



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТРАНСПОРТНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТНИХ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ І ТЕХНОЛОГІЙ

Дипломна робота бакалавра

студента Бабича Сергія Романович

на тему: «Комп'ютерне моделювання розподілу напружень у
трансверсально-ізотропному пружному просторі поблизу довільно
орієнтованої кругової тріщини»

Науковий керівник роботи:

д.ф-м.н., с.н.с. Кирилюк В.С.

Київ 2017

Актуальність та практична цінність роботи

Актуальність теми дипломної роботи.

Широке використання пружних анізотропних (в тому числі трансверсально-ізотропних матеріалів) в інженерній практиці стимулює інтерес до аналізу напруженого стану у таких матеріалах поблизу концентратор напружень типу порожнин, включень, тріщин. Такий аналіз лежить в основі обґрунтованого прогнозу стосовно міцності і надійності елементів конструкцій з анізотропних матеріалів, що містять концентратори напружень.

Практична цінність дипломної роботи.

Встановлені закономірності розподілу напружень та виявлені закономірності допоможуть при проектуванні нових елементів конструкцій з анізотропних матеріалів високої міцності та надійності і проведенні оцінки залишкового ресурсу конструкції з тріщинами.

Мета, об'єкт та предмет дослідження

Мета дипломної роботи – за допомогою комп'ютерного моделювання дослідити розподіл напружень у трансверсально-ізотропному пружному просторі поблизу довільно орієнтованої кругової тріщини.

Об'єкт дослідження – є процес деформування трансверсально-ізотропного пружного матеріалу з довільно орієнтованої кругової тріщини.

Предмет дослідження – комп'ютерна модель для розрахунку розподілу напружень у трансверсально-ізотропному пружному просторі поблизу довільно орієнтованої кругової тріщини.

Задачі дослідження

1. Дослідити теоретичні підходи до розв'язання задач про розподіл напружень у трансверсально-ізотропному матеріалі з круговою тріщиною.
2. Визначити алгоритм розв'язання задачі про розподіл напружень у трансверсально-ізотропному матеріалі з довільно орієнтованою круговою тріщиною.
3. Використати при комп'ютерному моделюванні потрібне перетворення Фур'є та Фур'є–образ функції Гріна для пружного анізотропного тіла.
4. Отримати розв'язок задачі розподілу напружень на основі математичного та комп'ютерного моделювання.
5. Проаналізувати отримані числові результати та встановити характерні закономірності.

Постановка задачі для математичної моделі

Нехай пружне трансверсально-ізотропне середовище з віссю симетрії Oz містить дископодібну(кругову) тріщину, при цьому нормаль до площини тріщини утворює кут з віссю Oz . Припускається, що має місце одновісний розтяг у матеріалі.

Через наявність тріщини виникає збурення основного напруженого стану, що призводить до появи коефіцієнтів інтенсивності напружень на фронті тріщини. Пружні властивості трансверсально –ізотропного матеріала описуються п'ятьма незалежними сталими.

$c_{11} = c_{22} ; c_{33} ; c_{12} ; c_{13} = c_{23} ; c_{44} = c_{55} ; c_{66} = 0,5 (c_{11} - c_{12})$ рсально-ізотропного тіла(з віссю симетрії Oz) приймає вигляд

$$C_{1111} = c_{11} ; C_{2222} = c_{22} ; C_{3333} = c_{33} ; C_{1122} = C_{2211} = c_{12} ; C_{1133} = C_{3311} = C_{2233} = C_{3322} = c_{23} ;$$

$$C_{3131} = C_{3113} = C_{1331} = C_{1313} = c_{55} ;$$

$$C_{1212} = C_{1221} = C_{2121} = C_{2112} = c_{66} ;$$

Закон Гука для матеріалу у нових координатах запишемо у загальному вигляді для анізотропного тіла $\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{\alpha} \varepsilon_{kl}$

Де по повторюваним індексам проводиться підсумування. Не складно переконатися, що в новій системі координат в отриманому матеріалі (для $\alpha \neq k \frac{\pi}{2}$) при дії нормальних напруг з'являються зсувні деформації і навпаки, тобто матеріал в новій системі координат, зв'язаний з поворотом навколо осі, не являється навіть ортотропним (він має більш низьку симетрію). Тому задача для плоскої тріщини не розщиплюється на дві – симетричну і кососиметричну (антисиметричну) і повинна розглядатися в загальній постановці для анізотропного матеріала.

Таким чином, в граничні умови одночасно входять і тиск на поверхню тріщини і дотичні зусилля

$$\tau_{13}^+ = q_x(x, y); \tau_{23}^+ = q_y(x, y); \sigma_{33}^+ = -P(x, y) \quad ((x, y) \in S)$$

де вже використані координати нової системи, зв'язаної з тріщиною.

