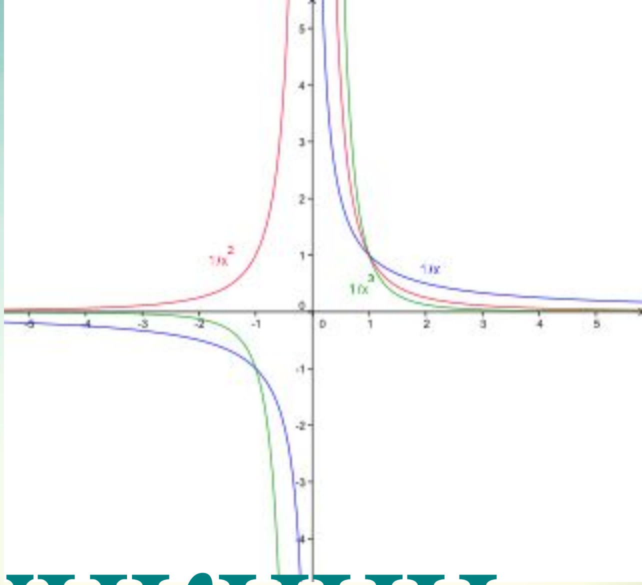
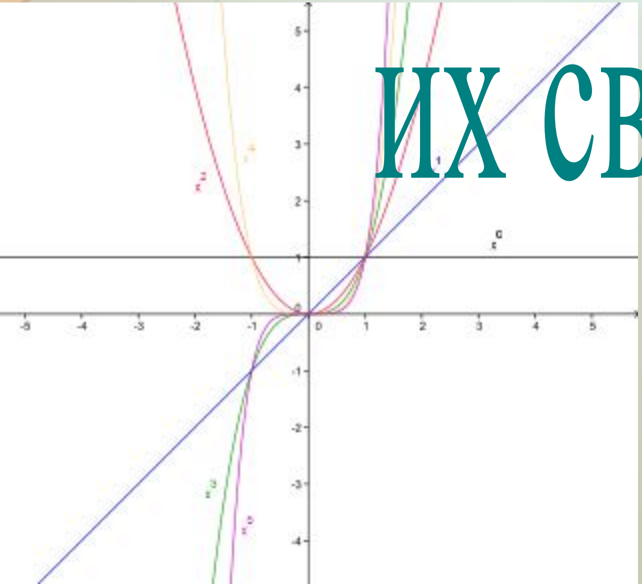


"СТЕПЕННЫЕ ФУНКЦИИ, их свойства и графики"



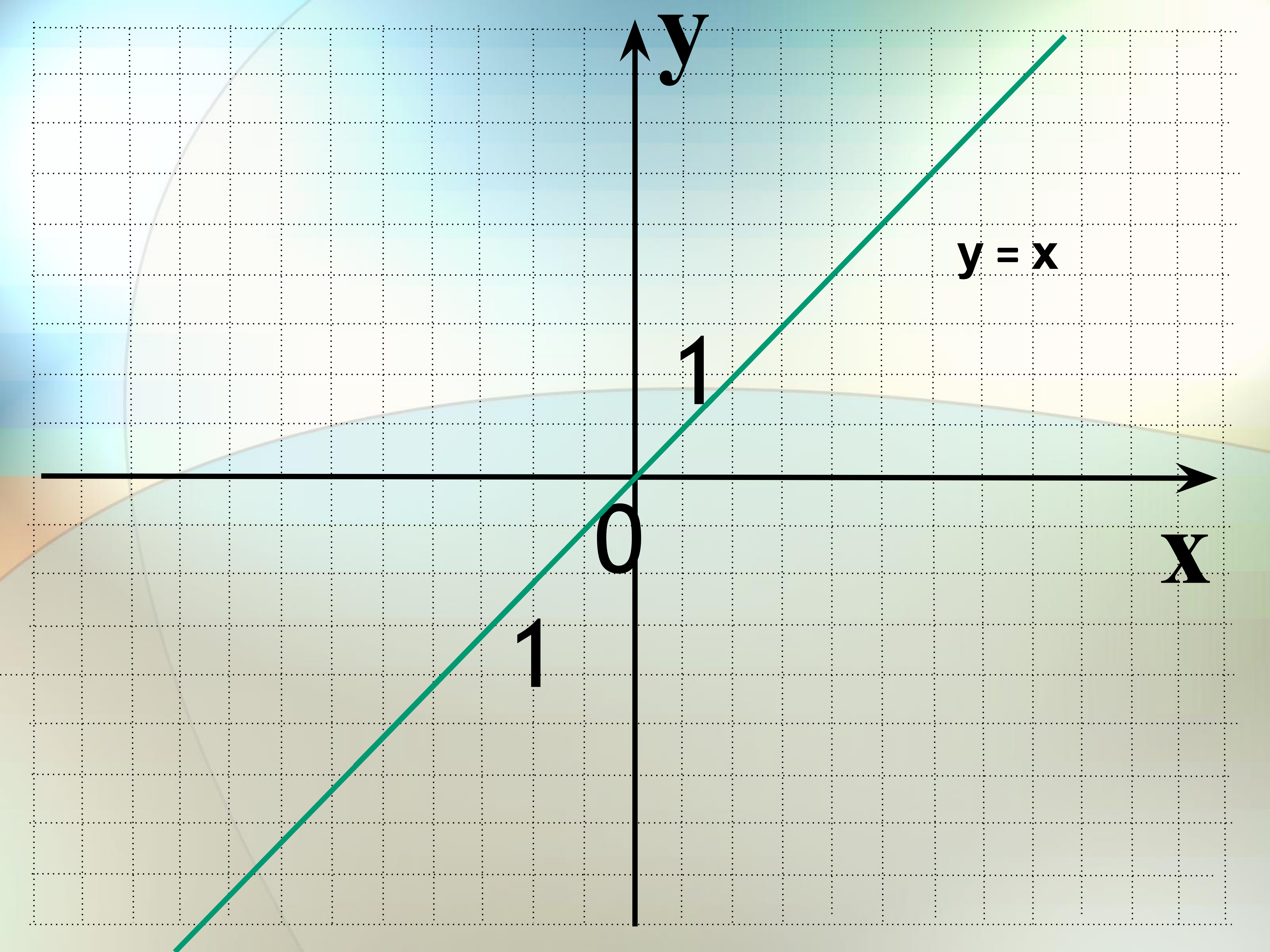
Степенными функциями называют функции вида

