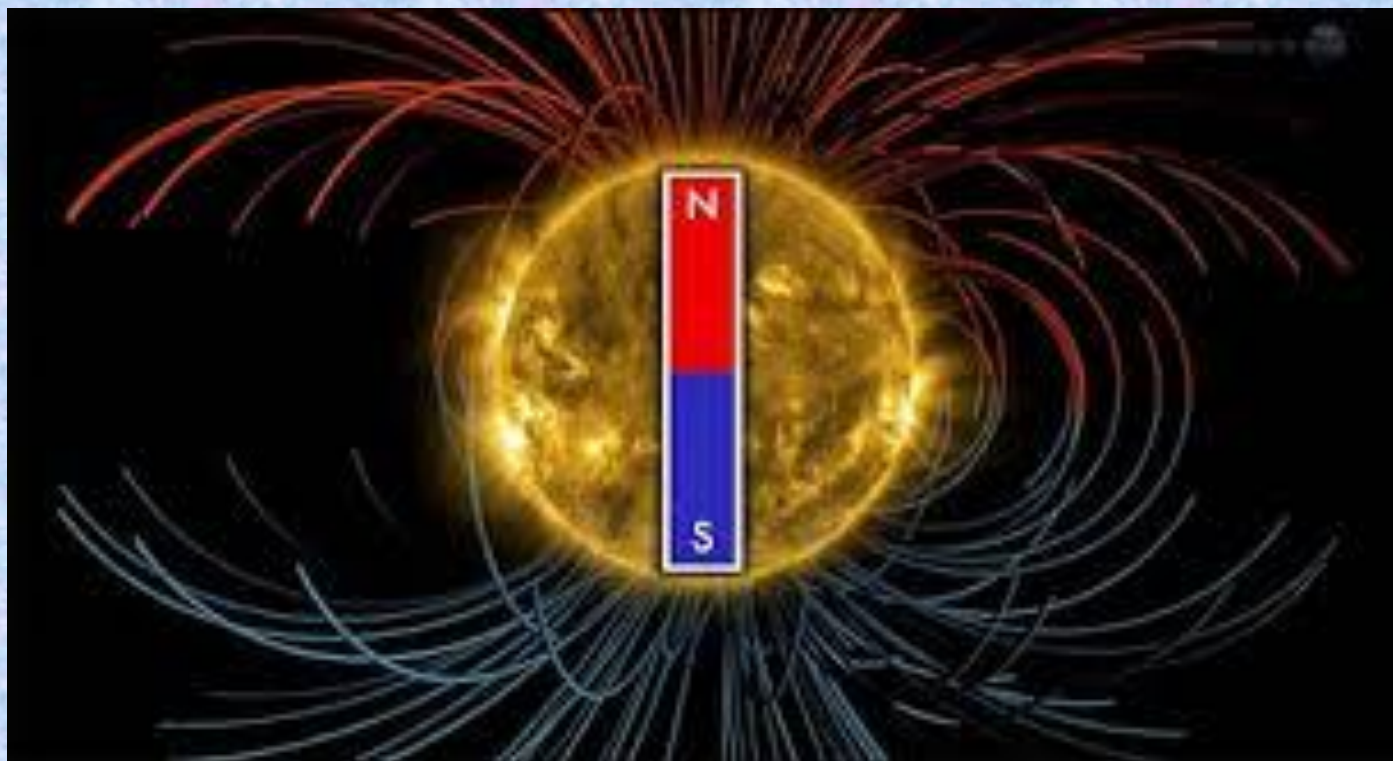


# Магнитное поле



# ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. **Магнитное поле.** Вектор магнитной индукции. Поток вектора магнитной индукции.
2. Закон Ампера. Контур с током в магнитном поле.
3. Напряженность магнитного поля. Закон Био—Савара—Лапласа.
4. Применение закона Био—Савара—Лапласа к расчету магнитного поля.
5. Закон полного тока.
6. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.
7. Эффект Холла.

# Вектор магнитной индукции

**Магнитным полем** называют вид материи, через которую передается силовое воздействие на движущиеся электрические заряды и тела, обладающие магнитным моментом.

Величину  $IS$  называют **магнитным моментом контура**  $p_m$ .