Метод розв'язання

Для побудови обуреного стану використаємо інтегральне представлення полів і напруг переміщень і напруг для неоднорідностей (тріщина – приватний її випадок), в наступному вигляді

$$u_i(\underline{x}) = - \int_{\Omega} C_{jlmn}^{\alpha} \varepsilon_{mn}^*(\underline{x}') G_{il,l}(\underline{x} - \underline{x}') d\underline{x}'$$

$$\sigma_{ij}(\underline{x}) = - C_{ijkl}^{\alpha} \left\{ \int_{\Omega} C_{pqmn}^{\alpha} \varepsilon_{mn}^*(\underline{x}') G_{kp,ql}(\underline{x} - \underline{x}') d\underline{x}' \right\}$$

Де $\varepsilon_{mn}^*(\underline{x})$ - невідомі “вільні ” деформації Ешелбі(в нашому випадку однорідні),

Ω -область, занята неоднорідністю, а кома після індекса означає диференціювання по відповідній змінній, по повторюючим індексам проводиться підсумування, а $G_{ij}(\underline{x} - \underline{x}')$ - функція Гріна для без скінченного середовища (фундаментальное решение) для матриці. Тобто ця функція задовольняє наступним рівнянням рівновагу анізотропного тіла

$$C_{ijkl}^{\alpha} G_{km,jl} + \delta_{im} \delta(\underline{x} - \underline{x}') = 0$$

де $\delta(\underline{x} - \underline{x}')$ - дельта функції Дірака, δ_{im} - символ Кронекера і по повторюючим індексам проводиться підсумовування.

Використовуючі в подальшому для обчислення таких інтегралів метод квадратур Гаусса, і задовільнюючі граничними умовами на поверхні тріщини, знаходимо невідомі значення стрибків переміщень.

Для апробації використовуваного підходу розглянемо задачу про дископодібну тріщину в трансверсально-ізотропному середовищі, розташованій в площині ізотропії, рішення якої записується в елементарних функціях. Розрахунки у частинному випадку задачі підтверджують узгодженість результатів обчислень з даними інших авторів.

При цьому використовувалась квадратурна формула Гауса з 24 вузлами, а трансверсально-ізотропний матеріал приближався слабо ортотропним, з дуже близькими до нього властивостями. Розрахунки показали співпадання результатів до 6 значащих цифр у всьому діапазоні зміни кута для всіх чотирьох розрахункових випадків.

Аналіз результатів числових досліджень

Розглянемо трансверсально ізотропний матеріал з наступними характеристиками: $\nu_1 = 0; \nu_2 = 0; E_2 = 2E_1; G_2 = E_1$

На рис.1-3 показані зміни КІН K_I, K_{II}, K_{III} при постійному розтягненні, перпендикулярному площині тріщини ($\sigma_{zz}^0 \neq 0$). Припускаємо, що система координат (x, y, z) являється локальною і зв'язана не з віссю трастропії, а з площиною і центром тріщини. Криві 1,2,3 відповідають значенням кутів повороту $\alpha = 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$. Штриховими лініями показано зміни КІН при $\alpha = 0$ на рис. 2.3 приведені значення КІН тільки для випадків (криві 1 і 2), оскільки для значень $\alpha = 0^\circ; 90^\circ$ відповідні величини дорівнюють нулю.

В силу зміни досліджуваних величин вздовж границі тріщини зв'язано з анізотропією властивостей матеріалу, що містить тріщини і зміни цих властивостей при зміні кута повороту тріщини симетричності навантажень відносно тріщини і самої геометрії тріщини

На рис. 4,5 відображено вплив зсуваючих навантажень , заданих в локальній системі координат тріщини, на значення K_I .

Цей вплив викликано тією обставиною, що при $\alpha = 30^\circ$ чи $\alpha = 60^\circ$ при дії зсуваючих навантажень відносно площини тріщини в матеріалі виникають нормальні деформації і навпаки(нормальні навантаження викликають зсуваючи деформації), тобто матеріал в відповідних напрямках, не являється навіть ортотропним.

Таким чином, в справжній роботі досліджено поведінку КІН, викликаних довільною орієнтацією дископодібної тріщини в трансверально-ізотропном матеріалі

Висновки

1. Досліджено теоретичні підходи до розв'язання задач про розподіл напружень у трансверсально-ізотропному матеріалі з круговою тріщиною.
2. Визначено алгоритм розв'язання задачі про розподіл напружень у трансверсально-ізотропному матеріалі з довільно орієнтованою круговою тріщиною.
3. Використано при комп'ютерному моделюванні потрібне перетворення Фур'є та Фур'є-образ функції Гріна для пружного анізотропного тіла.
4. Отримано розв'язок задачі розподілу напружень на основі математичного та комп'ютерного моделювання.
5. Проаналізовано отримані числові результати та встановлено характерні закономірності.

**Доповідь
закінчено,
дякую за увагу!**