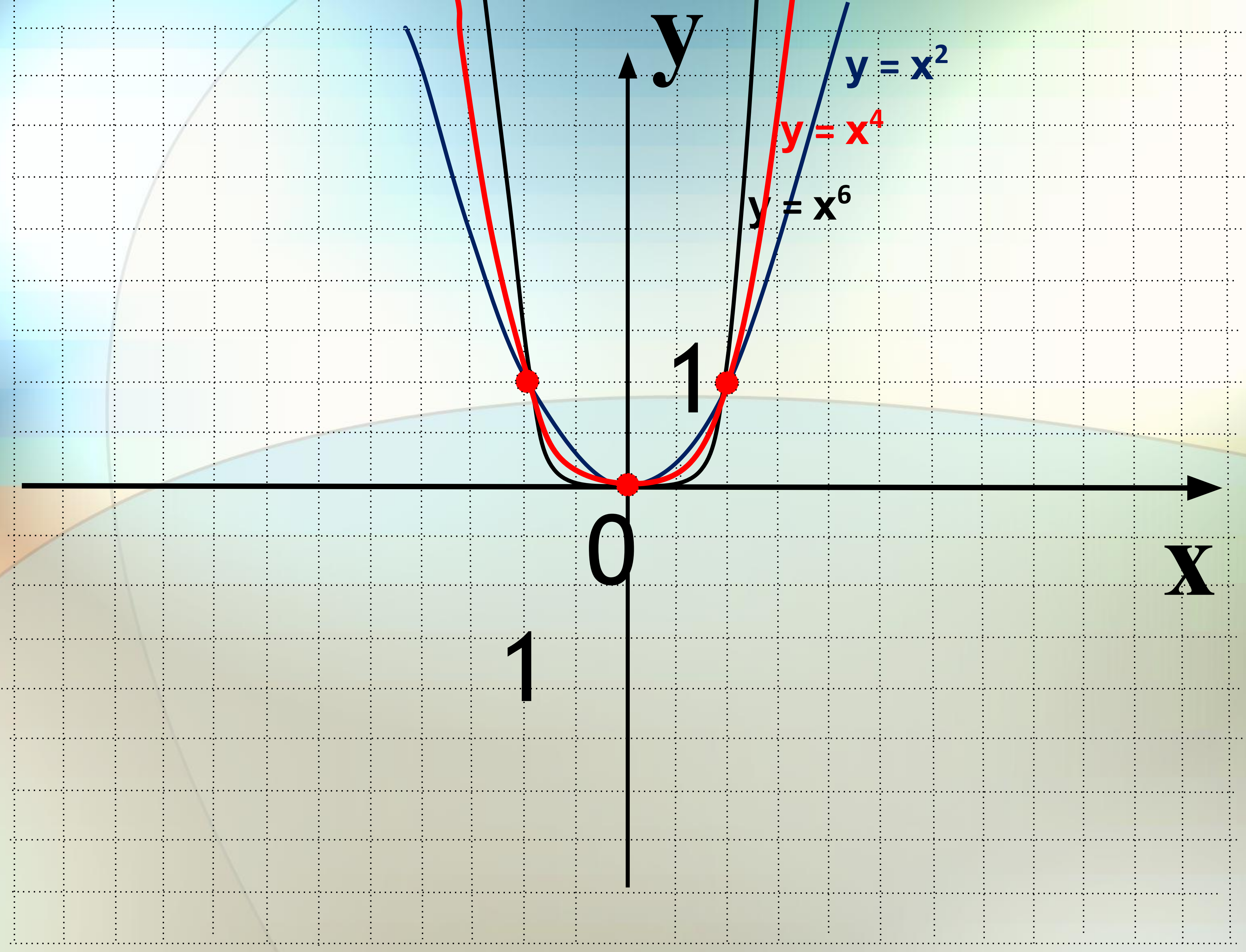
$$y = x^r,$$

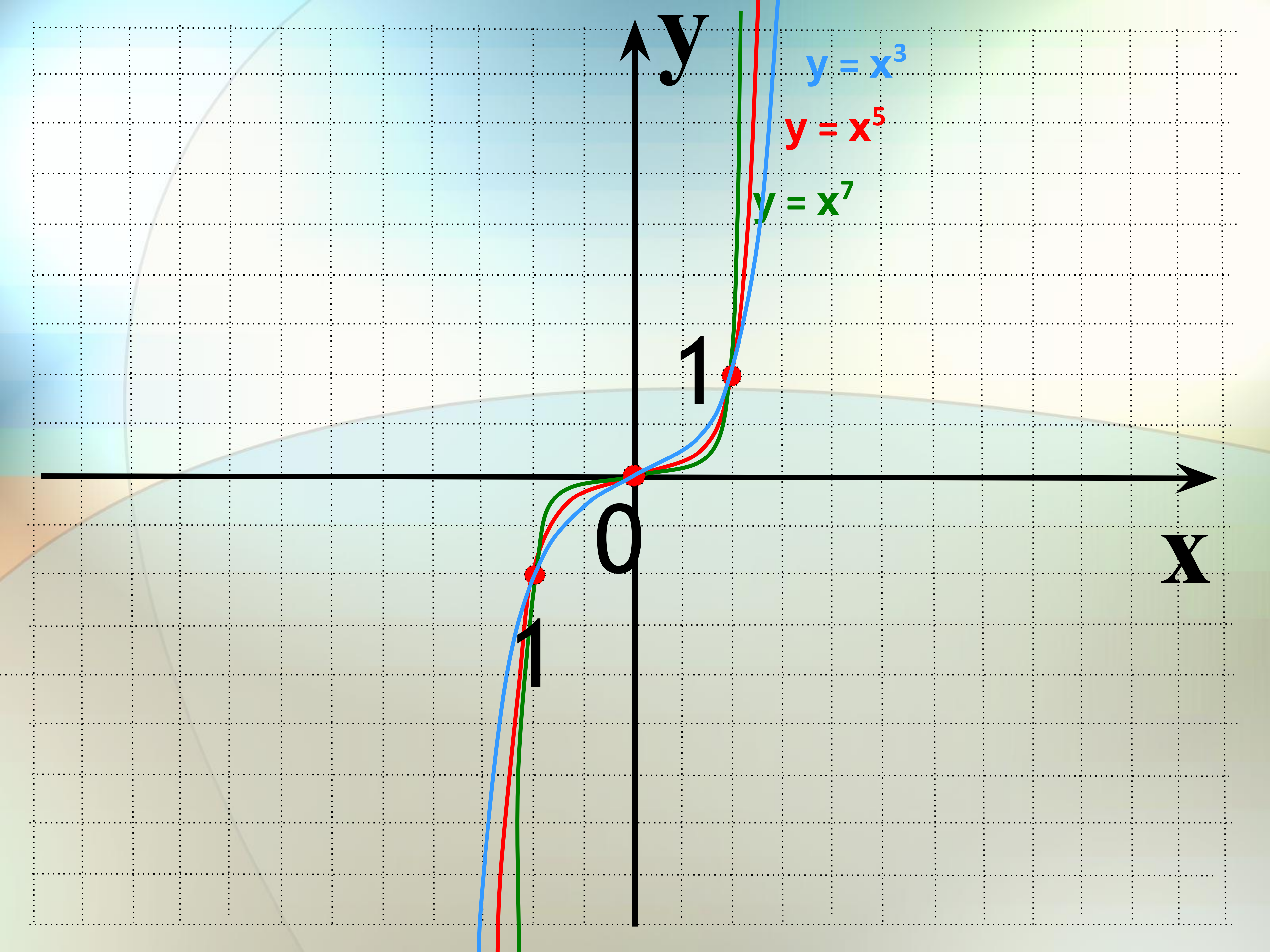
где r - любое рациональное число

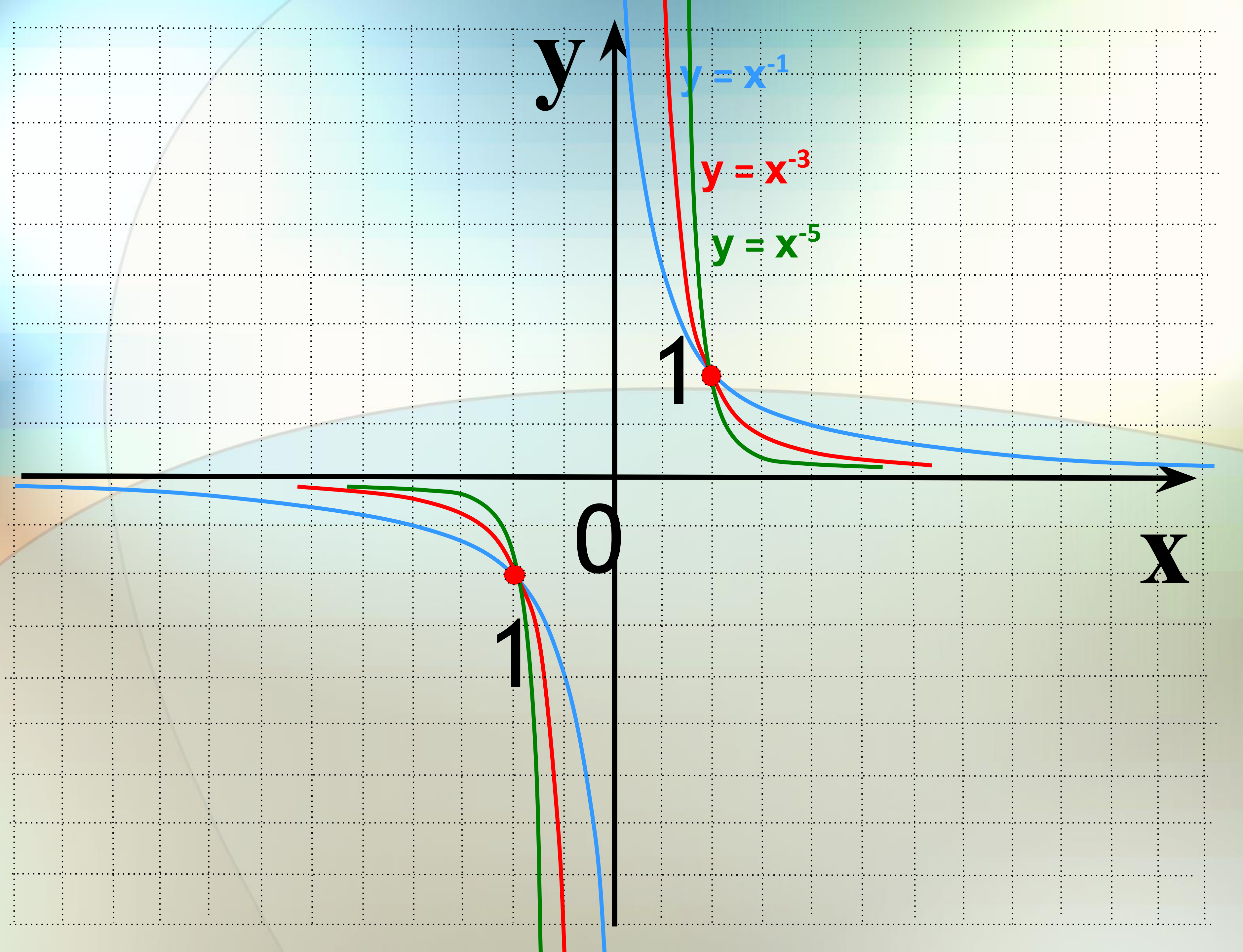
Степенная функция $y=x^m$,

где m - целое число

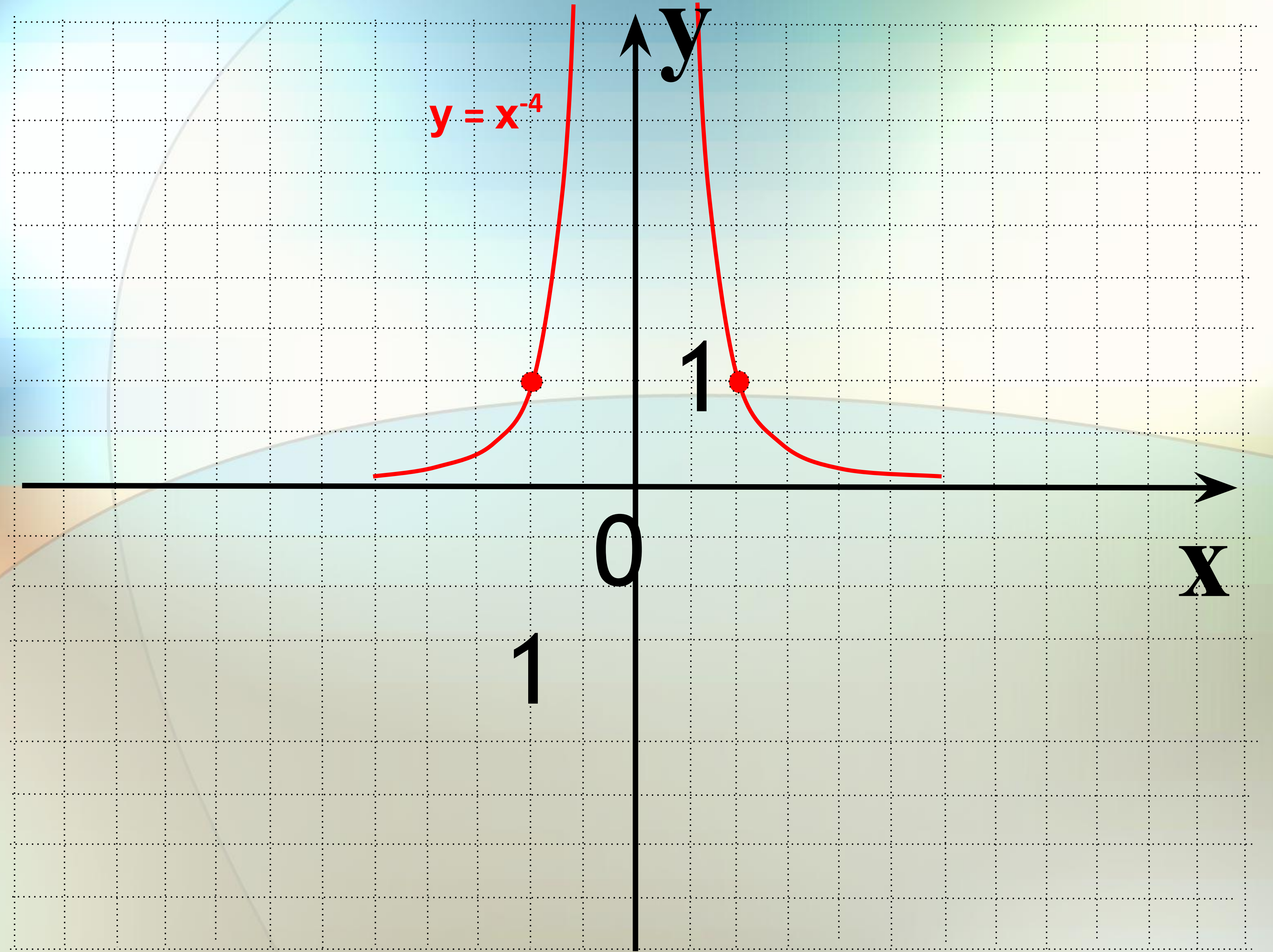