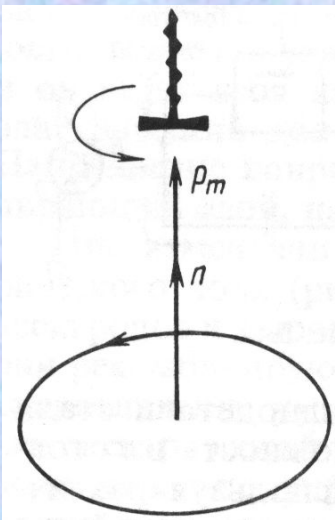
Положительное направление нормали совпадает с направлением перемещения буравчика с правой нарезкой, вращаемого в направлении тока.

**Магнитная индукция** — это векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой в данной точке магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}$$

**Линии магнитной индукции** - линии, касательные к которым в данной точке совпадают по направлению с вектором  $B$  в этой точке.

Направление силовых линий магнитного поля, создаваемого проводником с током, определяется по **правилу правого винта** (буравчика): если правовинтовой буравчик ввинчивать по направлению тока, то направление вращения рукоятки буравчика будет совпадать с направлением линий магнитной индукции.



Линии магнитной индукции прямого проводника с током представляют концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной току. Центр этих окружностей находится на оси проводника.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с токами. Это отличает их от линий напряженности электрического поля. Замкнутость линий магнитной индукции говорит о том, что в природе не существует магнитных зарядов, на которых бы они начинались или кончались. Такие поля называют **соленоидальными** или **вихревыми**.

**Циркуляция вектора магнитной индукции** по любому замкнутому контуру не равна нулю:

(2)

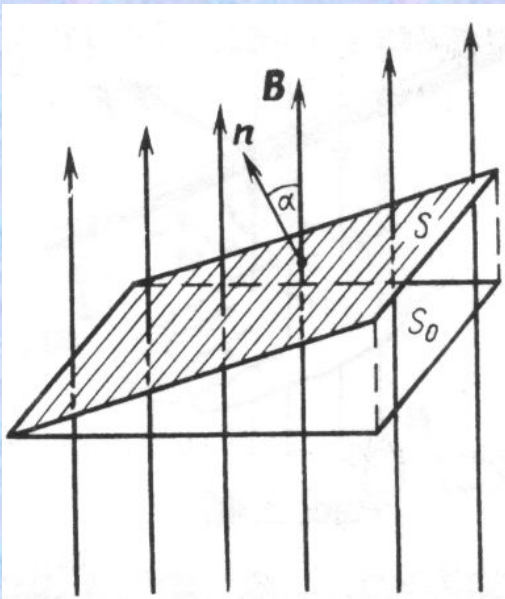
В отличие от потенциального, каким является электростатическое поле

Магнитное поле называют однородным, если векторы магнитной индукции во всех его точках одинаковы:  $\mathbf{B} = \text{const}$ .

(3)

Примером однородного магнитного поля может служить поле внутри соленоида, т.е. катушки, длина которой много больше ее диаметра. Линии магнитной индукции однородного поля параллельны, и их густота везде одинакова.

# Поток вектора магнитной индукции



**Магнитным потоком** (потоком вектора магнитной индукции), пронизывающим площадку  $S$ , называют величину

$$\Phi = BS_o.$$

Из рис. следует, что  $S_o = S \cos \alpha$ , откуда  $\Phi = BS \cos \alpha$  или  $\Phi = B_n S$ , где  $B_n = B \cos \alpha$  - проекция вектора  $B$  на направление нормали к площадке. Магнитный поток - величина скалярная.

В зависимости от того, какой знак имеет  $\cos \alpha$ , магнитный поток может быть положительным ( $\Phi > 0$ ) и отрицательным ( $\Phi < 0$ ). Знак  $\cos \alpha$  зависит от выбора положительного направления нормали. Положительное направление нормали связано с направлением тока.

**Теорема Остроградского - Гаусса** для магнитного поля свидетельствует об отсутствии в природе магнитных зарядов, т.е. замкнутости магнитных силовых линий:

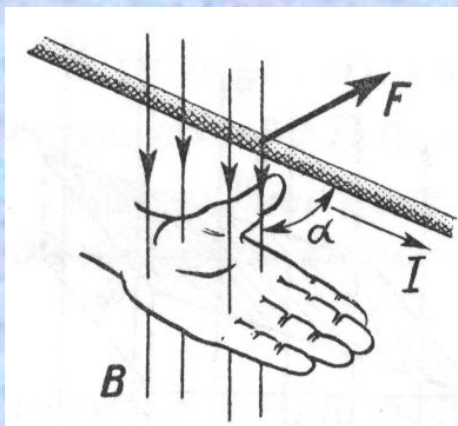
$$\Phi = \oint_S B_n dS = 0.$$

# Закон Ампера

Ампером было установлено, что на проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого  $B$ , действует сила, пропорциональная силе тока и индукции магнитного поля:

$$F_A = BIl \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между направлением тока и индукцией магнитного поля.

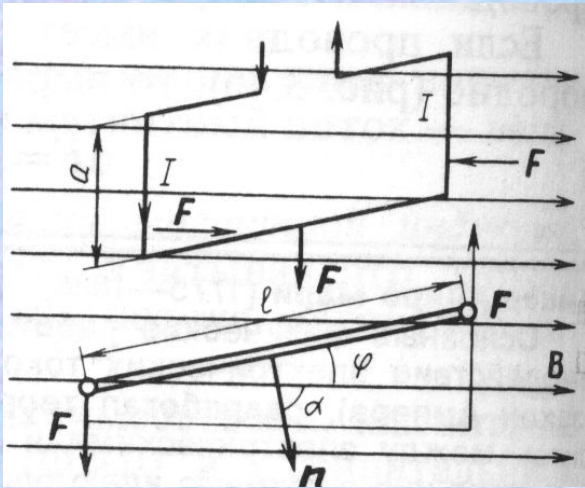


В векторной форме  $dF_A = I [dl, B]$ ,  
где  $dl$  - малый участок проводника, имеющий направление, совпадающее с направлением тока. Произведение  $I dl$  называют **элементом тока**.

Сила Ампера направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы  $dl$  и  $B$  (рис.).

Для определения направления силы, действующей на проводник с током, помещенный в магнитное поле, применяется *правило левой руки*: если левую руку расположить так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, а вытянутые четыре пальца совпадали с направлением тока в проводнике, то отогнутый большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током, помещенный в магнитное поле (рис.).

## Контур с током в магнитном поле



Контур с током, имеющий стороны  $a$  и  $l$ , помещен в магнитное поле (рис.). На каждую сторону контура действует сила Ампера. На горизонтальные стороны  $l$  контура действуют силы, которые растягивают или сжимают контур, не поворачивая его. На каждую из вертикальных сторон  $a$  действует сила  $F=IBa$ .

Эти силы создают пару сил, момент которой  $M = Fl \cos\phi$ ,

где  $\phi$  — угол между вектором  $B$  и стороной контура  $l$ .

Момент сил стремится повернуть контур так, чтобы поток  $\Phi$ , пронизывающий контур, был максимальным.

Подставляя выражение для силы в формулу для момента силы:

$$M = IBal \cos\phi,$$

где  $al=S$ ,  $IS=p_m$ ,  $\cos\phi = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha$ , тогда  $M = Bp_m \sin\alpha$ .

Механический момент  $M$ , действующий на контур с током в однородном магнитном поле, пропорционален магнитному моменту  $p_m$  контура, индукции  $B$  магнитного поля и синусу угла между направлением векторов  $p_m$  и  $B$ .

В векторной форме соотношение имеет вид:  $M=[p_m, B]$ .

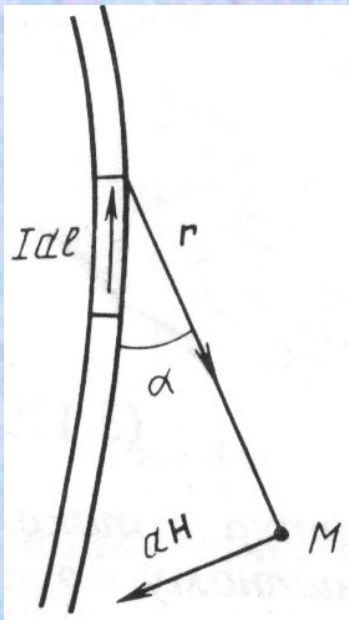
# Напряженность магнитного поля. Закон Био – Савара - Лапласа

Величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция в данной однородной изотропной среде больше или меньше, чем в вакууме, называется **относительной магнитной проницаемостью среды**:

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

Магнитное поле в вакууме принято характеризовать не индукцией  $B_0$ , а напряженностью  $H$  магнитного поля. Эти две физические величины связаны между собой:

$$H = \frac{\overset{\vee}{B}_0}{\mu_0} \quad \text{или} \quad \overset{\vee}{B}_0 = \mu_0 \overset{\vee}{H}, \quad \text{где } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} - \text{магнитная постоянная.}$$