y
y = x
1
0
x
1


y
y = x2
y = x4
y = x6
1
0
x
1


y
y = x3
y = x5
y = x7
1
0
x
1



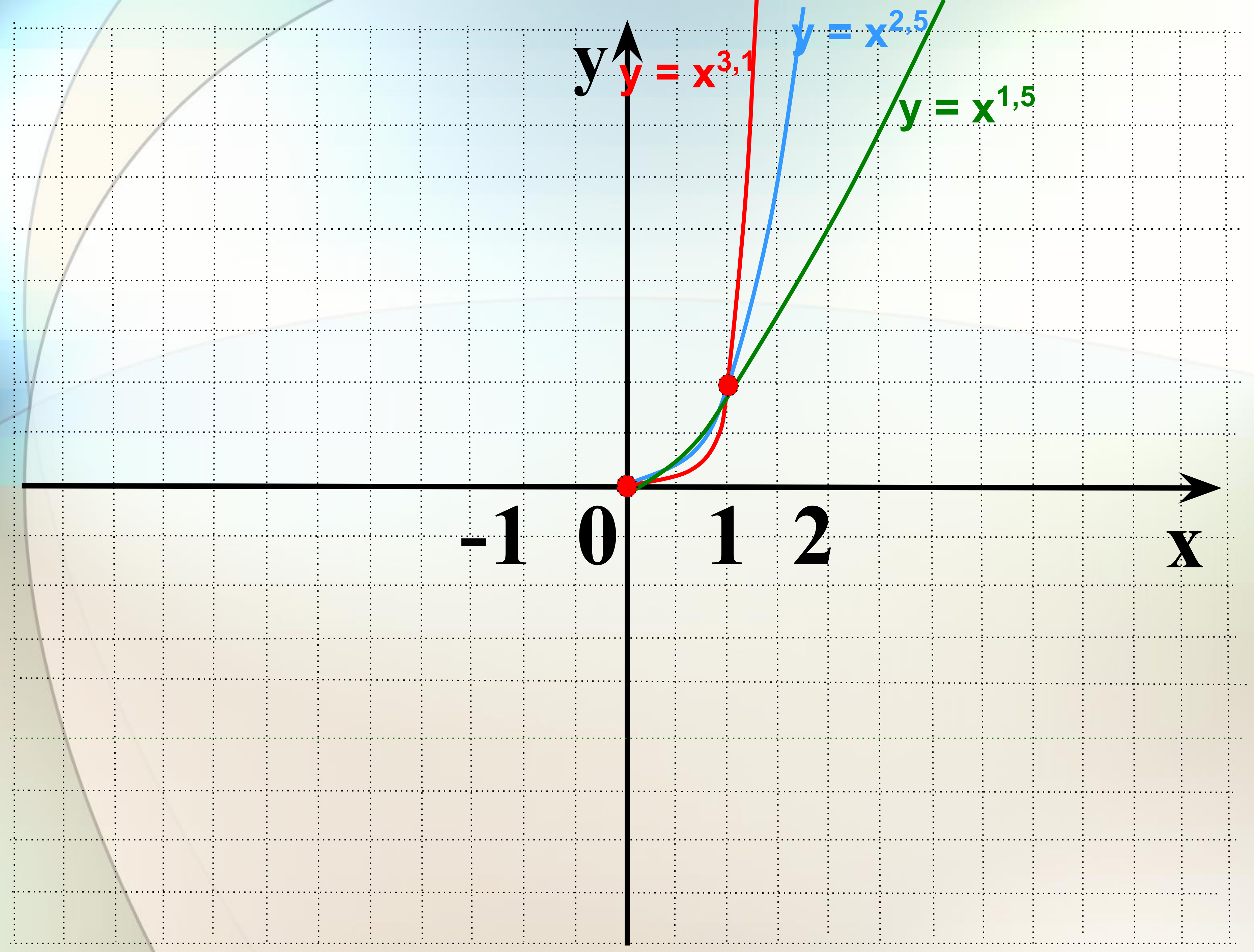
y
y = x-1
y = x-3
y = x-5
1
0
x
1



y
$y = x^{-4}$
1
0
x
1

« Степенная функция $y = x^{\frac{m}{n}}$

где $\frac{m}{n} > 1$ »



y
$y = x^{3,1}$
$y = x^{2,5}$
$y = x^{1,5}$
-1
0
1
2
x

Свойства функции

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, где \frac{m}{n} > 1$$

- $D(f) = [0; +\infty)$
- возрастает на $[0; +\infty)$;
- $y_{наим} = 0$;
- непрерывна;
- $E(f) = [0; +\infty)$

Выводы:

- Особенности графика функции $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$, где $\frac{m}{n} > 1$: расположен в I координатной четверти, проходит через точки (0;0), (1;1), похож на «ветвь» параболы.

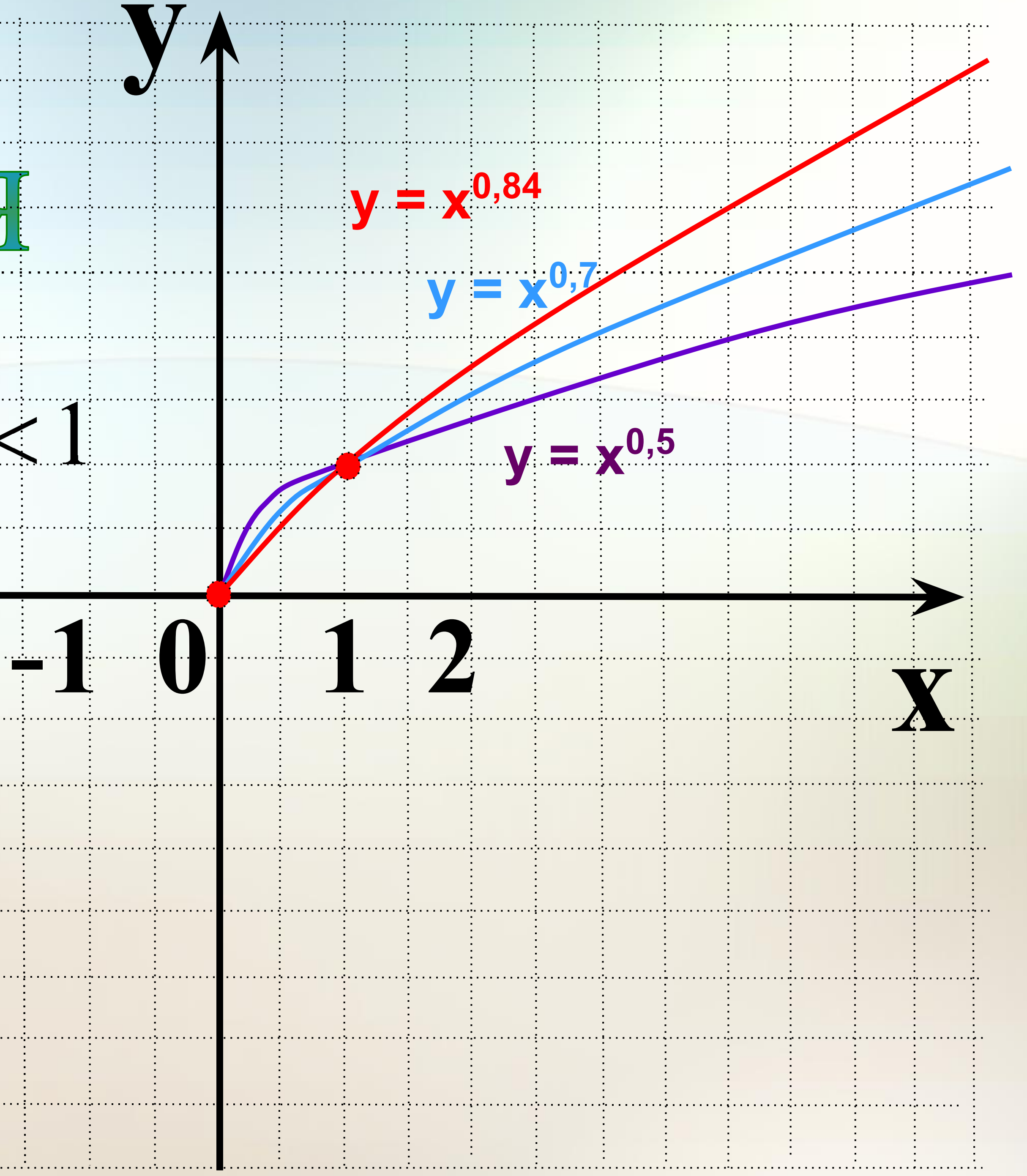
Степенные функции

$$y = x^{\frac{m}{n}}, 0 < \frac{m}{n} < 1,$$

их свойства и графики

Функция

$$y = x^{\frac{m}{n}}, 0 < \frac{m}{n} < 1$$



Выводы:

- Особенности графика функции $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$, где $0 < \frac{m}{n} < 1$: расположен в I координатной четверти, проходит через точки (0;0), (1;1), похож на график функции $f(x) = \sqrt[n]{x}, x \geq 0$, обладает такими же свойствами.