Обобщая экспериментальные данные французских физиков Био и Савара, Лаплас (французский математик) предложил формулу, по которой можно вычислять напряженность поля, создаваемого элементом тока в точке  $M$ , расположенной от этого элемента на расстоянии  $r$ :

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

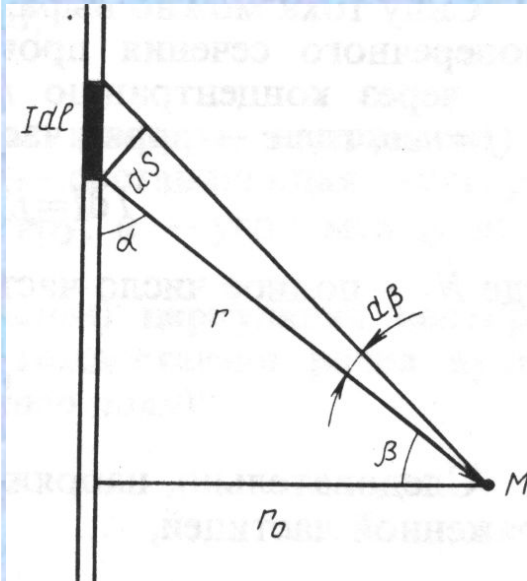
Напряженность  $H$  в любой точке магнитного поля проводника с током  $I$  равна векторной сумме напряженностей  $dH$ , элементарных полей, создаваемых всеми участками проводника (**принцип суперпозиции полей**):

$$\overset{\vee}{H} = \sum_{i=1}^n \overset{\vee}{H}_i$$



# Применение закона Био – Савара - Лапласа к расчету магнитного поля

## 1. Магнитное поле прямолинейного бесконечно длинного проводника с током



Из рис. видно, что  $\frac{dl \sin \alpha}{r} = \frac{dl \cos \beta}{r} = \frac{dS}{r} = d\beta, \quad r = \frac{r_0}{\cos \beta}$

Подставляя эти выражения в формулу Био – Савара - Лапласа, находим, напряженность, создаваемая элементом тока  $Idl$ :

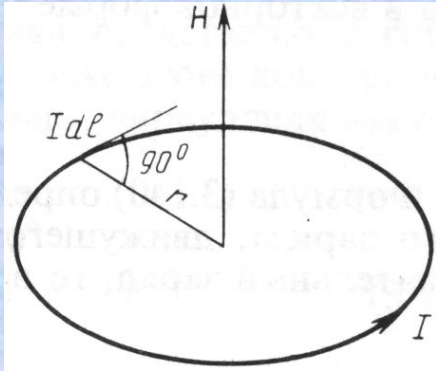
$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{I}{4\pi r_0} \cos \beta d\beta$$

Чтобы определить напряженность магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным проводником с током, нужно проинтегрировать последнее выражение в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ :

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \beta d\beta = \frac{I}{4\pi r_0}$$

# Применение закона Био – Савара - Лапласа к расчету магнитного поля

## 2. Магнитное поле в центре кругового тока



Пусть ток протекает по окружности. В этом случае все элементы проводника перпендикулярны радиусу - вектору  $r$  и  $\sin\alpha=1$ . Расстояние всех элементов проводника до центра одинаково и равно  $r$ . Поэтому напряженность поля в центре кругового проводника:

$$dH = \frac{Idl}{4\pi r^2}$$

Так как все элементы тока создают поле, напряженность которого одинаково направлена, то напряженность поля в центре кругового проводника:

$$H = \frac{I}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi} dl = \frac{I}{4\pi r^2} 2\pi r = \frac{I}{2r}$$

## 3. Магнитное поле движущегося заряда

Рассмотрим отрезок проводника длиной  $dl$  с током  $I$ . Он создает в некоторой точке, удаленной на расстояние  $r$ , поле напряженностью  $dH$ .  
Напряженность поля, создаваемого одной заряженной частицей:

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$$H = \frac{e v \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

# Закон полного тока

*Циркуляцией вектора  $\mathbf{H}$  по замкнутому контуру* называется интеграл

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \oint_L H_e dl,$$

где  $d\mathbf{l}$  - вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура,  $H_e = H \cos \alpha$  - составляющая вектора  $\mathbf{H}$  в направлении касательной к контуру,  $\alpha$  - угол между векторами  $\mathbf{B}$  и  $d\mathbf{l}$ .

Выберем в магнитном поле бесконечно прямолинейного проводника с током  $I$  произвольный контур, совпадающий с одной из силовых линий, охватывающих ток. Силовые линии бесконечно длинного прямолинейного проводника представляют собой концентрические окружности.