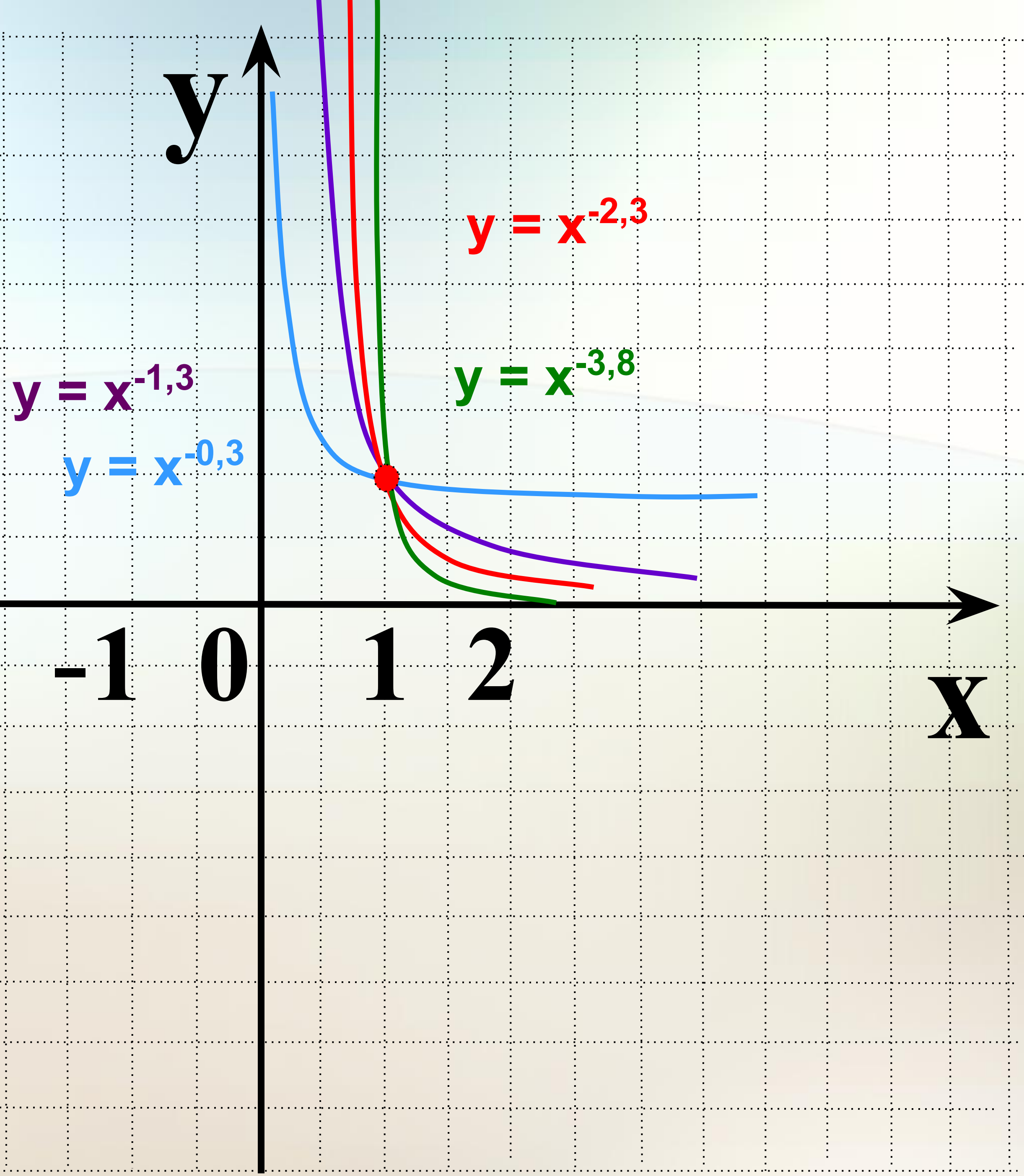
Степенные функции

$$y = x^{-\frac{m}{n}},$$

их свойства и графики

Функция

$$y = x^{-\frac{m}{n}}$$



Выводы:

- Особенности графика функции $f(x) = x^{-\frac{m}{n}}$:

расположен в I координатной четверти,

проходит через точки (0;0), (1;1),

похож на «ветвь» гиперболы.

График данной функции имеет горизонтальную асимптоту $y = 0$ и вертикальную асимптоту $x = 0$.

Практическое применение

1. Решите уравнение $x^{\frac{4}{3}} = 2 - x.$

Решение.

1) Нетрудно подобрать один корень этого уравнения: $x = 1.$

$$1^{\frac{4}{3}} = 2 - 1$$ – верное равенство.

2) Т.к. степенная функция $y = x^{\frac{4}{3}}$ возрастает, а линейная функция $y = 2 - x$ убывает, то других корней у уравнения нет.

Ответ : $x = 1.$

2). Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$y = x^{\frac{5}{2}}$ на отрезке [1;2].

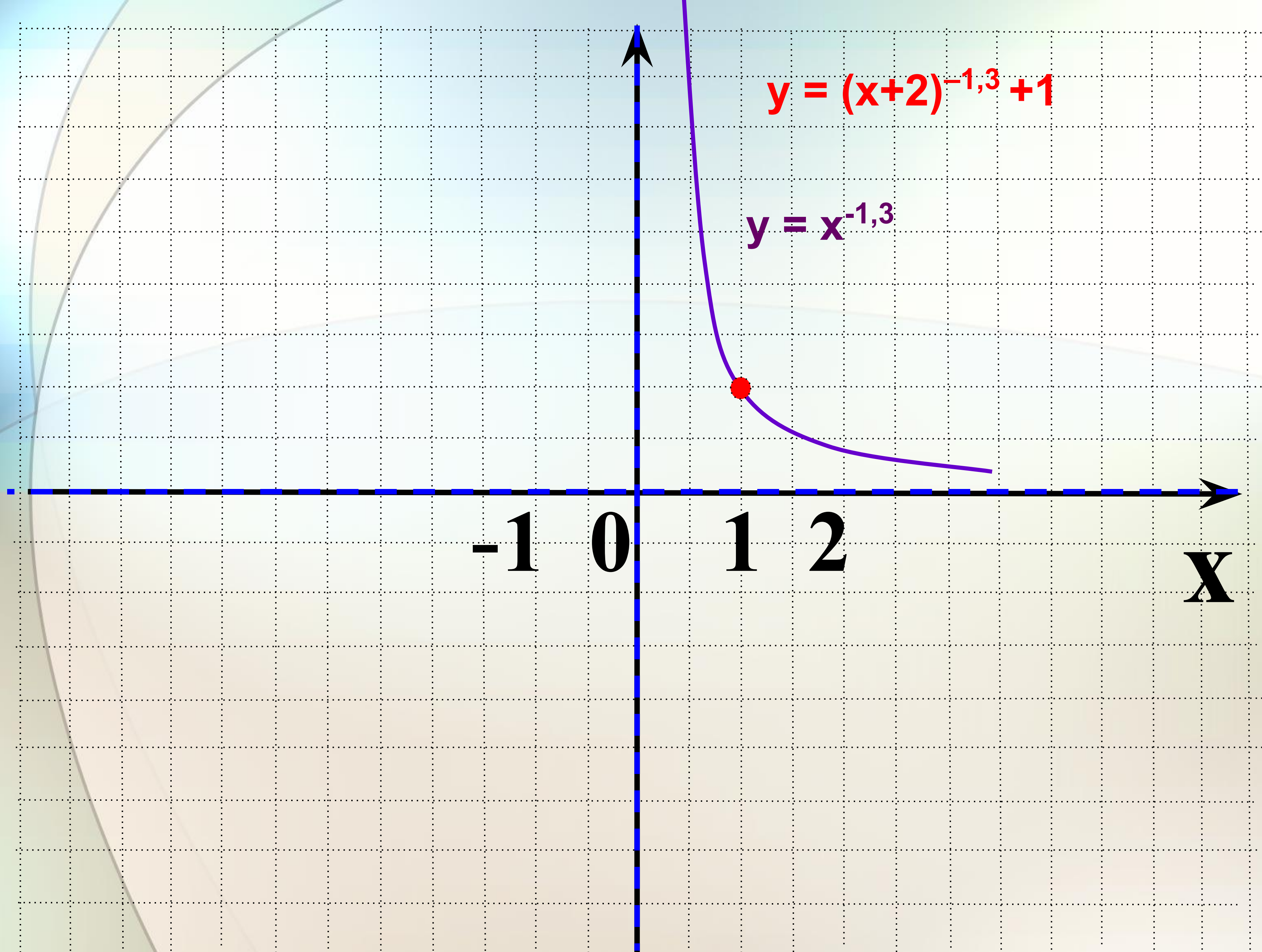
Решение:

Воспользуемся тем, что функция возрастает и, следовательно, свои наименьшее и наибольшее значения достигает соответственно в левом и правом концах заданного промежутка, если концы промежутка принадлежат самому промежутку.

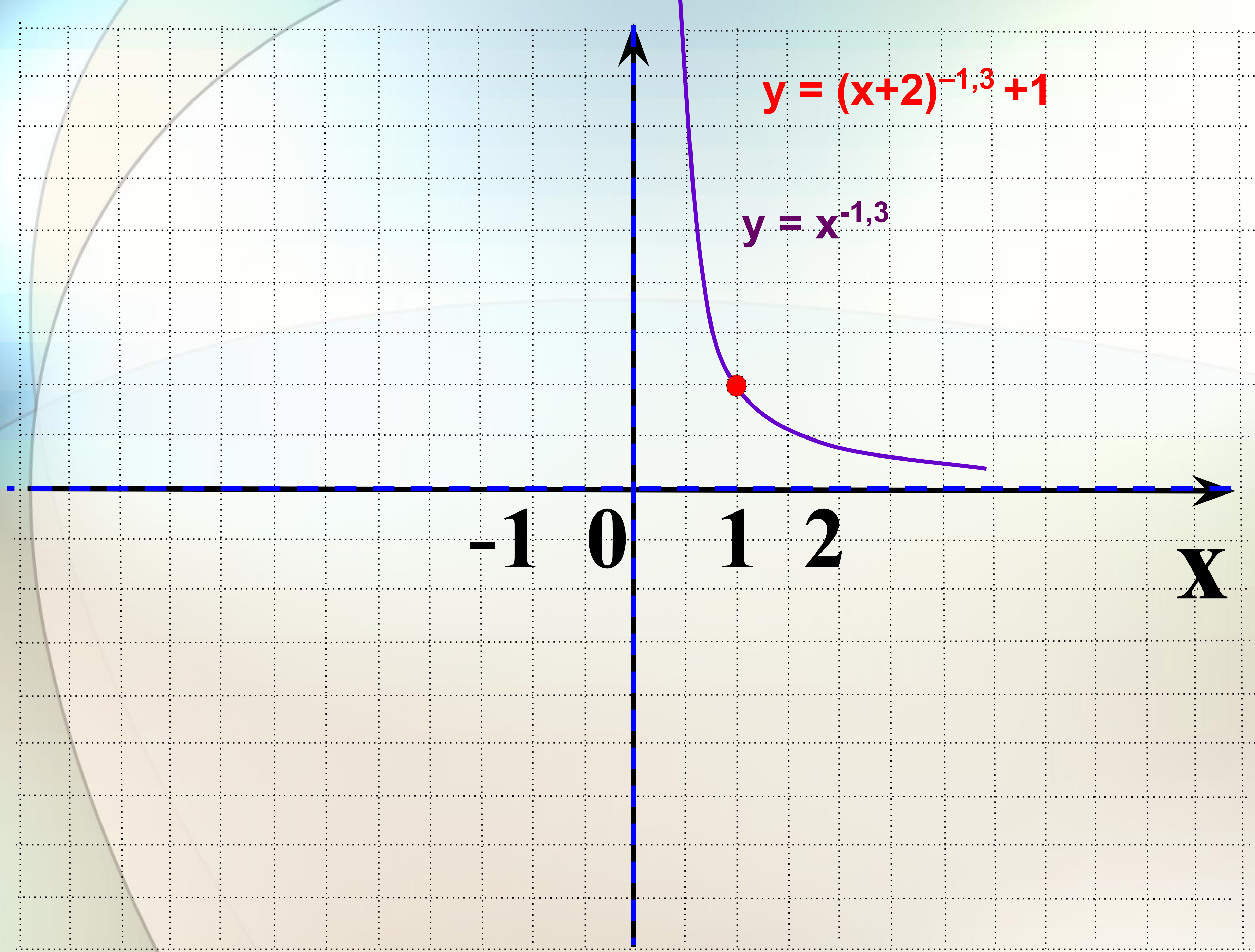
$$y_{наим.} = 1^{\frac{5}{2}} = \sqrt{1^5} = 1$$

$$y_{наиб.} = 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt{2^5} = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

Построить график функции $y=(x-2)^3-1$



$y = (x+2)^{-1,3} + 1$
$y = x^{-1,3}$
-1 0 1 2
x



$y = (x+2)^{-1,3} + 1$
$y = x^{-1,3}$
-1
0
1
2
x

Задания для самостоятельного решения

- Решите уравнение $x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^2}$.
- Постройте и прочитайте график функции

$$y = \begin{cases} x^2, \text{если\_} x \le 0, \\ x^{\frac{2}{3}}, \text{если} 0 < x \le 1, \\ \frac{1}{x}, x > 1. \end{cases}$$

- Решите неравенство $x^{-\frac{1}{4}} \le x^3$.