В каждой точке этого контура вектор  $\mathbf{H}$  одинаков по модулю, следовательно, циркуляция вектора  $\mathbf{H}$ :

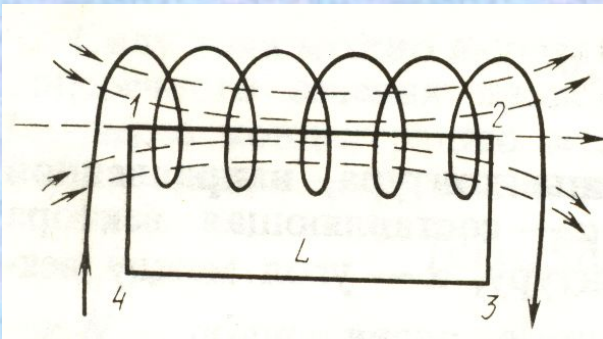
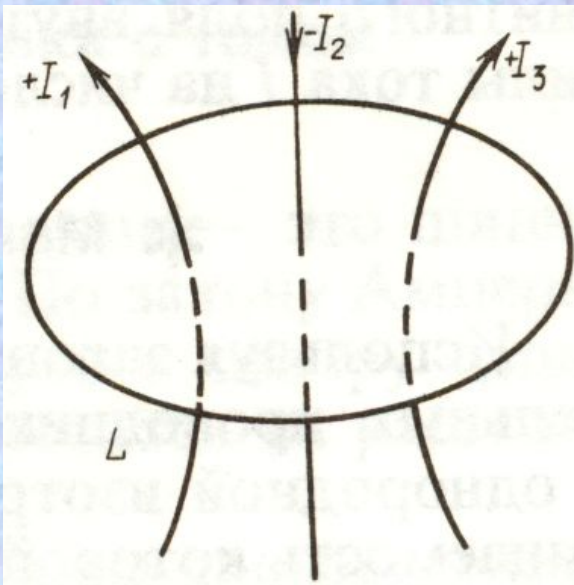
$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \oint_L \frac{I}{2\pi r_o} dl = \frac{I}{2\pi r_o} \int_0^{2\pi r_o} dl = I,$$

где  $r_o$  — радиус выбранной силовой линии, т.е. окружности:  $H = \frac{I}{2\pi r_o}$

Соотношение связывает циркуляцию вектора напряженности магнитного поля и ток и называется **законом полного тока**.

*Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром:*

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n I_i$$



Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Используя закон полного тока, определим напряженность однородного магнитного поля внутри соленоида длиной  $l$ . Соленоид имеет  $N$  витков, где  $n=N/l$  - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Рассчитываем циркуляцию вектора  $\mathbf{H}$  для произвольно выбранного контура  $L$ .

Участок 1-2 контура  $L$  совпадает с силовой линией внутри соленоида.

Участки 2-3 и 4-1 на всем протяжении перпендикулярны линиям. Участок 3-4, проходящий достаточно далеко от соленоида, совпадает с линией, где напряженность магнитного поля мала. Циркуляцию вектора  $\mathbf{H}$  по контуру можно представить четырьмя интегралами:

$$\int \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_2^1 \mathbf{H} d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{H} d\mathbf{l} + \int_3^4 \mathbf{H} d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} d\mathbf{l}.$$

На участках 2-3 и 4-1  $\mathbf{H}$  и  $d\mathbf{l}$  перпендикулярны, поэтому второй и четвертый интегралы равны нулю. На участке 3-4 напряженность  $\mathbf{H}$  мала, поэтому третьим интегралом можно пренебречь.

Используя выражение

, имеем  $Hl = NI$ , откуда  $H = NI/l = nI$ .

# Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

Действие магнитного поля на проводник с током есть результат действия поля на движущиеся заряженные частицы внутри проводника. Поэтому сила Ампера может быть выражена через силы, действующие на отдельные носители заряда.

Пусть концентрация носителей свободного заряда в проводнике есть  $n$ , а  $q$  – заряд носителя. Тогда произведение  $nqvS$ , где  $v$  – модуль скорости упорядоченного движения носителей по проводнику, а  $S$  – площадь поперечного сечения проводника, равно току, текущему по проводнику:

$$I = nqvS$$

Выражение для силы Ампера можно записать в виде:

$$F_A = IB \Delta l \sin\alpha = nqvS B \Delta l \sin\alpha$$

Так как полное число  $N$  носителей свободного заряда в проводнике длиной  $\Delta l$  и сечением  $S$  равно  $nS\Delta l$ , то сила, действующая на одну заряженную частицу, равна

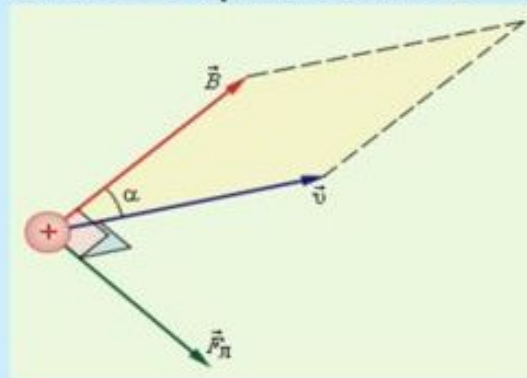
$$F_L = \frac{F_A}{N} = qvB \sin\alpha.$$

# Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

Эту силу называют силой **Лоренца**. Угол  $\alpha$  в этом выражении равен углу между скоростью и вектором магнитной индукции. Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, так

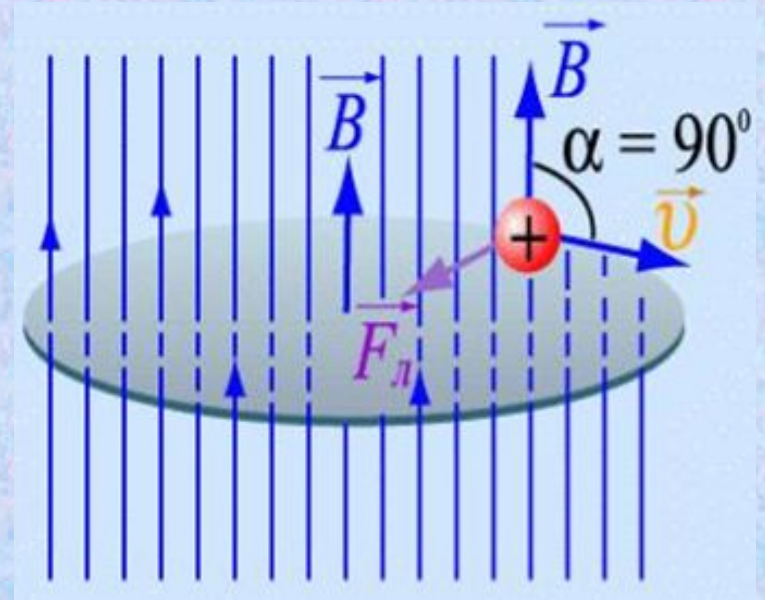
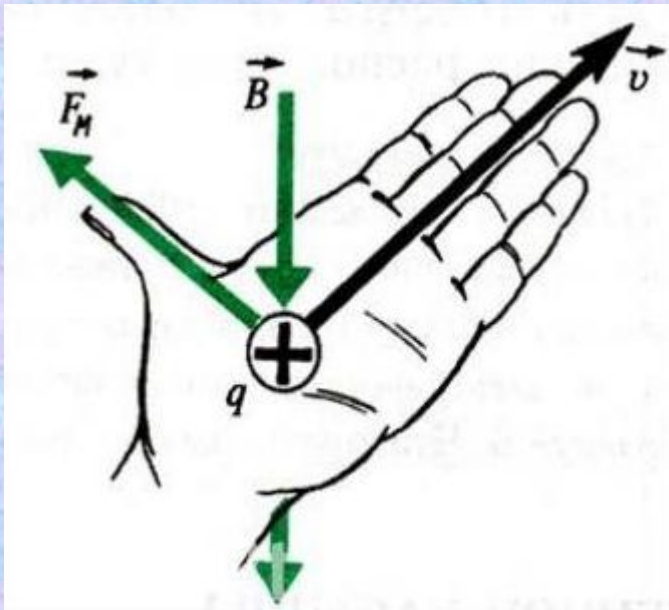


же, как и направление силы Ампера, может быть найдено по правилу левой руки или по правилу буравчика. Взаимное расположение векторов  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{F}_L$  для положительно заряженной частицы показано на рисунках:



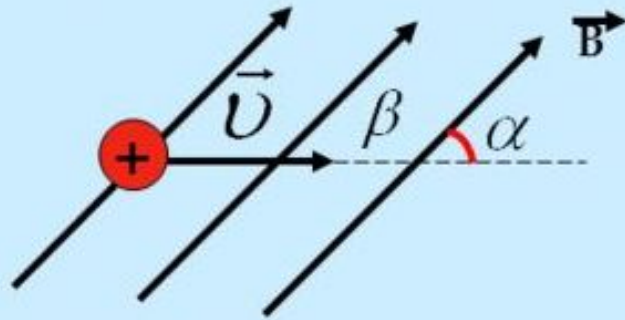
# Направление силы

**Лоренца** определяется по правилу левой руки



# Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

Если определяется сила Лоренца, действующая на отрицательный заряд (например, электрон), то при применении правила левой руки следует менять направление скорости!!!



$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha$$

Сила Лоренца зависит от угла  $\alpha$  между вектором скорости и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Возможны два крайних случая:

- 1)  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi$
- 2)  $\alpha = 90^\circ$ .



# Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

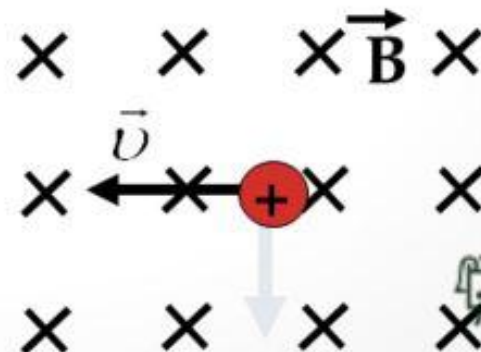
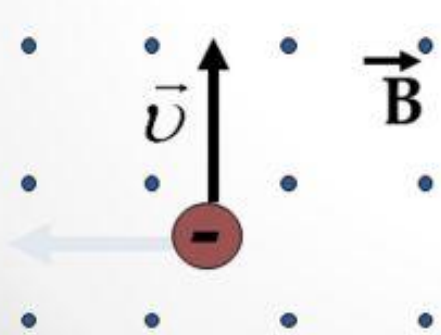
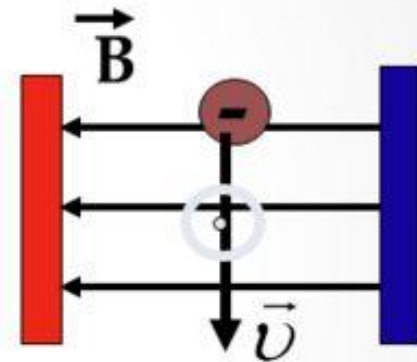
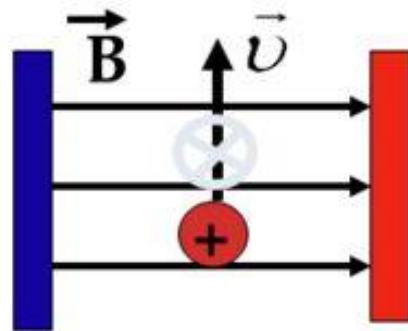
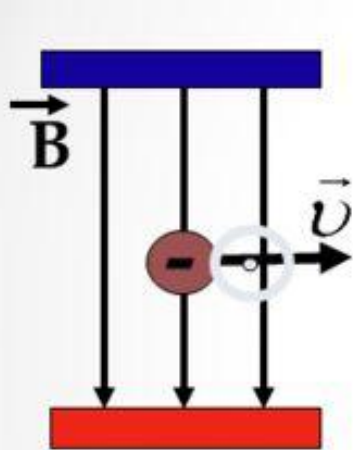
**1-й случай:** Заряженная частица движется в однородном магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$  вдоль линий магнитной индукции,  $\alpha = 0$ .

Тогда сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно.

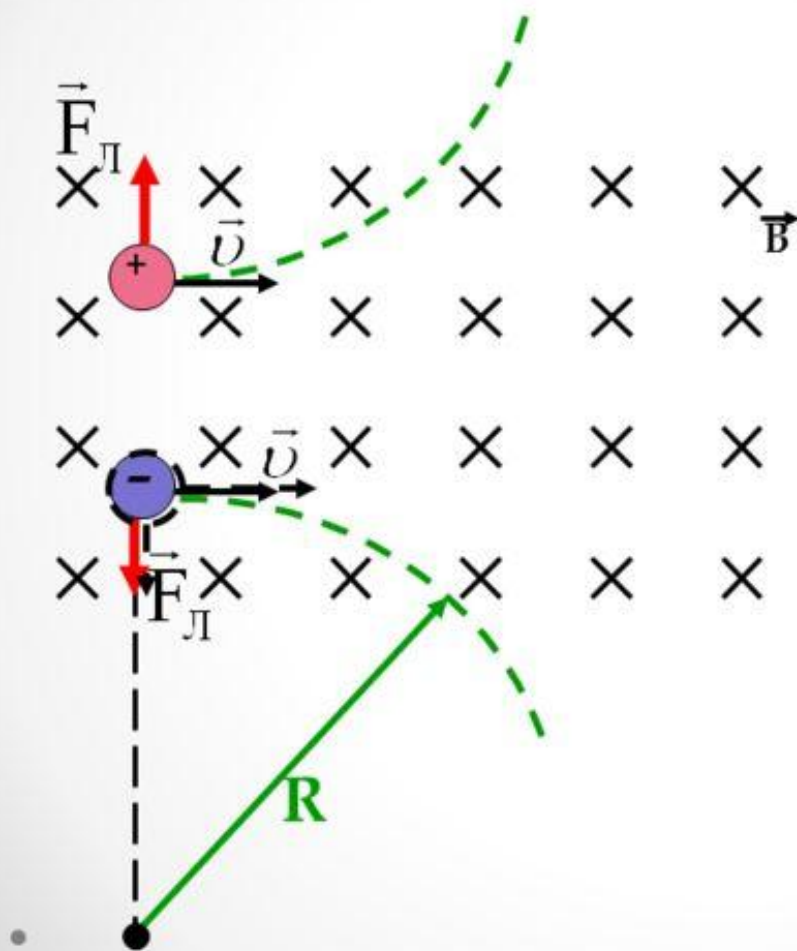
**2-й случай:** Заряженная частица массой  $m$  движется в однородном магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$  перпендикулярно линиям магнитной индукции ( $\alpha = 90^\circ$ )

Тогда сила Лоренца равна максимальному значению, и действует на частицу перпендикулярно скорости её движения. Сама частица движется равномерно по окружности радиуса  $R$  с периодом обращения  $T$ .

# Сила Лоренца



# Сила Лоренца



$$F_{\text{Л}} = qvB$$

$$F_{\text{Л}} = ma_{\text{ц}}$$

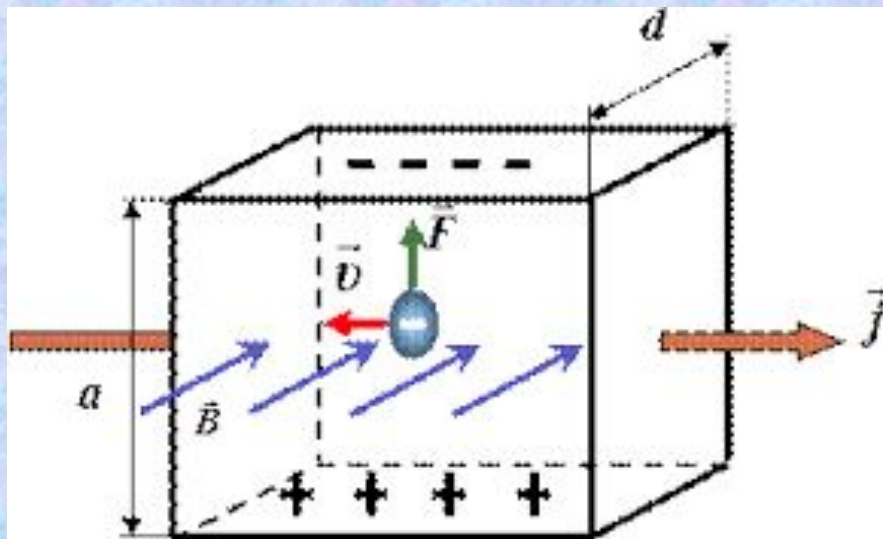
$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$

$$m \frac{v^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

MyShared

# Эффект Холла



Американский ученый Э. Холл обнаружил, что в проводнике, помещенном в магнитное поле, возникает разность потенциалов (поперечная) в направлении, перпендикулярном вектору магнитной индукции  $B$  и току  $I$ , вследствие действия силы Лоренца на заряды, движущиеся в этом проводнике.

Опыт показывает, что поперечная разность потенциалов пропорциональна плотности тока  $j$ , магнитной индукции и расстоянию  $a$  между электродами:

$$U = R a j B,$$

где  $R$  — постоянная Холла, зависящая от рода вещества,

$$R = 1/n e.$$

Постоянная Холла зависит от концентрации электронов. Поэтому, измеряя постоянную  $R$ , можно определить концентрацию электронов внутри проводника.

